Tia Purniati, S.Pd., M.Pd

MATEMATIKA

DUAL MODES S-1

Bagi Guru MI dan PAI

DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN ISLAM
KEMENTERIAN AGAMA
REPUBLIK INDONESIA
Tahun 2012

MATEMATIKA DUAL MODES S-1
Bagi Guru MI dan PAI
Tia Purniati, S.Pd., M.Pd

Tata Letak & Cover : Rommy Malchan

Cetakan Ke-1, Desember 2009
Cetakan Ke-2, Juli 2012 (Edisi Revisi)

ISBN, **978-602-7774-13-1**
Ilustrasi Cover : Sumber, http://jurylaw.typepad.com/photos/uncategorized/math_blocks_stockxpertcom_id104816_size1.jpg

Pengelola Program Kualifikasi S-1 melalui DMS

Pengarah	:	Direktur Jenderal Pendidikan Islam
Penanggungjawab	:	Direktur Pendidikan Tinggi Islam
Tim Taskforce	:	Prof. Dr. H. Aziz Fahrurrozi, MA.
		Prof.Ahmad Tafsir
		Prof. Dr. H. Maksum Muchtar, MA.
		Prof. Dr. H. Achmad Hufad, M.E.d.
		Dr.s Asep Herry Hemawan, M. Pd.
		Drs. Rusdi Susilana, M. Si.

Alamat :
Subdit Kelembagaaan Direktorat Pendidikan Tingggi Islam
Direktorat Jenderal Pendidikan Islam, Kementerian Agama RI
Lt.8 Jl. Lapangan Banteng Barat Mo. 3-4 Jakarta Pusat 10701
Telp. 021-3853449 Psw.236, Fax. 021-34833981
http://www.pendis.kemenag.go.id/www.diktis.kemenag.go.id
email:kasubditlembagadiktis@kemenag.go.id/
kasi-bin-lbg-ptai@pendis.kemenag.go.id

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim

Program Peningkatan Kualifikasi Sarjana (S1) bagi Guru Madrasah Ibtidaiyah (MI) dan Guru Pendidikan Agama Islam (PAI) pada Sekolah melalui Dual Mode System—selanjutnya ditulis Program DMS—merupakan ikhtiar Direktorat Jenderal Pendidikan Islam Kementerian Agama RI dalam meningkatkan kualifikasi akademik guru-guru dalam jabatan di bawah binaannya. Program ini diselenggarakan sejak tahun 2009 dan masih berlangsung hingga tahun ini, dengan sasaran 10.000 orang guru yang berlatar belakang guru kelas di Madrasah Ibtidaiyah (MI) dan guru Pendidikan Agama Islam (PAI) pada Sekolah.

Program DMS dilatari oleh banyaknya guru-guru di bawah binaan Direktorat Jenderal Pendidikan Islam yang belum berkualifikasi sarjana (S1), baik di daerah perkotaan, terlebih di daerah pelosok pedesaan. Sementara pada saat yang bersamaan, konstitusi pendidikan nasional (UU No. 20 Tahun 2003, UU No. 14 Tahun 2007, dan PP No. 74 Tahun 2008) menetapkan agar sampai tahun 2014 seluruh guru di semua jenjang pendidikan dasar dan menengah harus sudah berkualifikasi minimal sarjana (S1).

Program peningkatan kualifikasi guru termasuk ke dalam agenda prioritas yang harus segera ditangani, seiring dengan program sertifikasi guru yang memprasyaratkan kualifikasi S1. Namun dalam kenyataannya, keberadaan guru-guru tersebut dengan tugas dan tanggungjawabnya tidak mudah untuk meningkatkan kualifikasi akademik secara individual melalui perkuliahan regular. Selain karena faktor biaya mandiri yang relatif membebani guru, juga ada konsekuensi meninggalkan tanggungjawabnya dalam menjalankan proses pembelajaran di kelas.

Dalam situasi demikian, Direktorat Jenderal Pendidikan Islam berupaya melakukan terobosan dalam bentuk Program DMS—sebuah program akselerasi (*crash program*) di jenjang pendidikan tinggi yang memungkinkan guru-guru sebagai peserta program dapat meningkatkan kualifikasi akademiknya melalui dua sistem pembelajaran, yaitu pembelajaran tatap muka (TM) dan pembelajaran mandiri (BM). Untuk BM inilah proses pembelajaran memanfaatkan media modular dan perangkat pembelajaran online *(e-learning).*

Buku yang ada di hadapan Saudara merupakan modul bahan pembelajaran untuk mensupport program DMS ini. Jumlah total keseluruhan modul ini adalah 53 judul. Modul edisi tahun 2012 adalah modul edisi revisi atas modul yang diterbitkan pada tahun 2009. Revisi dilakukan atas dasar hasil evaluasi dan masukan dari beberapa LPTK yang mengeluhkan kondisi modul yang ada, baik dari sisi content maupun fisik. Proses revisi dilakukan dengan melibatkan para pakar/ahli yang tersebar di LPTK se-Indonesia, dan selanjutya hasil review

diserahkan kepada penulis untuk selanjutnya dilakukan perbaikan. Dengan keberadaan modul ini, para pendidik yang saat ini sedang menjadi mahasiswa agar membaca dan mempelajarinya, begitu pula bagi para dosen yang mengampunya.

Pendek kata, kami mengharapkan agar buku ini mampu memberikan informasi yang dibutuhkan secara lengkap. Kami tentu menyadari, sebagai sebuah modul, buku ini masih membutuhkan penyempurnaan dan pendalaman lebih lanjut. Untuk itulah, masukan dan kritik konstruktif dari para pembaca sangat kami harapkan.

Semoga upaya yang telah dilakukan ini mampu menambah makna bagi peningkatan mutu pendidikan Islam di Indonesia, dan tercatat sebagai amal saleh di hadapan Allah swt. Akhirnya, hanya kepada-Nya kita semua memohon petunjuk dan pertolongan agar upaya-upaya kecil kita bernilai guna bagi pembangunan sumberdaya manusia secara nasional dan peningkatan mutu umat Islam di Indonesia. Amin

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Jakarta,   Juli 2012
Direktur Pendidikan Tinggi Islam



Prof. Dr. H. Dede Rosyada, MA

DAFTAR ISI

SILABUS MATAKULIAH MATEMATIKA
DUAL MODES S-1 BAGI GURU MI DAN PAI

A. Identitas Matakuliah

1. Nama Matakuliah : Matematika
2. Kode Matakuliah :
3. Matakuliah Prasyarat :
4. Kode :
5. Nama PT Pengembang : UPI
6. Nama Dosen Pengembang : Tia Purniati, S.Pd., M.Pd.

B. Standar Kompetensi:

Setelah mempelajari mata kuliah ini mahasiswa diharapkan mampu memahami konsep pra-bilangan dan bilangan cacah; bilangan bulat, bilangan rasional, dan bilangan irasional; aritmatika modular dan aritmetika sosial; bangun-bangun geometri; satuan pengukuran dan perbandingan; kesebangunan dan kekongruenan; transformasi; statistika; serta peluang peluang.

C. Deskripsi Matakuliah:

Mata Kuliah Matematika ini membahas tentang konsep pra-bilangan dan bilangan cacah; bilangan bulat, bilangan rasional, dan bilangan irasional; aritmatika modular dan aritmetika sosial; bangun-bangun geometri; satuan pengukuran dan perbandingan; kesebangunan dan kekongruenan; transformasi; statistika; serta peluang peluang.

D. Referensi/Rujukan:

[1] Bello, I. (1983) *Contemporary Basic Mathematical Skills*. New-York: Harper & Row.
[2] Britton, J. R. and Bello I. (1984). *Topics in Contemporary Mathematics.* New-York: Harper & Row.
[3] Devine, D. F. and Kaufmann J. E. (1983). *Elementary Mathematics for Teachers*. Canada: John Wiley & Sons.
[4] Felker, C. A. (1984). *Shop Mathematics*. California: Glencoe Publishing Company.
[5] Firdaus, Y. (2002). *Pelajaran Akutansi SMA untuk Kelas XII*. Jakarta: Erlangga.
[6] Kilpatrick, J., Swafford, J., and Findell, B. (2001). *Adding it Up, Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
[7] Kusnaedi, E, Zaelani, A., dan Cunayah, C. (2007). *Matematika SMA/MA Soal-Soal Pemantapan Ujian Nasional*. Bandung: YramaWidya.
[8] Kodir, A., dkk. (1977). *Matematika 1 untuk SMP*. Jakarta: Intermasa.
[9] Kodir, A., dkk. (1981). *Matematika 2 untuk SMP*. Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.

[10] Kodir, A., dkk. (1978). *Matematika 3 untuk SMP*. Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.
[11] Kodir, A., dkk. (1977). *Matematika 4 untuk SMP*. Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.
[12] Kodir, A., dkk. (1977). *Matematika 5 untuk SMP*. Jakarta: Intermasa.
[13] Kodir, dkk. (1976). *Matematika 8 untuk SMA*. Jakarta: Intermasa.
[14] Kusmartono dan Rawuh. (1983). *Matematika Pendahuluan.* Bandung: Institut Teknologi Bandung.
[15] Lipschutz, S., Hall, G. G., dan Margha. (1988). *Matematika Hingga*. Jakarta: Erlangga.
[16] Mosteller, F., Rourke, R. E. K., dan Thomas, G. B. Jr., (1988). *Peluang dengan Statistika Terapannya.* Bandung : ITB
[17] Nasution, A. H. dan Barizi. 1988. *Metode Statistika.* Jakarta : Gramedia.
[18] Negoro, S.T., dan Harahap, B. (1998). *Ensiklopedia Matematika*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
[19] Rawuh. (1993). *Geometri Trasformasi.* Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.
[20] Ross, M. (1998). *A First Course in Probability*. New Jersey: Prentice Hall.
[21] Rosen, K. H. (2003). *Discrete Mathematics and Its Applications.* New York: Mc Graw Hill.
[22] Ruseffendi, E. T. (1991). *Pengantar kepada Mambantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito.
[23] Ruseffendi, E. T. (1990). *Pengajaran Matematika Modern dan Masa Kini untuk Guru dan PGSD D2, Seri Ketiga*. Bandung: Tarsito.
[24] Ruseffendi, E. T. (1990). *Pengajaran Matematika Modern dan Masa Kini untuk Guru dan PGSD D2, Seri Keempat*. Bandung: Tarsito.
[25] Ruseffendi, E. T. (1990). *Pengajaran Matematika Modern dan Masa Kini untuk Guru dan PGSD D2, Seri Keenam*. Bandung: Tarsito.
[26] Ruseffendi, E. T. (1989). *Dasar-dasar Matematika Modern dan Komputer untuk Guru*. Bandung: Tarsito.
[27] Spiegel, M.R. dan Iskandar, K. *Matematika Dasar.* Jakarta: Erlangga.
[28] Sudjana. (2006). *Metoda Statistika*. Bandung: Tarsito.
[29] Sukino, Tanujawijaya, J., dan Ananta, T. (1989). *Matematika 1 Program Inti untuk Kelas 1 SMA.* Klaten: Intan Pariwara.
[30] Sukino, Tanuwijaya, J., dan Ananta, P. (1989). *Matematika 2 Program Ilmu-ilmu Fisik dan Ilmu-ilmu Biologi*. Klaten: Intan Pariwara.
[31] Sukino, Tanuwijaya, J., dan Ananta, P. (1989). *Matematika 3 Program Ilmu-ilmu Fisik dan Ilmu-ilmu Biologi*. Klaten: Intan Pariwara.
[32] Sulardi. (1994). *Pandai Berhitung Matematika SD 6A.* Jakarta: Erlangga.
[33] Wahyudin. (2001). *Matematika SLTP Kelas 1*. Bandung: Epsilon Grup.
[34] Wahyudin. (2001). *Matematika SLTP Kelas 2*. Bandung: Epsilon Grup.
[35] Wahyudin (2001). *Matematika SLTP Kelas 3*. Bandung: Epsilon Grup.
[36] Wahyudin. (1996). *Pelengkap Matematika Akutansi untuk SMU Kelas 3 IPS Cawu 2*. Bandung: Delta Bawean.
[37] Wahyudin dan Turmudi. (2002). *Kapita Selekta Matematika Sekolah*. Bandung: JICA-Universitas Pendidikan Indonesia (UPI).
[38] Walpole, R. E., (1997). *Pengantar Statistika.* Jakarta : Gramedia Pustaka Utama.

E. Skema Kerja

No	Kompetensi Dasar	Indikator	PB,SPB	Kegiatan Pembelajaran	Media Pembelajaran	Bentuk Assesment	Estimasi Waktu	No Rujukan
1	Menjelaskan, menentukan, menggunakan, dan menyelesaikan konsep pra-bilangan dan bilangan cacah	Menentukan bilangan kardinal dari suatu himpunan.	Konsep Pra-Bilangan	Ekspositori, Tanya Jawab, Diskusi, Tugas Merangkum.	Modul, alat peraga gris bilangan, alat peraga nilai tempat, OHP, dan LCD	UTS dan UAS tertulis	3 jam	[1], [2], [3], [4], [6],[8], [13],[14], [18],[21] [24],[33], [34].
		Menjelaskan perbedaan bialangan kardinal dan ordinal.						
		Menjelaskan bilangan dan lambangnya menurut nilai tempat.						
		Menjelaskan perbedaan bilangan asli dan bilangan cacah.	Bilangan Cacah					
		Menentukan hasil dari operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian pada bilangan cacah.						
		Menggunakan sift-sifat yang berlaku pada operasi bilangan cacah dalam soal perhitungan bilangan cacah.						
		Menentukan FPB dan KPK dari beberapa bilangan.	KPK dan FPB					
2	Menjelaskan, menggunakan, membedakan, dan menyelesaikan konsep bilangan bulat, bilangan rasional, dan bilangan irasional.	Menjelaskan pengertian bilangan bulat.	Bilangan Bulat	Ekspositori, Tanya Jawab, Diskusi, Tugas Merangkum.	Modul, alat peraga garis bilangan, OHP, dan LCD	UTS dan UAS tertulis	2 x 3 jam	[1],[2], [3],[13], [25], [30], [34]
		Menjelaskan sifat-sifat operasi yang berlaku pada bilangan bulat.						
		Menggunakan sifat-sifat operasi yang berlaku pada bilangan bulat dalam soal perhitungan bilangan bulat.						
		Menjelaskan pengertian bilangan rasional.	Bilangan Rasional dan Irasional					
		Menjelaskan sifat-sifat operasi yang berlaku pada bilangan rasional.						
		Menggunakan sifat-sifat operasi yang berlaku pada bilangan rasional dalam soal perhitungan bilangan rasional.						
		Menjelaskan pengertian bilangan irasional.						
		Membedakan bilangan rasional dan irasional.						
		Menjelaskan pengertian bilangan berpangkat.	Bilangan Berpangakat					
		Menyelesaikan perhitungan bilang-an berpangkat.						

3	Menjelaskan menentukan, dan menyelesaikan konsep aritmetika modular dan aritmetika sosial	Menyelesaikan operasi penjumlahan pada bilangan jam.	Aritmetika Jam	Ekspositori, Tanya Jawab, Diskusi, Tugas Merangkum.	Modul,alat peraga jam OHP, dan LCD	UTS dan UAS tertulis	1,5 x 3 jam	[2], [3], [5], [26], [27], [30], [31], [36]
		Menyelesaikan operasi pengurangan pada bilangan jam.						
		Menyelesaikan operasi perkalian pada bilangan jam.						
		Menjelaskan sifat-sifat operasi pada bilangan jam.						
		Menyelesaikan soal perhitungan kongruensi.	Arimetika Modular					
		Menjelaskan sifat-sifat operasi pada kongruensi.						
		Menentukan kelas-kelas residu modulo.						
		Menjelaskan pengertian bunga tunggal.	Aritmetika Sosial					
		Menyelesaikan soal perhitungan bunga tunggal.						
		Menjelaskan pengertian bunga majemuk.						
		Menyelesaikan soal perhitungan bunga majemuk.						
4	Menjelaskan dan menentukan konsep bangun-bangun geometri	Menjelaskan pengertian titik, garis, dan bidang.	Kedudukan titik, garis, dan bidang.pada ruang	Ekspositori, Tanya Jawab, Diskusi, Tugas Merangkum.	Modul, alat peraga bangun-bangun geometri, alat peraga kekekalan luas, alat peraga kekekalan volume,OHP, dan LCD	UTS dan UAS tertulis	2 x 3 jam	[2],[3], [4], [9], [10], [12], [18], [22], [26],[33], [34], [35]. [37].
		Menentukan kedudukan titik terhadap garis.						
		Menentukan kedudukan titik terhadap bidang.						
		Menentukan dua garis yang berimpit, sejajar, berpotongan, dan bersilangan.						
		Menentukan kedudukan garis terhadap bidang.						
		Menentukan bidang yang berimpit, sejajar, dan berpotongan.						
		Menjelaskan pengertian luas.	Luas Bangun Datar					
		Menentukan luas daerah bangun datar.						
		Menjelaskan pengertian luas permukaan.	Volume dan Luas permukaan bangun Ruang					
		Menentukan luas permukaan bangun ruang.						
		Menjelaskan pengertian volume.						
		Menentukan volume bangun ruang.						
5	Menyelesaikan konsep satuan pengukuran dan	Meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan panjang.		Ekspositori, Tanya Jawab,	Modul, alat peraga satuan	UTS dan UAS tertulis	3 jam	[1], [2], [3], [4],

	perbandingan	Meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan luas.	Satuan panjang, luas, volume, dan berat	Diskusi, Tugas Merangkum.	pengukuran, OHP, dan LCD			[8], [10], [18], [34].
		Meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan volume.						
		Meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan berat.						
		Meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan waktu.	Satuan waktu, kecepatan, dan debit					
		Meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan kecepatan.						
		Meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan debit.						
		Menyebutkan pengertian perbadingan.	Perbandingan					
		Meyelesaikan soal-soal perhitungan perbandingan senilai.						
		Meyelesaikan soal-soal perhitungan skala.						
		Meyelesaikan soal-soal perhitungan perbandingan berbalik nilai.						
6	Menyebutkan, menentukan, dan menyelesaikan konsep kesebangunan dan kekongruenan	Menentukan bangun-bangun yang sebangun. Menyebutkan syarat-syarat dua segitiga yang sebangun.	Kesebangunan.	Ekspositori, Tanya Jawab, Diskusi, Tugas Merangkum.	Modul, alat peraga bangun-bangun geometri, OHP, dan LCD	UTS dan UAS tertulis	3 jam	[1], [2], [3], [4], [12], [35].
		Menyelesaikan persoalan yang berhubungan dengan kesebangunan.						
		Menentukan bangun-bangun yang kongruen.	Kekongruenan					
		Menyebutkan syarat-syarat dua segitiga kongruen.						
		Menyelesaikan persoalan yang berhubungan dengan kekongruenan.						
7	Membedakan, menentukan, dan menyelesaikan konsep transformasi	Membedakan suatu transformasi dengan transformasi lainnya .	Translasi dan refleksi	Ekspositori, Tanya Jawab, Diskusi, Tugas Merangkum.	Modul,alat peraga bangun-bangun geometri, alat peraga transformasi, OHP, dan LCD	UTS dan UAS tertulis	3 jam	[3], [10], [11], [13], [19], [35].
		Menentukan bayangan dari benda yang ditranslasikan.						
		Menentukan bayangan dari benda yang direfleksikan.						
		Menentukan bayangan dari benda yang dirotasikan.	Rotasi dan dilatasi					
		Menentukan bayangan dari benda yang didilatasikan.						

		Menyelesaikan persoalan yang berhubungan dengan translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi						
8	Membuat dan menyelesaikan konsep statistika	Membuat diagram batang.	Statistika 1 Pengumpulan data Penyadian data	Ekspositori, Tanya Jawab, Diskusi, Tugas Merangkum.	Modul,alat peraga statistika, OHP, dan LCD	UTS dan UAS tertulis	2 x 3 jam	[1], [2], [3], [7], [9],[11], [15], [17], [20], [26], [28], [34], [38].
		Membuat diagram garis.						
		Membuat diagram lingkaran.						
		Membuat tabel distribusi frekuensi dari suatu persoalan.						
		Meyelesaikan soal perhitungan rata-rata.	Statistika 2 (Ukuran Pemusatan, Ukuran Letak, Ukuran Penyebaran)					
		Menyelesaikan soal perhitungan modus.						
		Menyelesaikan soal perhitungan median.						
		Menyelesaikan soal perhitungan kuartil.						
		Menyelesaikan soal perhitungan desil.						
		Menyelesaikan soal perhitungan persentil.						
		Menyelesaikan soal perhitungan rentang.						
		Menyelesaikan soal perhitungan simpangan baku.						
9	Menyebutkan dan menyelesaikan konsep peluang	Menyebutkan kejadian suatu persoalan	Peluang 1 (Kejadian, Permutasi, dan Kombinasi)	Ekspositori, Tanya Jawab, Diskusi, Tugas Merangkum.	Modul, alat peraga peluang, OHP, dan LCD	UTS dan UAS tertulis	2 x 3 jam	[2], [3], [15], [16], [20], [26], [28], [38], [34].
		Menyelesaikan soal permutasi.						
		Menyelesaikan soal kombinasi.						
		Menyelesaikan soal perhitungan peluang suatu kejadian.	Peluang 2 (Peluang macam-macam kejadian)					
		Menyelesaikan soal perhitungan peluang kejadian komplemen.						
		Menyelesaikan soal perhitungan peluang bersyarat.						
		Menyelesaikan soal perhitungan peluang kejadian saling bebas.						

Bandung, Februari 2009

Tia Purniati, S.Pd., M.Pd.
NIP. 132 318 372

TINJAUAN MATA KULIAH

Matematika adalah mata kuliah yang berisi bahasan tentang konsep-konsep pra-bilangan dan bilangan cacah; bilangan bulat, bilangan rasional, dan irasional; aritmatika modular dan aritmatika sosial; bangun-bangun geometri; satuan pengukuran dan perbandingan; kesebangunan dan kekongruenan; transformasi; statistika; dan peluang. Konsep-konsep yang diuraikan dalam mata kuliah ini diharapkan dapat membantu mahasiswa untuk meyelesaikan soal-soal matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Setelah mempelajari mata kuliah ini diharapkan mahasiswa dapat:

1. menentukan bilangan kardinal dari suatu himpunan.
2. menjelaskan perbedaan bialangan kardinal dan ordinal.
3. menjelaskan bilangan dan lambangnya menurut nilai tempat.
4. menjelaskan perbedaan bilangan asli dan bilangan cacah.
5. menentukan hasil dari operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian pada bilangan cacah.
6. menggunakan sifat-sifat yang berlaku pada operasi bilangan cacah dalam soal perhitungan bilangan cacah.
7. menentukan FPB dan KPK dari beberapa bilangan.
8. menjelaskan pengertian bilangan bulat.
9. menjelaskan sifat-sifat operasi yang berlaku pada bilangan bulat.
10. menggunakan sifat-sifat operasi yang berlaku pada bilangan bulat dalam soal perhitungan bilangan bulat.
11. menjelaskan pengertian bilangan rasional.
12. menjelaskan sifat-sifat operasi yang berlaku pada bilangan rasional.
13. menggunakan sifat-sifat operasi yang berlaku pada bilangan rasional dalam soal perhitungan bilangan rasional.
14. menjelaskan pengertian bilangan irasional.
15. membedakan bilangan rasional dan irasional.
16. menjelaskan pengertian bilangan berpangkat.
17. menyelesaikan perhitungan bilangan berpangkat.
18. menyelesaikan operasi penjumlahan pada bilangan jam.
19. menyelesaikan operasi pengurangan pada bilangan jam.
20. menyelesaikan operasi perkalian pada bilangan jam.
21. menjelaskan sifat-sifat operasi pada bilangan jam.

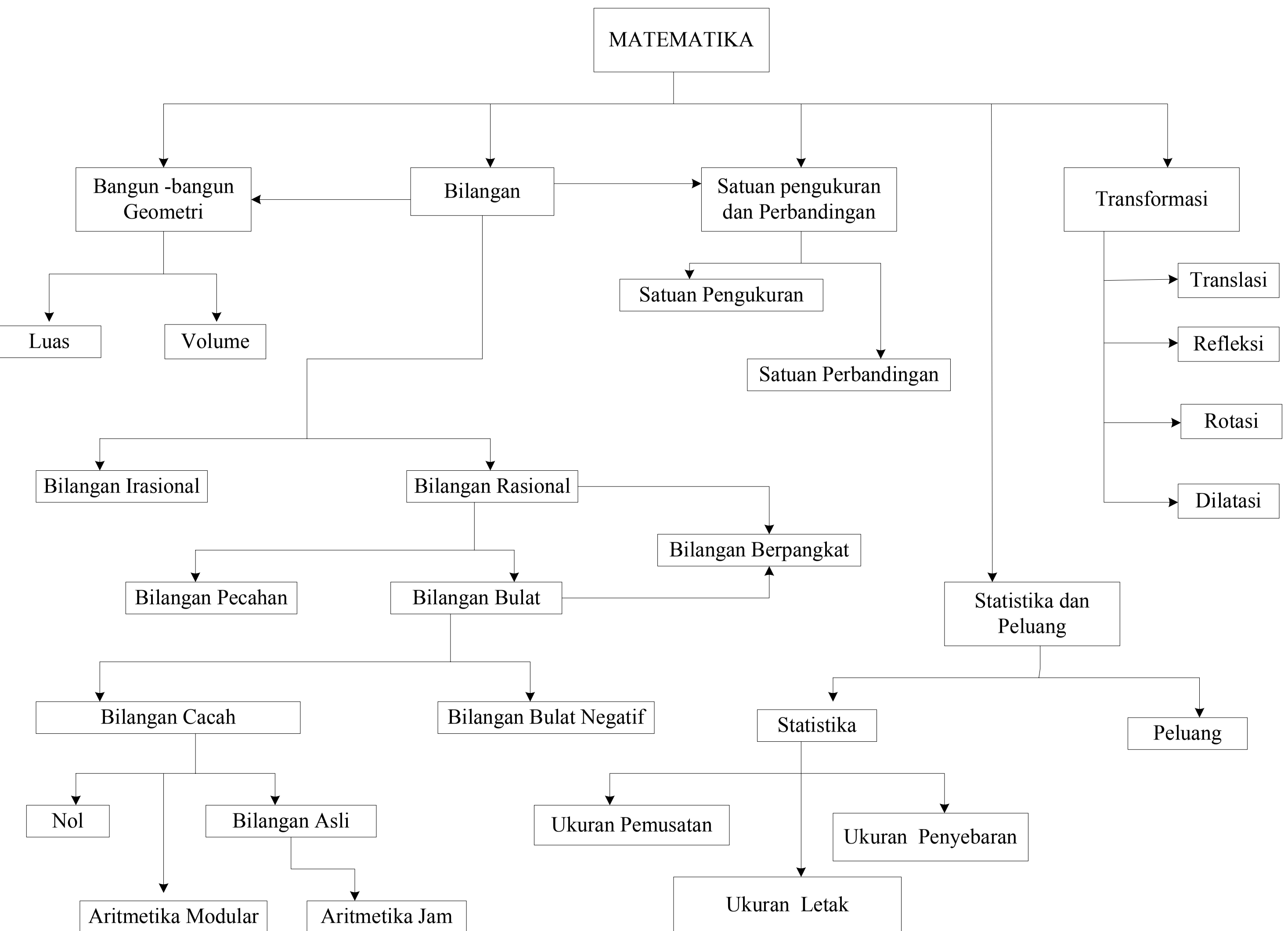
22. menyelesaikan soal perhitungan kongruensi.
23. menjelaskan sifat-sifat operasi pada kongruensi.
24. menentukan kelas-kelas residu modulo.
25. menjelaskan pengertian bunga tunggal.
26. menyelesaikan soal perhitungan bunga tunggal.
27. menjelaskan pengertian bunga majemuk.
28. menyelesaikan soal perhitungan bunga majemuk.
29. menjelaskan pengertian titik, garis, dan bidang.
30. menentukan kedudukan titik terhadap garis.
31. menentukan kedudukan titik terhadap bidang.
32. menentukan dua garis yang berimpit, sejajar, berpotongan, dan bersilangan.
33. menentukan kedudukan garis terhadap bidang.
34. menentukan bidang yang berimpit, sejajar, dan berpotongan.
35. menjelaskan pengertian luas.
36. menentukan luas daerah bangun datar.
37. menjelaskan pengertian luas permukaan.
38. menentukan luas permukaan bangun ruang.
39. menjelaskan pengertian volume.
40. menentukan volume bangun ruang.
41. meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan panjang.
42. meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan luas.
43. meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan volume.
44. meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan berat.
45. meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan waktu.
46. meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan kecepatan.
47. meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan debit.
48. menyebutkan pengertian perbandingan.
49. meyelesaikan soal-soal perhitungan perbandingan senilai.
50. meyelesaikan soal-soal perhitungan skala.
51. meyelesaikan soal-soal perhitungan perbandingan berbalik nilai.
52. menentukan bangun-bangun yang sebangun.
53. menyebutkan syarat-syarat dua segitiga yang sebangun.
54. menyelesaikan persoalan yang berhubungan dengan kesebangunan.
55. menentukan bangun-bangun yang kongruen.
56. menyebutkan syarat-syarat dua segitiga kongruen.
57. menyelesaikan persoalan yang berhubungan dengan kekongruenan.
58. membedakan suatu transformasi dengan transformasi lainnya .
59. menentukan bayangan dari benda yang ditranslasikan.
60. menentukan bayangan dari benda yang direfleksikan.
61. menentukan bayangan dari benda yang dirotasikan.

62. menentukan bayangan dari benda yang didilatasikan.
63. menyelesaikan persoalan yang berhubungan dengan translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi
64. membuat diagram batang.
65. membuat diagram garis.
66. membuat diagram lingkaran.
67. membuat tabel distribusi frekuensi dari suatu persoalan.
68. meyelesaikan soal perhitungan rata-rata.
69. menyelesaikan soal perhitungan modus.
70. menyelesaikan soal perhitungan median.
71. menyelesaikan soal perhitungan kuartil.
72. menyelesaikan soal perhitungan desil.
73. menyelesaikan soal perhitungan persentil.
74. menyelesaikan soal perhitungan rentang.
75. menyelesaikan soal perhitungan simpangan kuartil.
76. menyelesaikan soal perhitungan simpangan baku.
77. menyebutkan kejadian suatu persoalan.
78. menyelesaikan soal permutasi.
79. menyelesaikan soal kombinasi.
80. menyelesaikan soal perhitungan peluang suatu kejadian.
81. menyelesaikan soal perhitungan peluang kejadian komplemen.
82. menyelesaikan soal perhitungan peluang bersyarat.
83. menyelesaikan soal perhitungan peluang kejadian saling bebas.

Mata kuliah Matematika ini mempunyai bobot 3 SKS dan materi kuliahnya disajikan dalam 9 modul sebagai berikut.

Modul 1: Konsep Pra-Bilangan dan Bilangan Cacah
Modul 2: Bilangan Bulat, Bilangan Rasional, dan Irasional
Modul 3: Aritmetika Bilangan Jam, Aritemetika Modular, dan Aritmetika Sosial
Modul 4: Bangun-Bangun Geometri
Modul 5: Satuan Pengukuran dan Perbandingan
Modul 6: Kesebangunan dan Kekongruenan
Modul 7: Transformasi
Modul 8: Statistika
Modul 9: Peluang

Setiap modul terdiri dari 2 atau 3 kegiatan belajar dan setiap kegiatan belajar memuat pendahuluan, uraian materi, contoh, latihan, petunjuk jawaban latihan, rangkuman, tes formatif, kunci jawaban tes formatif, dan daftar pustaka.


PETA KONSEP
MATEMATIKA
Bangun -bangun Geometri
Bilangan
Satuan pengukuran dan Perbandingan
Transformasi
Luas
Volume
Satuan Pengukuran
Satuan Perbandingan
Translasi
Refleksi
Rotasi
Dilatasi
Bilangan Irasional
Bilangan Rasional
Bilangan Berpangkat
Bilangan Pecahan
Bilangan Bulat
Statistika dan Peluang
Bilangan Cacah
Bilangan Bulat Negatif
Statistika
Peluang
Nol
Bilangan Asli
Ukuran Pemusatan
Ukuran Penyebaran
Aritmetika Modular
Aritmetika Jam
Ukuran Letak

MODUL 1

KONSEP PRA-BILANGAN DAN BILANGAN CACAH

KONSEP PRA-BILANGAN DAN BILANGAN CACAH

PENDAHULUAN

Modul ini adalah modul ke-1 dalam mata kuliah Matematika. Isi modul ini membahas tentang konsep pra-bilangan dan bilangan cacah.

Modul ini terdiri dari 3 kegiatan belajar. Pada kegiatan belajar 1 akan dibahas mengenai bilangan dan lambangnya. Pada kegiatan belajar 2 akan dibahas mengenai bilangan cacah. Terakhir, pada kegiatan belajar 3 akan dibahas mengenai FPB dan KPK.

Setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat memahami bilangan cacah, operasi-operasinya, beserta sifat-sifat operasi tersebut, serta menentukan FPB dan KPK dari beberapa bilangan.

Secara khusus setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat:

1. menentukan bilangan kardinal dari suatu himpunan
2. menjelaskan perbedaan bialangankardinal dan ordinal
3. menjelaskan bilangan dan lambangnya menurut nilai tempat
4. menjelaskan perbedaan bilangan asli dan bilangan cacah
5. menentukan hasil dari operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian pada bilangan cacah
6. menggunakan sifat-sifat yang berlaku pada operasi bilangan cacah dalam soal perhitungan bilangan cacah
7. menentukan FPB dan KPK dari beberapa bilangan

Petunjuk Belajar

1. Bacalah dengan cermat pendahuluan modul ini sehingga Anda memahami tujuan dan bagaimana mempelajari modul ini.
2. Bacalah uraian materi dalam modul ini, tandailah kata-kata penting yang merupakan kunci. Pahami setiap konsep dalam uraian materi dengan mempelajari contoh-contohnya.
3. Jika mengalami kesulitan dalam mempelajari modul ini, diskusikanlah dengan teman-teman Anda atau dengan tutor.
4. Pelajari sumber-sumber lain yang relevan untuk memperluas wawasan.

5. Kerjakan soal-soal latihan dalam modul ini tanpa melihat petunjuk jawaban latihan terlebih dahulu. Apabila mengalami kesulitan, barulah Anda melihat petunjuk jawaban latihan.
6. Kerjakan soal-soal tes formatif dan periksa tingkat kemampuan Anda dengan mencocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban tes formatif. Ulangilah pengerjaan tes formatif ini sampai Anda benar-benar dapat mengerjakan semua soal-soal tes formatif ini dengan benar.

Selamat Belajar, Semoga Sukses!

Bilangan dan Lambangnya

A. Bilangan Kardinal

Saat Anda melihat jari-jari tangan Anda, berapakah banyaknya jari tangan kanan Anda? Tentunya, secara spontan, Anda katakan lima. Sekarang, bagaimana seorang anak kecil, yang belum memiliki pengetahuan tentang bilangan, mengerti arti dari *lima*? Bukankah anak kecil lebih dahulu biasa mengenali menghitung dibandingkan mengenal simbol bilangan? Tentunya Anda mengenal bait nyanyian: satu ditambah satu sama dengan dua, dua ditambah dua sama dengan empat , dan seterusnya.

Persoalan di atas, tentunya bisa Anda jawab setelah Anda mengerti apa arti bilangan. Mengawali untuk mempelajari konsep bilangan, marilah kita mengingat kembali konsep tentang himpunan. Pada pelajaran yang telah lalu, tentunya Anda pernah belajar teori himpunan, bukan? Konsep teori himpunan yang Anda pelajari sangat membantu untuk memahami konsep bilangan, karena konsep bilangan banyak didasari oleh teori himpunan. Notasi-notasi yang ada pada teori himpunan banyak digunakan untuk membangun konsep bilangan.

Tentunya Anda telah mempelajari macam-macam himpunan, bukan? Tentu Anda telah mengetahui, misalnya himpunan kosong, himpunan semesta, komplemen dari suatu himpunan, dan sebagainya. Kalau kita memiliki suatu himpunan, misalnya A = {a, b, c, d}, tentunya kita bisa mengatakan bahwa anggota-anggota dari himpunan A adalah a, b, c, dan d, dan kita bisa mengatakan banyaknya anggota dari himpunan A adalah 4. Bilangan 4 ini, sebagai bilangan yang menyatakan banyaknya anggota dari suatu himpunan dinamakan *bilangan kardinal*.

Secara formal, kita bisa definisikan bahwa *bilangan kardinal* adalah bilangan yang menyatakan banyaknya anggota dari suatu himpunan. Misalkan A adalah suatu himpunan, maka banyaknya anggota suatu himpunan (*bilangan kardinal himpunan A*) ditulis dengan notasi $n(A)$. Pada contoh yang kita tuliskan di atas, A = {a, b, c, d} maka kita dapatkan $n(A) = 4$.

Misalkan diberikan contoh, himpunan B adalah himpunan mahasiswa di kelas Anda yang tingginya lebih dari 5 meter. Saya yakin, tentunya tidak ada teman Anda yang mempunyai tinggi lebih dari 5 meter, sehingga himpunan B tentu tidak mempunyai anggota (atau B merupakan himpunan kosong). Kita bisa mengetahui bahwa $n(B) = 0$.

Dengan melakukan diskusi dengan teman Anda atau dengan bimbingan tutor Anda, silahkan Anda berikan beberapa contoh tentang himpunan, dan tentukan bilangan kardinalnya. Dengan mengambil contoh-contoh himpunan dan menentukan bilangan kardinalnya, maka dimungkinkan didapatkan bilangan kardinal 0 , bilangan kardinal 1, bilangan kardinal 3, bilangan kardinal 4, bilangan kardinal 5, dan seterusnya. Kalau kita tuliskan bilangan-bilangan kardinal tersebut sebagai suatu himpunan, maka didapatkan { 0, 1, 2, 3, 4, 5, … }.

Perhatikan himpunan tersebut. Tentunya Anda mengetahui, bahwa { 0, 1, 2, 3, 4, 5, … }, merupakan himpunan bilangan cacah, bukan? Tentu saja Anda pasti menjawab bahwa { 0, 1, 2, 3, 4, 5, … } merupakan himpunan bilangan cacah yang sebagaimana Anda kenal selama ini.

Dari uraian bahasan di atas, kita bisa mengetahui bahwa himpunan bilangan-bilangan kardinal bersesuaian dengan dengan himpunan bilangan-bilangan cacah.

B. Bilangan Ordinal

Bilangan ordinal dinamakan juga dengan bilangan urutan. Misalnya kesatu, kedua, ketiga, keempat, ... disebut bilangan ordinal. Tentunya kalau Anda perhatikan, bilangan ordinal akan diperoleh dengan menambahkan "ke" pada bilangan asli. Dalam bilangan ordinal, biasanya untuk menunjukkan urutan kesatu dipergunakan kata "pertama", dan untuk menunjukan urutan objek yang paling ujung dipakai kata "terakhir".

Bilangan ordinal ini dinamakan dengan bilangan asli. Pembahasan lebih detil tentang bilangan asli dan cacah akan dibicarakan kemudian.

C. Lambang Bilangan

*Tiga, a*pa yang dimaksud dengan tiga? Tiga anak-anak, tiga meter benang, tiga kilogram beras, tiga derajat di bawah nol, usia tiga tahun, tiga ribu rupiah, keuntungannya tiga persen. Bagaimana bisa satu nama (tiga), digunakan dengan berbagai cara, digunakan untuk menyatakan ukuran kuantitas yang berbeda-beda?

Bilangan adalah suatu idea, sifatnya abstrak. Bilangan memberikan keterangan mengenai banyaknya anggota dari suatu himpunan. Sebagai contoh A = {a, b, c}, maka banyaknya anggota dari himpunan itu dinyatakan dengan bilangan. Bilangan tersebut dinamakan *tiga*.

Untuk membedakan bilangan yang satu dengan yang lain, diperlukan nama. Sebagai contoh nama bilangan yang digunakan untuk menyatakan banyaknya anggota dari himpunan kosong adalah nol. Nama yang diberikan terhadap bilangan tidaklah sama, tergantung pada bahasa yang digunakan. Misalnya orang Cina menamakan bilangan tiga dengan *san,* orang Inggris dengan *three*, orang Jawa dengan *telu.*

Terhadap suatu bilangan, selain diperlukan nama, juga diperlukan lambang. Lambang suatu bilangan dapat dinyatakan dengan bermacam-macam lambang, misalnya untuk bilangan enam dapat dinyatakan dengan lambang 6, VI, atau dengan lambang lainnya. Nama dan lambang bilangan yang sudah dikenal antara lain dapat dilihat dalam Tabel 1.1 berikut:

Tabel 1.1
Lambang dan Nama Bilangan

Lambang Bilangan	Nama Bilangan
0	Nol
1	Satu
2	Dua
3	Tiga
dan seterusnya ...	

D. Nilai Tempat

Tentunya Anda sudah mengetahui bilangan-bilangan yang berada dalam himpunan bilangan cacah bukan? Yakni bilangan-bilangan 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... Bilangan-bilangan tersebut ditulis dengan menggunakan satu atau lebih dari sepuluh angka pembentuk bilangan, angka-angka tersebut adalah 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9. Setiap angka pada suatu bilangan, memiliki nilai, yang nilainya tergantung pada posisi/letak/tempat angka tersebut pada bilangan dimaksud. Nilai ini dinamakan dengan *nilai tempat*.

Nilai tempat bilangan-bilangan mulai dari posisi paling kanan menuju ke posisi kiri berturut-turut adalah: satuan, puluhan, ratusan, ribuan, puluh ribuan, ratus ribuan, jutaan, dan seterusnya. Sebagai contoh misalkan terdapat bilangan 31527.

3	1	5	2	7
puluh ribuan	ribuan	ratusan	puluhan	satuan

Nilai angka 5 dalam 31527 adalah ratusan, atau nilainya 500. Nilai angka 1 dalam 31527 adalah adalah ribuan, atau nilainya 1000.

Setiap bilangan yang terdiri dari dua/lebih angka dapat dituliskan dalam bentuk panjang dengan menggunakan nilai tempat. Tabel 1.2 berikut menunjukkan perbedaan penulisan bilangan bentuk standar dan bentuk panjang.

Tabel 1.2
Bilangan dalam Bentuk Standar dan Bentuk Panjang

Bentuk Standar	Bentuk Panjang
376	300 + 70 + 6
1735	1000 + 700 + 30 + 5

Contoh 1:
Tuliskan bilangan 32657 dalam bentuk panjang.

Penyelesaian:
Nilai tempat untuk setiap angka bilangan tersebut adalah:
3 di tempat puluh ribuan, atau nilainya 30.000.
2 di tempat ribuan, atau nilainya 2000.
6 di tempat ratusan, atau nilainya 600.
5 di tempat puluhan, atau nilainya 50.
7 di tempat satuan, atau nilainya 7.

Sehingga penulisan bentuk panjang dari bilangan 321657 yang didapat dari penjumlahan nilai-nilai tersebut adalah:

30000 + 2000 + 600 + 50 + 7

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Tentukan bilangan kardinal dari himpunan-himpunan berikut:
   a. A = {2, 4, 6, 8, 10}.
   b. B = {a, b, c, d, e, f, g, h}.
   c. C = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., 52}.
   d. D = himpunan provinsi yang ada di pulau Jawa.

2. Tuliskan bilangan berikut dalam bentuk standar:
   a. 70 + 4.
   b. 3000 + 60 + 5.
   c. 70000 + 3000 + 800 + 50 + 2.

3. Tuliskan bilangan berikut dalam bentuk panjang:
   a. 125. b. 1820. c. 980462.

4. Tentukan nilai angka yang digarisbawahi dari bilangan-bilangan berikut:
   a. $7\underline{2}5$. b. $2\underline{6}827$. c. $4\underline{9}3804$.

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. a. n(A) = 5.
   b. n(B) = 8.
   c. n(C) = 52.
   d. n(D) = 6,

dengan D = {Banten, DKI Jakarta, Jawa Barat, Jawa Tengah, DKI Yogyakarta, Jawa Timur}.

2. a. 74. b. 3065. c. 73852.
3. a. 100 + 20 + 5.
   b. 1000 + 800 + 20.
   c. 900000 + 80000 + 400 + 60 + 2.
4. a. 2 di tempat puluhan, atau nilainya 20.
   b. 6 di tempat ribuan, atau nilainya 6000.
   c. 9 di tempat puluh ribuan, atau nilainya 90000.

Rangkuman

1. Sebelum mempelajari konsep bilangan, sebaiknya terlebih dahulu dipelajari tentang konsep himpunan.
2. Konsep-konsep yang dipelajari pada teori himpunan, sangat mendasari untuk mempelajari konsep sistem bilangan. Terdapat notasi-notasi yang ada pada teori himpunan, juga digunakan untuk membangun konsep bilangan.
3. Bilangan kardinal sebagai bagian konsep yang ada pada teori himpunan, mempunyai kesesuaian dengan bilangan cacah pada konsep bilangan. Bilangan ordinal atau bilangan urutan bersesuaian dengan bilangan asli.
4. Bilangan adalah suatu idea, yang bersifatnya abstrak. Oleh karena itu, untuk merepresentasikannya diperlukan simbol atau lambang bilangan, juga nama bilangan. Nama bilangan awalnya digunakan untuk menyatakan banyaknya anggota dari suatu himpunan.
5. Bilangan-bilangan ditulis dengan menggunakan satu atau lebih dari sepuluh angka pembentuk bilangan, angka-angka tersebut adalah 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9. Setiap angka pada suatu bilangan, memiliki nilai, yang nilainya tergantung pada posisi angka tersebut pada suatu bilangan. Nilai ini dinamakan dengan *nilai tempat*.
6. Dengan menggunakan nilai tempat, suatu bilangan dalam bentuk standar dapat diubah ke dalam bentuk panjang.

TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Berikut ini, manakah yang merupakan pernyataan yang paling benar ...
   A. Bilangan kardinal adalah bilangan yang lebih kecil dari 10.
   B. Bilangan kardinal adalah bilangan yang menyatakan banyaknya anggota dari suatu himpunan.
   C. Bilangan kardinal adalah bilangan yang hanya mempunyai faktor satu dan faktor bilangan tersebut.
   D. Bilangan kardinal bersesuaian dengan bilangan asli.

2. Misalkan A adalah himpunan bilangan asli kurang dari 7. Maka bilangan kardinal dari A adalah ...
   A. 4 C. 6
   B. 5 D.7

3. Pernyataan-pernyataan berikut ini adalah pernyataan yang benar, kecuali ...
   A. Bilangan adalah suatu idea, yang bersifatnya abstrak, sehingga dalam merepresentasikannya diperlukan simbol dan nama bilangan.
   B. Bilangan adalah suatu abstraksi, untuk mengajarkannya terhadap anak yang belum mengenal bilangan, kita harus melakukan berbagai cara sehingga anak mendapatkan pengalaman yang cukup untuk bisa menjastifikasi tentang bilangan.
   C. Pengetahuan tentang teori himpunan dapat menjadi dasar yang bermanfaat untuk mempelajari konsep bilangan.
   D. Penulisan bilangan dalam bentuk panjang tidak ada kaitannya dengan permasalahan nilai tempat dari bilangan tersebut.

4. Setiap angka suatu bilangan memiliki nilai, yang nilainya tergantung pada posisi angka pada bilangan tersebut. Nilai tersebut dinamakan ....
   A. Nilai angka C. Nulai kuintatif
   B. Nilai tempat D. Nilai kualitatif

5. Nilai angka 3 pada bilangan 253167 adalah ...
   A. 30. C. 3000.
   B. 300. D. 30000.

6. Nilai tempat dari lambang bilangan 3184625 berikut ini benar, kecuali ...
   A. 6 di tempat ratusan.
   C. 2 di tempat puluhan.

B. 8 di tempat ratus ribuan.

D. 3 di tempat jutaan.

7. Lambang bilangan berdasarkan nilai tempat berikut ini adalah ...

3 di tempat ribuan. 4 di tempat ratus ribuan.

7 di tempat puluhan. 8 di tempat satuan.

1 di tempat ratusan. 6 di tempat puluh ribuan.

A. 463178.

C. 436178.

B. 643178.

D. 461378.

8. Penulisan bentuk panjang dari lambang bilangan 70820594 adalah ...

A. 70000000 + 800000 + 20000 + 500 + 90 + 4.

B. 7000000 + 800000 + 20000 + 500 + 90 + 4.

C. 7000000 + 800000 + 2000 + 500 + 90 + 4.

D. 7000000 + 800000 + 2000 + 500 + 90 + 4.

9. Pernyataan di bawah ini benar, kecuali ...

A. 4314562 > 4298937

C. 4378293 < 4379001

B. 1308751 > 1299869

D. 2801347 < 2900123

10. Lambang bilangan dari *"dua puluh tiga juta tujuh puluh empat ribu lima ratus dua puluh tujuh"* adalah ...

A. 23704527

C. 2374527

B. 23074527

D. 23740527

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{5} \times 100\%$$

Makna dari tingkat penguasaan Anda adalah:

90% - 100% = Baik Sekali
80% - 89% = Baik
70% - 79% = Cukup
< 70% = Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

Bilangan Cacah

A. Pengertian Bilangan Cacah

Sebelum kita pelajari tentang bilangan cacah beserta operasi hitung dan sifat-sifatnya, ada baiknya kita ingat kembali tentang pengantar bilangan asli dan bilangan cacah yang telah dikemukakan pada Kegiatan Belajar 1, sebagai berikut:

- Himpunan semua bilangan asli yang dinotasikan dengan A, adalah:
  A = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, … }
  Perhatikan bahwa bilangan asli yang *terkecil* adalah 1, tetapi bilangan asli tidak ada yang terbesar. Selisih antara dua buah bilangan asli yang berurutan adalah 1.
- Himpunan semua bilangan cacah yang dinotasikan dengan C, adalah:
  C = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, … }
  Perhatikan bahwa bilangan cacah yang *terkecil* adalah 0, tetapi bilangan cacah tidak ada yang terbesar. Selisih antara dua buah bilangan cacah yang berurutan adalah 1.

Kalau kita perhatikan, bahwa jika ke dalam himpunan bilangan asli A, kita masukkan bilangan nol (lambangnya 0), maka akan didapatkan himpunan bilangan baru, yang dinamakan himpunan bilangan cacah.

B. Operasi Hitung Dan Sifatnya

Pada bagian ini akan kita pelajari beberapa sifat penting yang berlaku pada suatu operasi hitung. Operasi hitung yang dimaksud di sini adalah penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Marilah kita pelajari operasi-operasi hitung tersebut beserta sifat-sifatnya.

(1) Penjumlahan dan Sifatnya

Pengerjaan operasi penjumlahan antara dua bilangan atau lebih sudah sangat biasa kita kenali, bukan saja di bangku sekolah tetapi juga mungkin di dalam kehidupan sehari-hari sebelum anak mengenal sekolah. Perhatikan contoh berikut ini:

- Ada 3 anak sedang bermain di halaman sebuah rumah. Kemudian datang lagi anak bernama Arif dan Irfan ikut bergabung bermain di halaman rumah tersebut. Berapa anak

yang sedang bermain di halaman rumah sekarang?

- Saat waktu sholat dhuhur, ada 5 orang tengah melakukan sholat secara berjamaah di Mesjid Al-Hidayah. Kemudian menyusul 3 orang bergabung melakukan shalat berjamaah. Sekarang, berapa orang yang melakukan sholat berjamaah tersebut?

Itulah contoh-contoh persoalan yang mungkin dapat kita temui dalam kehidupan sehari-hari, yang penyelesaiannya memerlukan pengetahuan tentang operasi penjumlahan. Selanjutnya marilah kita pelajari bersama tentang sifat-sifat dari operasi penjumlahan bilangan cacah. Berikut adalah sifat-sifatnya:

a. Bersifat Tertutup

Untuk memahami sifat tertutup bilangan cacah, coba Anda jawab soal-soal berikut ini:

(i) Hitunglah 17 + 28.
Apakah hasil dari 17 + 28 merupakan bilangan cacah?

(ii) Hitunglah 329 + 426.
Apakah hasil dari 329 + 426 merupakan bilangan cacah?

(iii) Jika a dan b adalah bilangan cacah, apakah $a + b$ juga merupakan bilangan cacah?

Cocokkan jawaban Anda dengan keterangan berikut:

(i) 17 + 28 = 45, 45 merupakan bilangan cacah.

(ii) 329 + 426 = 755, 755 merupakan bilangan cacah.

(iii) Dengan memperhatikan jawaban (i) dan (ii), dapat diduga bahwa jika a dan b adalah bilangan cacah, maka hasil dari ($a + b$) juga merupakan bilangan cacah.

Silahkan Anda ambil beberapa contoh lain yang serupa. Dari contoh-contoh tersebut, bisa dikatakan bahwa kalau kita ambil dua bilangan cacah sebarang, maka hasil jumlah dari dua bilangan tersebut pastilah merupakan bilangan cacah juga. Sehingga secara umum, bisa dikatakan bahwa:

Jika a dan b bilangan-bilangan cacah sebarang, maka hasil jumlah (a + b) merupakan bilangan cacah juga.

b. Bersifat Komutatif

Untuk memahami sifat komutatif bilangan cacah, coba Anda jawab soal-soal berikut ini:

(i) Hitunglah 29 +36 dan 36 + 29.
Apakah 29 +36 = 36 + 29.

(ii) Hitunglah 273 +461 dan 461 + 273.
Apakah 273 +461 = 461 + 273.

(iii) Jika a dan b adalah bilangan cacah, apakah $a + b = b + a$.

Cocokkan jawaban Anda dengan keterangan sebagai berikut:

(i) 29 + 36 = 65 dan 36 + 29 = 65, sehingga 29 +36 = 36 + 29.

(ii) 273 + 461 = 734 dan 461 + 273 = 734,
sehingga 273 +461 = 461 + 273.

(iii) Dengan memperhatikan jawaban (i) dan (ii) dapat diduga bahwa, jika a dan b adalah bilangan cacah, maka $a + b = b + a$.

Silahkan Anda ambil beberapa contoh lain yang serupa. Dengan memperhatikan contoh-contoh tersebut, maka secara umum bisa dikatakan bahwa:

Jika a dan b bilangan-bilangan cacah sebarang, maka: a + b = b + a.

c. Bersifat Assosiatif

Untuk memahami sifat assosiatif bilangan cacah, coba Anda jawab soal-soal berikut ini:

(i) Hitunglah (7 + 8) + 10 dan 7 + (8 + 10).
Apakah (7 + 8) + 10 = 7 + (8 + 10).

(ii) Hitunglah (125 + 213) + 187 dan 125 + (213 + 187).
Apakah (125 + 213) + 187 dan 125 + (213 + 187).

(iii) Jika a, b, dan c adalah bilangan cacah, apakah $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Cocokkan jawaban Anda dengan keterangan sebagai berikut:

(i) (7 + 8) + 10 = 15 + 10 = 25 dan
7 + (8 + 10) = 7 + 18 = 25, sehingga (7 + 8) + 10 = 7 + (8 + 10).

(ii) (125 + 213) + 187 = 338 + 187 = 525 dan
125 + (213 + 187) = 125 + 400 = 525, sehingga
(125 + 213) + 187 = 125 + (213 + 187).

(iii) Dengan memperhatikan jawaban (i) dan (ii) dapat diduga bahwa, jika a, b, dan c adalah bilangan cacah maka $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Silahkan Anda ambil beberapa contoh lain yang serupa. Dengan memperhatikan contoh-contoh tersebut, maka secara umum bisa dikatakan bahwa:

Jika a, b, dan c bilangan-bilangan cacah sebarang, maka:
$(a + b) + c = a + (b + c)$.

d. Memiliki Unsur Identitas

Bilangan nol memiliki sifat yang istimewa di dalam penjumlahan. Tahukah Anda sifat bilangan nol pada operasi penjumlahan tersebut? Untuk mengetahui *sifat bilangan nol* pada operasi penjumlahan, jawablah soal-soal berikut :

(i) Hitunglah 25 + 0 dan 0 + 25.
Apakah 25 + 0 = 0 + 25 = 25.

(ii) Hitunglah 175 + 0 dan 0 + 175.
Apakah 175 + 0 = 0 + 175 = 175.
(iii) Jika a bilangan cacah, apakah $a + 0 = 0 + a = a$.

Cocokkan jawaban Anda dengan keterangan sebagai berikut:
(i) 25 + 0 = 25 dan 0 + 25 = 25, sehingga 25 + 0 = 0 + 25 = 25.
(ii) 175 + 0 = 175 dan 0 + 175 = 175, sehingga 175 + 0 = 0 + 175 = 175.
(iii) Dari jawaban (i) dan (ii) dapat diduga bahwa untuk sebarang bilangan cacah a, maka $a + 0 = 0 + a = a$.

Berdasarkan contoh di atas, dapat dikatakan bahwa pada operasi penjumlahan bilangan cacah memiliki unsur identitas yaitu 0, sebab untuk sebarang bilangan cacah jika kita jumlahkan dengan 0 maka hasilnya adalah bilangan cacah semula. secara umum bisa dikatakan bahwa:

Jika a bilangan cacah sebarang, maka: a + 0 = 0 + a = a.

Sampai di sini kita telah mempelajari operasi penjumlahan beserta sifat-sifatnya pada himpunan bilangan cacah.

(2) Pengurangan sebagai Operasi Kebalikan dari Penjumlahan

Pengerjaan operasi pengurangan pun tentu Anda sudah sangat mengenalnya, bukan saja di bangku sekolah tetapi juga mungkin di dalam kehidupan sehari-hari sebelum anak mengenal sekolah. Perhatikan contoh berikut ini:

- Ibu Fatimah membeli dua kilogram beras seharga Rp 3000,00. Kemudian Ibu Fatimah memberikan uang Rp 5000,00. Sekarang, berapa rupiah kembalian yang harus diterima Ibu Fatimah dari penjual beras tersebut?
- Ali memiliki 7 buah kelerang, kemudian 2 kelerang diberikan terhadap adiknya. Berapa buah sisa kelereng Ali sekarang?

Contoh-contoh persoalan seperti di atas, tentunya dengan mudah bisa Anda selesaikan secara baik. Oleh karena itu di dalam bagian ini, marilah kita lihat *hubungan* antara *pengurangan* dan *penjumlahan*. Coba Anda pelajari contoh berikut ini.

Contoh1:
Misalkan a adalah bilangan cacah. Tentukan nilai a yang memenuhi kalimat $a + 15 = 25$.

Penyelesaian:
Nilai a yang memenuhi kalimat $a + 15 = 25$ adalah 10, sebab 10 + 15 = 25 merupakan kalimat yang benar.
Untuk mencari nilai a pada soal di atas, dapat dilakukan dengan berbagai cara. Apakah

Anda dapat memberikan cara-cara menyelesaikan soal tersebut?

Dari berbagai macam cara yang bisa dilakukan untuk menyelesaikan persoalan di atas, ada dua cara yang penting untuk Anda cermati, yaitu dengan memikirkan pertanyaan berikut:

a. Bilangan manakah yang ditambahkan kepada 15 menghasilkan 25. Atau,
b. Berapakah 25 – 15.

Jawaban kedua pertanyaan itu tentulah 10. Cara yang *pertama* (*a*) bergantung pada *penjumlahan,* sedangkan cara yang kedua (*b*) bergantung pada *pengurangan.* Anda dapat melihat bahwa mengurangi 25 dengan 15 *sama artinya* dengan mencari bilangan bilangan yang harus *ditambahkan* kepada 15 untuk memperoleh 25. Atau Anda dapat katakan juga bahwa:

Pengurangan disebut sebagai operasi kebalikan dari penjumlahan.

Oleh karena itu, maka kalimat 25 – 15 = 10 *sama artinya* dengan 10 + 15 = 25, dan biasanya dituliskan dengan singkat sebagai:

$25 - 15 = 10 \Leftrightarrow 10 + 15 = 25$,

tanda atau simbol "⇔" dibaca "ekuivalen" yang berarti "sama artinya".

Contoh 2:

Tuliskan kalimat *pengurangan* yang *sama artinya* dengan kalimat penjumlahan berikut:

a. 450 + 250 = 700. b. 500 = 375 + 125.

Penyelesaian:

a. Kalimat pengurangan yang *sama artinya* dengan 450 + 250 = 700 adalah 700 – 450 = 250 atau 700 – 250 = 450, dan dapat dituliskan sebagai:
   $450 + 250 = 700 \Leftrightarrow 700 - 450 = 250$ atau
   $450 + 250 = 700 \Leftrightarrow 700 - 250 = 450$.

b. Kalimat pengurangan yang *sama artinya* dengan 500 = 375 + 125 adalah 500 – 375 = 125 atau 500 – 125 = 375, dan dapat dituliskan sebagai:
   $500 = 375 + 125 \Leftrightarrow 500 - 375 = 125$ atau
   $500 = 375 + 125\ 500 - 125 = 375$.

Contoh 3:

Tuliskan kalimat *penjumlahan* yang *sama artinya* dengan kalimat pengurangan berikut :

a. 875 – 225 = 650. b. 350 = 600 – 250.

Penyelesaian:

a. Kalimat *penjumlahan* yang *sama artinya* dengan 875 – 225 = 650 adalah 875 = 650 + 225 atau 650 + 225 = 875, dan dapat dituliskan sebagai:
875 – 225 = 650 ⇔ 875 = 650 + 225 atau
875 – 225 = 650 ⇔ 650 + 225 = 875.

b. Kalimat *penjumlahan* yang *sama artinya* dengan 350 = 600 – 250 adalah 350 + 250 = 600 atau 600 = 350 + 250, dan dapat dituliskan sebagai:
350 = 600 – 250 ⇔ 350 + 250 = 600 atau
350 = 600 – 250 ⇔ 600 = 350 + 250.

Sifat-Sifat Pengurangan

a. Coba Anda pikirkan, apakah operasi pengurangan tertutup pada bilangan cacah? Misalnya Anda ambil 5 – 7 = -2, kalimat tersebut memperlihatkan bahwa 5 dan 7 adalah bilangan cacah, akan tetapi –2 bukan merupakan bilangan cacah. Contoh yang lain, 25 – 38 = -13, pada kalimat tersebut 25 dan 38 merupakan bilangan cacah, akan tetapi –13 bukan merupakan bilangan cacah. Kedua contoh tersebut memperlihatkan bahwa selisih dua bilangn cacah tidak mengasilkan bilangan cacah lagi. Sehingga dapat dikatakan bahwa operasi pengurangan pada bilangan cacah tidak bersifat tertutup.
b. Apakah operasi pengurangan bersifat komutatif? Misalkan diambil dua bilangan cacah 10 dan 45. Coba Anda perhatikan, apakah 10 – 45 = 45 – 10. Tentu saja tidak, karena 10 – 45 = -35 sedangkan 45 – 10 = 35. Contoh tersebut memperlihatkan bahwa 10 – 45 ≠ 45 – 10. Hal ini menunjukkan bahwa operasi pengurangan tidak bersifat komutatif pada bilangan cacah.

Untuk sifat-sifat yang lainnya, coba Anda pelajari sendiri dan kemudian diskusikan dengan teman-teman Anda. Selamat mencoba!

(3) Perkalian dan Sifatnya

Seperti halnya operasi penjumlahan dan pengurangan, operasi perkalian antara dua bilangan atau lebih sudah sangat biasa kita kenali, baik di bangku sekolah maupun di dalam kehidupan keseharian kita. Perhatikan contoh berikut ini:

- Ibu Khodijah memiliki 4 dus telur. Masing-masing dus tersebut berisi 6 butir telur. Berapa jumlah telur dari keempat dus tersebut?
- Untuk melengkapi jamuan di Hari Raya Idul Fitri, Ibu Fathiyah membeli 3 dus air mineral gelas. Masing-masing dus berisi 48 buah air mineral gelas. Berapa jumlah air mineral gelas dari ketiga dus yang dibeli Ibu Fathiyah?
- Zaki bersekolah di SD Bina Putra. SD Bina Putra terdiri dari 18 kelas, dengan tiap kelas memiliki 15 meja belajar. Berapa jumlah meja belajar yang ada di sekolah Zaki?

Itulah beberapa contoh persoalan yang mungkin dapat Anda temui dalam kehidupan sehari-hari, yang penyelesaiannya memerlukan pengetahuan tentang operasi perkalian. Coba Anda perhatikan daftar berikut yang memperlihatkan hasil operasi perkalian dari tiap-tiap pasang bilangan pada himpunan {0, 1, 2, 3, 4, 5}.

x	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5
2	0	2	4	6	8	10
3	0	3	6	9	12	15
4	0	4	8	12	16	20
5	0	5	10	15	20	25

Dari daftar perkalian di atas, ada beberapa hal yang menarik, yaitu:

a. Hasil perkalian itu tersebar secara simetris terhadap diagonal utamanya. Yaitu bilangan-bilangan yang ada di bawah diagonal utama *sama dengan* bilangan-bilangan yang seletak yang ada di atas diagonal utama tersebut. Misalnya bilangan yang ada di baris 5 kolom 2 sama dengan bilangan yang ada pada kolom 5 baris 2, yaitu bilangan 5.

b. Hasil perkalian suatu bilangan dengan *nol* seperti terlihat sebagai berikut:

0 x 0 = 0   1 x 0 = 0
0 x 1 = 0   2 x 0 = 0
0 x 2 = 0   3 x 0 = 0
0 x 3 = 0   4 x 0 = 0
0 x 4 = 0   5 x 0 = 0
0 x 5 = 0

Dengan memperhatikan hasil itu, ternyata bahwa *setiap* bilangan yang menjadi anggota himpunan itu jika dikalikan dengan *nol* menghasilkan *nol*, yaitu 0 x *a* = *a* x 0 = 0 dengan *a* menyatakan suatu anggota dari {0, 1, 2, 3, 4, 5}.

c. Hasil perkalian bilangan dengan *satu* seperti berikut:

1 x 0 = 0   0 x 1 = 0
1 x 1 = 1   1 x 1 = 1
1 x 2 = 2   2 x 1 =2
1 x 3 = 3   3 x 1 =3
1 x 4 = 4   4 x 1 =4
1 x 5 = 5   5 x 1 =5

Dengan memperhatikan hasil tersebut, ternyata bahwa *setiap bilangan* yang menjadi anggota himpunan itu jika dikalikan dengan *satu* menghasilkan bilangan itu sendiri, yaitu 1 x a = a x 1 = a dengan a menyatakan suatu anggota dari himpunan {0 , 1, 2, 3, 4, 5}.

d. Dari daftar perkalian di atas terlihat bahwa:

2 x 5 = 5 x 2 = 10

3 x 5 = 5 x 3 = 15

4 x 5 = 5 x 4 = 20

Hasil tersebut memperlihatkan bahwa jika *sebarang dua bilangan* dari himpunan {0 , 1, 2, 3, 4, 5} dikalikan, maka *urutan bilangan* yang dikalikan itu tidak mengubah hasilnya. Dengan kata lain, untuk setiap bilangan a dan b anggota dari {0 , 1, 2, 3, 4, 5} maka $a \times b = b \times a$, sehingga dapat dikatakan bahwa perkalian mempunyai sifat komutatif.

Keempat hal yang menarik dari daftar perkalian pada {0 , 1, 2, 3, 4, 5} di atas tetap berlaku jika operasi perkalian diteruskan pada himpunan bilangan cacah {0 , 1, 2, 3, 4, 5, ...}. Oleh karena itu, untuk setiap bilangan cacah a dan b maka berlaku:

a. Sifat bilangan 0 pada perkalian

$0 \times a = a \times 0 = 0$.

b. Memiliki unsur identitas

Bilangan 1 merupakan unsur identitas untuk perkalian, yakni $1 \times a = a \times 1 = a$.

c. Bersifat komutatif

$a \times b = b \times a$.

d. Bersifat assosiatif

Untuk memahami, apakah *perkalian* memiliki sifat *assosiatif* atau tidak. Coba Anda hitung perkalian sebagai berikut:

(i) (20 x 4) x 50 dan 20 x (4 x 50).

(ii) (50 x 8) x 10 dan 50 x (8 x 10) .

Cocokan jawabannya dengan keterangan berikut:

(i) (20 x 4) x 50 = 80 x 50 = 4000

20 x (4 x 50) = 20 x 200 = 4000.

(ii) (50 x 8) x 30 = 400 x 30 = 12000

50 x (8 x 30) = 50 x 240 = 12000.

Dari hasil tersebut, ternyata bahwa (20 x 4) x 50 = 20 x (4 x 50) dan (50 x 8) x 30 = 50 x (8 x 30), dan tentunya dapat Anda duga bahwa *perkalian mempunyai sifat assosiatif.* Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa: untuk setiap bilangan cacah a, b, dan c berlaku $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$, yang menunjukan bahwa perkalian mempunyai sifat assosiatif.

e. Bersifat Tertutup

Seperti halnya operasi penjumlahan, operasi perkalian pun bersifat tertutup. Untuk lebih memahami sifat tertutup bilangan cacah terhadap operasi perkalian, coba Anda jawab soal-

soal berikut ini:

(i) Hitunglah (15 x 60)
Apakah hasil dari (15 x 60) merupakan bilangan cacah?

(ii) Hitunglah (129 x 723)
Apakah hasil dari (129 x 723) merupakan bilangan cacah?

(iii) Jika *a* dan *b* adalah bilangan cacah, apakah *a* x *b* juga merupakan bilangan cacah?

Cocokkan jawaban Anda dengan keterangan sebagai berikut:

(i) 15 x 60 = 900
900 merupakan bilangan cacah.

(ii) 129 x 723 = 93267
93267 merupakan bilangan cacah.

(iii) Dengan memperhatikan jawaban (i) dan (ii), dapat diduga bahwa jika a dan *b* adalah bilangan cacah, maka hasil dari (*a* x *b*) juga merupakan bilangan cacah.

Coba Anda ambil beberapa contoh lain yang serupa. Dari contoh-contoh tersebut, dapat diduga bahwa kalau diambil dua bilangan cacah sebarang, maka hasil kali dari dua bilangan tersebut merupakan bilangan cacah juga. Sehingga secara umum bisa disimpulkan bahwa:

Jika a dan b bilangan-bilangan cacah sebarang, maka
hasil perkalian (a x b) merupakan bilangan cacah.

f. Bersifat distributif perkalian terhadap penjumlahan

Sifat distributif sebagai sifat yang *menghubungkan perkalian* dan *penjumlahan* atau *pengurangan* pada bilangan-bilangan cacah. Untuk mendapatkan gambaran tentang sifat distributif, coba Anda jawab soal berikut ini:

Melengkapi persiapan buka bersama di mesjid Al-Amanah, Ikhsan membeli aqua botol dan kue donat masing-masing sebanyak 50 buah. Jika harga satu botol aqua Rp. 1500,00 dan harga satu buah kue donat Rp. 2000,00. Berapakah rupiah uang yang harus dikeluarkan Ikhsan untuk membeli aqua dan kue donat tersebut?

Cocokkan jawaban Anda dengan keterangan sebagai berikut:

Untuk menghitung uang yang harus dikeluarkan Ikhsan untuk membeli aqua dan kue donat tersebut, dapat dilakukan dengan dua cara:

(i) (50 x 1500) + (50 x 2000) = 75.000 + 100.000 = 175.000,00.
Jadi Ikhsan harus mengeluarkan uang Rp. 175.000,00 untuk membeli aqua dan kue donat tersebut.

(ii) Karena jumlah harga 1 botol aqua dan 1 buah kue donat adalah 1500 + 2000 = 3500 maka uang yang harus dikeluarkan Ikhsan sebesar 50 x (1500 + 2000) = 50 x 3500 =175.000

Jadi Ikhsan harus mengeluarkan uang Rp. 175.000,00 untuk membeli aqua dan kue donat tersebut.

Dari kedua cara di atas ternyata bahwa hasil tersebut dapat dituliskan sebagai berikut :

(50 x 1500) + (50 x 2000) = 50 x (1500 + 2000)
atau
50 x (1500 + 2000) = (50 x 1500) + (50 x 2000)

Contoh di atas tersebut menjelaskan *sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan*. Secara umum, bisa dikatakan bahwa:

Jika a, b, dan c bilangan-bilangan cacah sebarang, maka:
a x (b + c) = a x b + a x c
(a + b) x c = a x c + b x c

Untuk memahami *sifat distributif perkalian terhadap pengurangan,* coba Anda kerjakan soal berikut ini:

(i) Hitunglah (20 x 75) - (20 x 25).
(ii) Hitunglah 20 x (75 - 25).
(iii) Dari jawaban (i) dan (ii), apakah (20 x 75) - (20 x 25) = 20 x (75 - 25).
(iv) Apakah Anda dapat menyebutkan *sifat* yang menghubungkan perkalian dan pengurangan dari hasil yang diperoleh itu? Sifat apakah itu?

Cocokkan jawaban Anda dengan keterangan sebagai berikut:

(i) (20 x 75) - (20 x 25) = 1500 – 500 = 1000.
(ii) 20 x (75 - 25) = 20 x 50 = 1000.
(iii) Dengan memperhatikan jawaban a dan b di atas, ternyata:
(20 x 75) - (20 x 25) = 20 x (75 - 25).
(iv) Dari jawaban (iii) dapat diduga bahwa sifat *distributif perkalian* terhadap *pengurangan* berlaku di dalam himpunan bilangan cacah.

Contoh di atas mengarahkan kepada kita bahwa:
Jika a, b, dan c bilangan-bilangan cacah sebarang, maka:
a x (b - c) = a x b – a x c
(a - b) x c = a x c – b x c

(4) Pembagian sebagai Operasi Kebalikan dari Perkalian

Pada bahasan di atas telah Anda ketahui bahwa *pengurangan merupakan operasi kebalikan dari penjumlahan*. Sekarang, apakah *pembagian* merupakan *kebalikan* dari *perkalian*? Jawablah pertanyaan tersebut, kemudian diskusikan jawaban Anda dengan teman-teman Anda! Tulislah pada buku catatan Anda, hasil diskusi tersebut. Jika telah selesai, sekarang

ikutilah penejelasan berikut, dan pikirkanlah jawabannya untuk pertanyaan-pertanyaan yang diajukannya.

Jika a suatu bilangan cacah, tentukanlah nilai a sehingga kalimat $a \times 8 = 72$ manjadi kalimat yang benar. Untuk menjawab pertanyaan tersebut, ada beberapa cara yang dapat dilakukan, *dua* cara diantaranya adalah dengan memikirkan *jawaban* untuk pertanyaan berikut:

a. Bilangan manakah yang jika dikalikan dengan 8 hasilnya 72. Atau,
b. Berapakah hasil dari 72 : 8.

Jawaban dari pertanyaan (a) dan (b) pastilah 9, karena 9 x 8 = 72 dan 72 : 8 = 9. Cara pertama (a) bergantung pada perkalian, dan cara kedua (b) bergantung pada pembagian. Dari kedua cara yang dikemukakan tersebut, maka dapat dilihat bahwa membagi 72 dengan 8 sama artinya dengan mencari bilangan yang harus dikalikan 8 untuk memperoleh 72. Hal ini menunjukkan bahwa: pembagian adalah operasi kebalikan dari perkalian. Sehingga, pernyataan 72 : 8 = 9 sama artinya dengan 9 x 8 = 72 atau 72 : 8 = 9 ⍰ 9 x 8 = 72.

Contoh 4:

Tentukan kalimat perkalian yang sama artinya dengan kalimat berikut:

(i) 125 : 5 = ….
(ii) 600 : 150 = ….

Penyelesaian:

(i) 125 : 5 = 25⇔25 x 5 = 125
atau
125 : 5 = 25⇔ 5 x 25 = 125.
(ii) 600 : 150 = 4⇔ 150 x 4 = 600
atau
600 : 150 = 4 ⇔4 x 150 = 600.

Sifat-Sifat Pembagian

a. Pembagian dengan nol

Untuk memperoleh jawaban 45 : 5, Anda harus menemukan *suatu bilangan* yang jika dikalikan 5 menghasilkan 45, atau Anda harus mencari pengganti a sehingga a x 5 = 45. Tentu saja jawabannya yaitu a = 9 karena 9 x 5 = 45.

Sekarang bagaimana untuk mencari jawaban 45 : 0. Untuk memperoleh jawaban 45 : 0, Anda harus mencari *suatu bilangan* yang jika dikalikan dengan 0 menghasilkan 45. Atau Anda harus mencari a sehingga a x 0 = 45. Ternyata *tidak ada satu pun* pengganti a, sehingga a x 0 = 45. Jadi dapat dikatakan bahwa : *pembagian dengan nol tidak didefinisikan.*

b. Coba Anda pikirkan, apakah operasi pembagian tertutup pada bilangan cacah? Misalnya Anda ambil 15 : 2 = 7,5, kalimat tersebut memperlihatkan bahwa 15 dan 2 adalah bilangan cacah, akan tetapi 7,5 bukan merupakan bilangan cacah. Contoh yang lain, 21 : 4 = 5,25, pada kalimat tersebut 21 dan 4 merupakan bilangan cacah, akan tetapi 5,25 bukan merupakan bilangan cacah. Kedua contoh tersebut memperlihatkan bahwa hasil bagi dua bilangan cacah tidak menghasilkan bilangan cacah lagi. Sehingga dapat dikatakan bahwa *operasi pembagian pada bilangan cacah tidak bersifat tertutup.*

c. Apakah operasi pembagian bersifat komutatif? Misalkan diambil dua bilangan cacah 20 dan 10, coba Anda perhatikan, apakah 20 : 10 = 10 : 20. Tentu saja, tidak. Karena 20 : 10 = 2 sedangkan 10 : 20 = 0,5. Contoh tersebut memperlihatkan bahwa 20 : 10 $\neq$ 10 : 20. Hal ini menunjukan bahwa operasi pembagian tidak bersifat komutatif pada bilangan cacah.

Untuk sifat-sifat yang lainnya, coba Anda pelajari sendiri dan kemudian diskusikan dengan teman-teman Anda. Selamat mencoba!

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Tuliskan himpunan-himpunan yang ditentukan berikut:
   a. Bilangan ganjil yang kurang dari 15.
   b. Bilangan prima di antara 10 dan 25.
   c. Bilangan pangkat dua yang lebih dari 10 dan kurang dari 50.
2. Andaikan simbol "♦" menyatakan operasi "tambahkan 2 pada bilangan pertama, kemudian kalikan hasilnya dengan bilangan kedua", maka carilah hasil operasi 9 ♦ 5.
3. Jika diketahui barisan bilangan 0, 2, 8, 18, 32, 50, ... maka carilah bilangan yang jadi suku berikutnya.
4. Selisih dua bilangan adalah 30. Besar bilangan pertama adalah sama dengan tiga kali bilangan kedua. Bilangan berapakah itu?

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. a. Himpunan bilangan ganjil yang kurang dari 15 adalah {1,3,5,7,9,11,13}.
   b. Himpunan bilangan prima di antara 10 dan 25 adalah {11, 13,17, 19, 23}.
   c. Himpunan bilangan pangkat dua yang lebih dari 10 dan kurang dari 50 adalah {16, 25, 36, 49}.
2. Simbol "♦" menyatakan operasi "tambahkan 2 pada bilangan pertama, kemudian kalikan hasilnya dengan bilangan kedua", sehingga:

9 ♦ 5 = (9 + 2) x 5 = 11 x 5 = 55.

3. Coba Anda perhatikan pola barisan bilangan berikut:

0	= 2 x 0	= 2 x (0 x 0)
2	= 2 x 1	= 2 x (1 x 1)
8	= 2 x 4	= 2 x (2 x 2)
18	= 2 x 9	= 2 x (3 x 3)
32	= 2 x 16	= 2 x (4 x 4)
50	= 2 x 25	= 2 x (5 x 5)
M	M	M

ternyata barisan bilangan tersebut adalah 2 x n x n, dengan n adalah anggota bilangan cacah. Bilangan 50 adalah untuk n = 5, maka suku berikutnya, yakni untuk n = 6 didapat bilangan 2 x 6 x 6 = 72.

4. Misalkan a = bilangan pertama dan b = bilangan kedua.
(i) a – b = 30
(ii) a = 3b
Substitusikan a = 3b pada persamaan (ii) ke variabel a di persamaan (i), sehingga diperoleh:
a – b = 30, a = 3b.
3b – b = 30 2 ⇔ b = 30
⇔ b = 15
diperoleh: a = 3b = 3 x 15 = 45.
Sehingga untuk bilangan yang pertama adalah 45, dan bilangan yang kedua adalah 15.

Rangkuman

1. Himpunan semua bilangan cacah yang dinotasikan dengan C, adalah:
C = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, … }
2. Sifat-sifat penjumlahan bilangan cacah:
   a. Bersifat tertutup. *Jika a dan b bilangan-bilangan cacah sebarang, maka hasil jumlah (a + b) merupakan bilangan cacah juga.*
   b. Bersifat komutatif. *Jika a dan b bilangan-bilangan cacah sebarang, maka: a + b = b + a.*
   c. Bersifat asosiatif. *Jika a, b, dan c bilangan-bilangan cacah sebarang, maka: (a + b) + c = a + (b + c).*
   d. Memiliki unsur identitas yaitu 0. *Jika a bilangan cacah sebarang, maka: a + 0 = 0 + a = a.*

3. Sifat-sifat pengurangan bilangan cacah:
   a. Tidak bersifat tertutup.
   b. Tidak bersifat komutatif.
   c. Tidak bersifat asosiatif.
   d. Tidak memiliki unsur identitas

4. Sifat-sifat perkalian bilangan cacah:
   a. Sifat bilangan 0 pada perkalian, yaitu 0 x *a* = *a* x 0 = 0.
   b. Bersifat tertutup. *Jika a dan b bilangan-bilangan cacah sebarang, maka* hasil perkalian (a x b) merupakan bilangan cacah.
   c. Bersifat komutatif. *Jika a dan b bilangan-bilangan cacah sebarang, maka: a x b = b x a.*
   d. Bersifat asosiatif. *Jika a, b, dan c bilangan-bilangan cacah sebarang, maka: (a x b) x c = a x (b x c).*
   e. Memiliki unsur identitas yaitu 1. *Jika a bilangan cacah sebarang, maka: a x* 1 = 1 *x a = a.*
   f. Bersifat distributif perkalian terhadap penjumlahan. *Jika a, b, dan c bilangan-bilangan cacah sebarang, maka: a x (b + c) = a x b + a x c* dan *(a + b) x c = a x c + b x c.*
   g. Bersifat distributif perkalian terhadap pengurangan. *Jika a, b, dan c bilangan-bilangan cacah sebarang, maka:*
      a x (b - c) = a x b – a x c dan *(a - b) x c = a x c – b x c.*

5. Sifat-sifat pembagian bilangan cacah:
   a. Tidak bersifat tertutup.
   b. Tidak bersifat komutatif.
   c. Tidak bersifat asosiatif.
   d. Tidak memiliki unsur identitas.

TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Diketahui barisan bilangan 81, 72, 63, 54, ...
   Di antara bilangan-bilangan di bawah ini manakah yang akan jadi suku berikutnya:
   A. 43 C. 45
   B. 44 D. 46

2. Andaikan simbol "♦" menyatakan "kalikan bilangan pertama dengan lima, kemudian jumlahkan hasilnya dengan bilangan kedua", maka hasil dari 9 ♦ 4 adalah ...
   A. 48 C. 50
   B. 49 D. 51

3. Andaikan simbol "Θ" menyatakan "kalikan bilangan pertama dengan bilangan kedua, kemudian kurangkan hasilnya dengan bilangan kedua", maka hasil dari 15 Θ 7 adalah ...
   A. 84 C. 98
   B. 92 D. 105

4. Andaikan simbol "∇" menyatakan "pangkatkan tiga untuk bilangan pertama, kemudian bagilah hasilnya dengan dua kali bilangan kedua", maka hasil dari 16 ∇ 4 adalah ...
   A. 512 C. 1024
   B. 768 D. 1242

5. Diketahui barisan bilangan 1, 3, 7, 13, 21, ...
   Di antara bilangan-bilangan di bawah ini manakah yang akan jadi suku berikutnya?
   A. 41 C. 45
   B. 43 D. 47

6. Pernyataan-pernyataan berikut salah, kecuali ...
   A. Semua bilangan cacah jika dibagi dengan dua selalu menghasilkan bilangan genap.
   B. Dalam bilangan cacah, operasi penjumlahan dan perkalian bersifat tertutup.
   C. Dalam bilangan cacah, operasi penjumlahan dan pengurangan bersifat tertutup.
   D. Dalam bilangan cacah, operasi perkalian tidak selalu bersifat tertutup.

7. Dalam operasi bilangan cacah, terdapat sifat-sifat operasi, diantaranya: *tertutup, komutatif, assosiatif,* dan *memiliki unsur identitas.* Dari sifat-sifat tersebut sifat manakah yang berlaku pada operasi penjumlahan tetapi tidak berlaku pada operasi pengurangan.

A. *tertutup, assosiatif,* dan *komutatif.*
B. *tertutup, assosiatif,* dan *memiliki unsur identitas.*
C. *komutatif, assosiatif,* dan *memiliki unsur identitas.*
D. jawaban a, b, dan c semuanya benar.

8. Ibu Irma membeli satu dus susu berisi 40 kotak dengan harga Rp 6500,00. Jika susu tersebut ia jual kembali dengan harga Rp 1800,00 untuk setiap kotaknya. Berapa keuntungan yang didapatkan, jika susu tersebut habis terjual?
   A. Rp 7000,00
   C. Rp 8000,00
   B. Rp 7500,00
   D. Rp 8500,00

9. Ibu Rini mempunyai uang sebesar Rp 367.500,00. Uang tersebut dibagikan sama banyaknya kepada tiga anaknya. Oleh salah seorang anaknya uang tersebut dibelikan dua pasang sepatu, sehingga uangnya bersisa Rp 27.500,00. Harga sepasang sepatu tersebut adalah ...
   A. Rp 37.500,00
   C. Rp 61.250,00
   B. Rp 47.500,00
   D. Rp 95.000,00

10. Jumlah dua bilangan adalah 42. Besar bilangan pertama adalah sama dengan dua kali bilangan kedua. Jika bilangan terbesar dari kedua bilangan itu dibagi dengan 7, maka hasilnya adalah ...
   A. 2 C. 4
   B. 3 D. 5

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{5} \times 100\%$$

Makna dari tingkat penguasaan Anda adalah:

90% - 100% = Baik Sekali
80% - 89% = Baik
70% - 79% = Cukup
< 70% = Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 3. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama pada bagian yang belum dikuasai

FPB dan KPK

Pada pertemuan yang telah lalu, kita telah belajar tentang operasi-operasi pada bilangan cacah. Marilah kita bicarakan permasalahan FPB dan KPK, tentunya pada konteks himpunan bilangan asli, yaitu: A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}.

A. Faktordan Faktor Persekutuan

Untuk memahami yang dinamakan faktor dari suatu bilangan, coba Anda kerjakan soal berikut ini.

Contoh 1:

Ahmad memiliki 10 buah kelereng. Ahmad akan menyimpan kelereng ke dalam beberapa kotak, dengan setiap kotaknya berisi kelereng dengan jumlah yang sama. Kelereng tersebut dapat disimpan ke dalam berapa kotak saja?

Penyelesaian:

Silahkan Anda isi .... di bawah ini dengan bilangan yang tepat.

- Jika tersedia 1 kotak, maka kelereng yang dapat disimpan ada .... buah.
- Jika tersedia 2 kotak, maka kelereng yang dapat disimpan ada .... buah.
- Jika tersedia 3 kotak, maka kelereng yang dapat disimpan ada .... buah.
- Jika tersedia 4 kotak, maka kelereng yang dapat disimpan ada .... buah.
- Jika tersedia 5 kotak, maka kelereng yang dapat disimpan ada .... buah.
- Jika tersedia 6 kotak, maka kelereng yang dapat disimpan ada .... buah.
- Jika tersedia 7 kotak, maka kelereng yang dapat disimpan ada .... buah.
- Jika tersedia 8 kotak, maka kelereng yang dapat disimpan ada .... buah.
- Jika tersedia 9 kotak, maka kelereng yang dapat disimpan ada .... buah.
- Jika tersedia 10 kotak, maka kelereng yang dapat disimpan ada .... buah.

Setelah Anda isi, coba cocokkan jawaban Anda dengan keterangan sebagai berikut:

- Jika tersedia 1 kotak, maka kelereng yang dapat disimpan ada 10 buah.
- Jika tersedia 2 kotak, maka kelereng yang dapat disimpan ada 5 buah.
- Jika tersedia 5 kotak, maka kelereng yang dapat disimpan ada 2 buah.

- Jika tersedia 10 kotak, maka kelereng yang dapat disimpan ada 1 buah.
- Jika tersedia 3, 4, 6, 7, 8, 9 kotak maka tentunya Anda tidak bisa menyimpan kelereng dengan jumlah yang sama terhadap kotak tersebut.
- 10 habis dibagi oleh 10, atau 10 = 1 x 10.
- 10 habis dibagi oleh 5, atau 10 = 2 x 5.
- 10 habis dibagi oleh 2, atau 10 = 5 x 2.
- 10 habis dibagi oleh 1, atau 10 = 10 x 1.

Karena:
- 10 merupakan pembagi dari 10.
- 5 merupakan pembagi dari 10.
- 2 merupakan pembagi dari 10.
- 1 merupakan pembagi dari 10.

Jadi, 1, 2, 5, dan 10 dikatakan faktor dari 10.

Dari ilustrasi di atas dapatlah disimpulkan bahwa: *faktor suatu bilangan adalah bilangan-bilangan yang dapat membagi habis bilangan tersebut*.

Sekarang Anda telah mengetahui apa yang dinamakan faktor dari suatu bilangan. Oleh karena itu, marilah kita pelajari materi berikutnya tentang faktor persekutuan. Sesuai dengan namanya “faktor persekutuan”, tentunya Anda bisa menerka bahwa bilangan yang difaktorkan tentunya minimal ada dua bilangan. Untuk memahami tentang faktor persekutuan, marilah kita perhatikan contoh berikut.

Contoh 2:

Tentukan faktor persekutuan dari 12 dan 15.

Penyelesaian:

Untuk menentukan faktor persekutuan dari 12 dan 15, marilah terlebih dahulu kita cari faktor dari masing-masing bilangan tersebut:

Faktor dari 12	
12 = 1 x 12 12 = 2 x 6 12 = 3 x 4 12 = 4 x 3 12 = 6 x 2 12 = 12 x 1	12 faktor dari 12 6 faktor dari 12 4 faktor dari 12 3 faktor dari 12 2 faktor dari 12 1 faktor dari 12

Anda bisa melihat bahwa 12, 6, 4, 3, 2, dan 1 merupakan faktor dari 12.

Faktor dari 15	
15 = 1 x 15 15 = 3 x 5 15 = 5 x 3 15 = 15 x 1	15 faktor dari 15 5 faktor dari 15 3 faktor dari 15 1 faktor dari 15

Anda bisa melihat bahwa 15, 5, 3, dan 1 merupakan faktor dari 15.

Jadi, faktor persekutuan dari 12 dan 15 adalah 1 dan 3.

Dari uraian di atas dapatlah disimpulkan bahwa: *faktor persekutuan adalah faktor yang sama dari dua bilangan atau lebih*

B. Kelipatan dan Kelipatan Persekutuan

Kelipatan? Apakah Anda tahu apa yang dinamakan *kelipatan* dari suatu bilangan? Untuk memahami yang dinamakan kelipatan dari suatu bilangan, coba Anda kerjakan soal berikut ini.

Contoh 3:

Faisal memiliki 2 buah jeruk, Chaerul Saleh memiliki 4 buah jeruk, dan Abdurrahman memiliki 6 buah jeruk. Berapa kali banyaknya jeruk Chairul Saleh dan Abdurrahman dibandingkan dengan banyaknya jeruk Faisal?

Jeruk Faisal	Jeruk Chaerul Saleh	Jeruk Abdurrahman

Penyelesaian:

Silahkan Anda isi dengan bilangan yang tepat.

- Banyaknya jeruk Chairul Saleh, ... kali banyaknya jeruk Faisal.
- Banyaknya jeruk Abdurrahman, ... kali banyaknya jeruk Faisal.

Setelah Anda isi, coba cocokkan jawaban Anda dengan keterangan sebagai berikut:

- Banyaknya jeruk Chairul Saleh, 2 kali banyaknya jeruk Faisal.
- Banyaknya jeruk Abdurrahman, 3 kali banyaknya jeruk Faisal.

Contoh 4:
Tentukan kelipatan dari 5.

Penyelesaian:
1 x 5 = 5, 2 x 5 = 10, 3 x 5 = 15, 4 x 5 = 20, 5x5 = 25, dan seterusnya.
Sehingga, kelipatan dari 5 adalah: 5, 10, 15, 20, 25, ...

Dari uraian di atas dapatlah disimpulkan bahwa: *Kelipatan suatu bilangan adalah perkalian bilangan asli dengan bilangan itu sendiri.*

Contoh 5:
Tentukan kelipatan persekutuan (yang sama) dari 3 dan 6.

Penyelesaian:
Kelipatan dari 3 adalah 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, ...
Kelipatan dari 6 adalah 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ...
Sehingga, kelipatan persekutuan dari 3 dan 6 adalah:6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ...

Dari uraian di atas dapatlah disimpulkan bahwa: *Kelipatan persekutuan adalah kelipatan yang sama dari dua bilangan atau lebih.*

C. Faktor Prima dan Faktorisasi Prima

Tentunya Anda masih ingat apa yang dinamakan dengan bilangan prima? *Bilangan prima adalah bilangan yang hanya memiliki dua faktor, yaitu 1 dan bilangan itu sendiri*.

Berkaitan dengan faktor prima dari suatu bilangan, maka untuk mendapatkannya bisa dilakukan dengan dua cara, yaitu dengan menggunakan:

(1) Menggunakan Faktor
Langkah yang harus dilakukan adalah Anda harus mencari faktor-faktor dari bilangan yang dimaksud, kemudian setelah itu carilah dari faktor-faktor tersebut yang merupakan bilangan prima. Sebagai ilustrasi perhatikan contoh berikut.

Contoh 6:
Tentukan faktor prima dari 12.

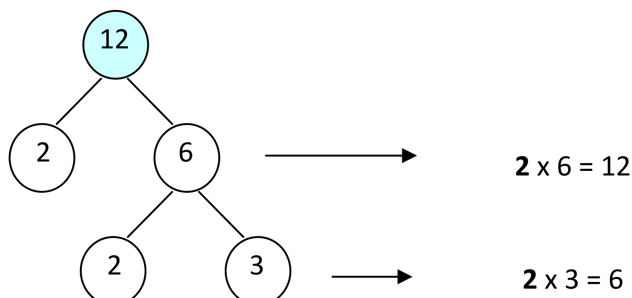
Penyelesaian:
Dari contoh di atas, sudah didapatkan bahwa faktor dari 12 adalah: 12, 6, 4, 3, 2, dan 1. Jadi faktor prima dari 12 adalah: 2 dan 3.

(2) Menggunakan Pohon Faktor

Contoh 7:

Tentukan faktor prima dari 12.

Penyelesaian:



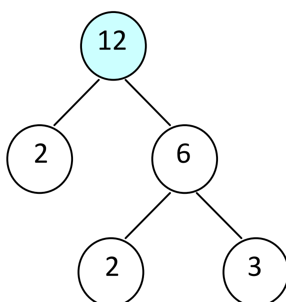
Faktor prima dari 12 adalah 2 dan 3.

Tentunya sekarang Anda sudah memahami tentang faktor prima dari suatu bilangan. Selanjutnya perhatikan contoh berikut.

Contoh 8:

Tentukan faktorisasi prima dari 12.

Penyelesaian:



Jika dilakukan operasi dari angka yang berada pada daun-daun pohon faktor, yakni 2 x 2 x 3 = 24 maka didapatkan faktorisasi prima untuk bilangan 12.

Dari uraian di atas dapatlah disimpulkan bahwa: *Faktorisasi prima suatu bilangan adalah perkalian faktor-faktor prima dari bilangan itu*.

D. FPB dan KPK

(

1) FPB

FPB adalah faktor yang sama dan terbesar dari dua bilangan atau lebih. Untuk menentukan FPB dari dua bilangan atau lebih dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu dengan

menggunakan faktor persekutuan bilangan-bilangan, dan dengan menggunakan faktorisasi prima.

Supaya Anda lebih memahami penentuan FPB bilangan-bilangan, perhatikan contoh berikut ini:

Contoh 9:
Tentukan FPB dari 18 dan 24.

Penyelesaian:
Cara 1: Menggunakan Faktor Persekutuan

- Faktor dari 18 adalah:

18	9	6
1	2	3

Faktor dari 18 adalah: 1, 2, 3, 6, 9, dan 18.

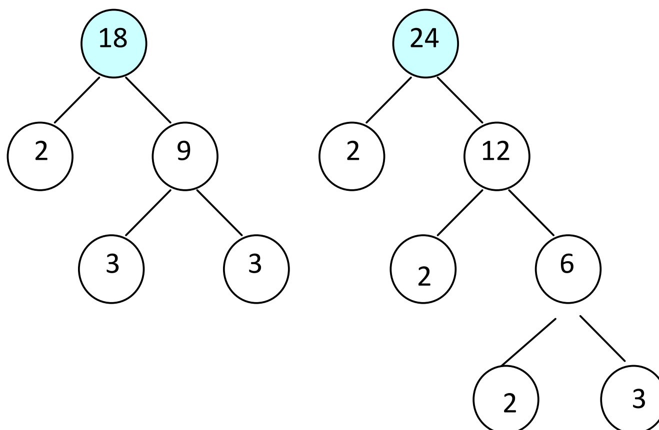
- Faktor dari 24 adalah:

24	12	8	6
1	2	3	4

Faktor dari 24 adalah: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, dan 24.

Faktor persekutuan dari 18 dan 24 adalah: 1, 2, 3, dan 6.
Sehingga, FPB dari 18 dan 24 adalah 6.

Cara 2: Menggunakan Faktorisasi Prima



Faktorisasi prima dari 18 adalah: 2 x 3 x 3 = 2 x 3^2.
Faktorisasi prima dari 24 adalah: 2 x 2 x 2 x 3 = 2^3 x 3.
(Pilih perkalian faktor yang sama, dengan pangkat terkecil!)
Kedua faktorisasi memiliki faktor yang sama, yaitu: 2 x 3 = 6.
Sehingga, FPB dari 18 dan 24 adalah 6.

Contoh 10:

Ibu Fathonah akan membagikan alat-alat tulis kepada anak-anak panti asuhan. Alat-alat tulis yang tersedia terdiri dari 72 buku tulis, 60 pensil, dan 48 penghapus. Semua alat-alat tulis tersebut akan dimasukkan ke dalam kantong plastik, dengan banyak alat tulis untuk setiap jenis sama. Berapa banyak kantong plastik yang dapat dibagikan kepada anak-anak panti asuhan? Berapa banyak masing-masing jenis alat tulis dalam setiap kantong plastik?

Penyelesaian:

Cara 1: Menggunakan Faktor Persekutuan

- Faktor dari 72 adalah:

72	36	24	18	12	9
1	2	3	4	6	8

Faktor dari 72 adalah : 1, 2, 3, 4, 6 8, 9, 12, 18, 24, 36, dan 72.

- Faktor dari 60 adalah :

60	30	20	15	12	10
1	2	3	4	5	6

Faktor dari 60 adalah : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, dan 60.

- Faktor dari 48 adalah :

48	24	16	12	8
1	2	3	4	6

Faktor dari 48 adalah : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, dan 48.

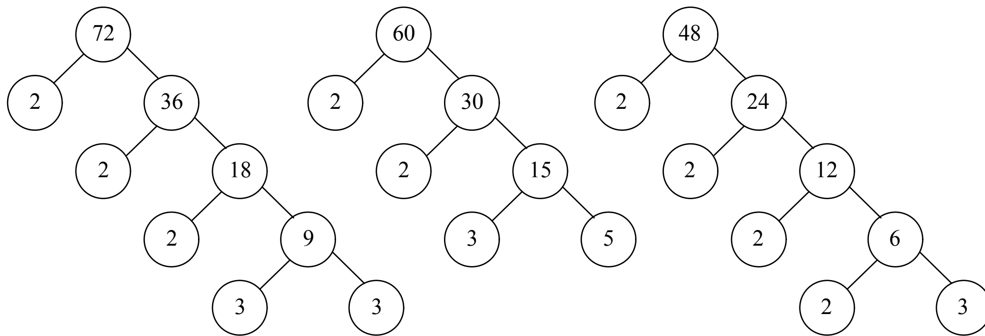
Faktor persekutuan dari 72, 60, dan 48 adalah: 1, 2, 3, 4, 6, dan 12.

FPB dari 72, 60, dan 48 adalah 12.

Jadi, kantong plastik yang dapat dibagikan kepada anak-anak panti asuhan tersebut adalah 12.

- Banyak buku tulis dalam tiap kantong plastik: . $\frac{72}{12} = 6$
- Banyak pensil dalam tiap kantong plastik: . $\frac{60}{12} = 5$
- Banyak penghapus dalam tiap kantong plastik: $\frac{48}{12} = 4$.

Cara 2: Menggunakan Faktorisasi Prima



Faktorisasi prima dari 72 adalah: 2 x 2 x 2 x 3 x 3 = $2^3 \times 3^2$.
Faktorisasi prima dari 60 adalah: 2 x 2 x 3 x 5 = $2^2 \times 3 \times 5$.
Faktorisasi prima dari 48 adalah: 2 x 2 x 2 x 2 x 3 = $2^4 \times 3$.
(Pilih perkalian faktor yang sama, dengan pangkat terkecil!)
Ketiga faktorisasi memiliki faktor yang sama, yaitu : $2^2 \times 3 = 12$.
Sehingga, FPB dari 48, 60, dan 72 adalah 12.

Jadi, jumlah tas kemasan ada sebanyak 12 buah, dengan masing-masing tas berisi 4 penghapus, 5 pensil, dan 6 buku tulis.

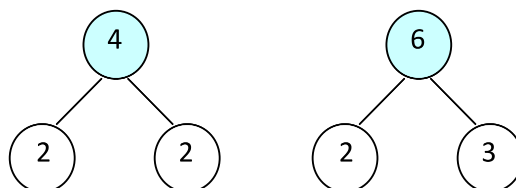
(2) KPK

KPK adalah kelipatan yang sama dan terkecil dari dua bilangan atau lebih.

Contoh 11:
Tentukan KPK dari bilangan 4 dan 6.

Penyelesaian:
Cara 1: Menggunakan Kelipatan Persekutuan
Kelipatan dari 4 adalah: 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...
Kelipatan dari 6 adalah: 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...
Kelipatan persekutuan dari 4 dan 6 adalah: 12, 24, ...
Sehingga, KPK dari 4 dan 6 adalah: 12.

Cara 2: Menggunakan Faktorisasi Prima



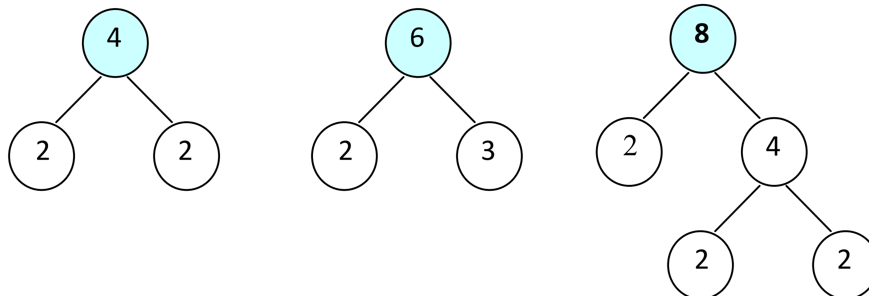
Faktorisasi prima dari 4 adalah: $2 \times 2 = 2^2$.
Faktorisasi prima dari 6 adalah: 2×3.
(Pilih faktor yang sama dengan pangkat paling besar dan dikalikan faktor-faktor lain!)
Faktor yang sama dengan pangkat paling besar adalah: 2^2 dan faktor lain adalah 3.
Sehingga, KPK dari 4 dan 6 adalah : $2^2 \times 3 = 12$.

Contoh 12:

Adi pergi berenang setiap 6 hari sekali, Badu pergi berenang setiap 8 hari sekali, sedangkan Candra berenang setiap 4 hari sekali. Jika pada tanggal 2 Mei 2009 mereka berenang bersama, pada tanggal berapa mereka akan berenang bersama kembali?

Penyelesaian:
Cara 1: Menggunakan Kelipatan Persekutuan
Kelipatan dari 4 adalah: 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...
Kelipatan dari 6 adalah: 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...
Kelipatan dari 8 adalah: 8, 16, 24, 32, 40, 48, ...
Kelipatan persekutuan dari 4 dan 6 adalah: 24, ...
Sehingga, KPK dari 4, 6, dan 8 adalah: 24.

Cara 2. Menggunakan Faktorisasi Prima



Faktorisasi prima dari 4 adalah: $2 \times 2 = 2^2$.
Faktorisasi prima dari 6 adalah: 2×3.
Faktorisasi prima dari 8 adalah: $2 \times 2 \times 2 = 2^3$.
Faktor yang sama dengan pangkat paling besar adalah: 2^3 dan faktor lain adalah 3.
Sehingga, KPK dari 4, 6, 8 adalah: $2^3 \times 3 = 24$.
Jadi, pada tanggal 26 Mei 2009 mereka akan berenang bersama-sama lagi.

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Tentukan FPB dari 56 dan 84.
2. Carilah faktorisasi prima dari 108.
3. Tentukan KPK dari 60 dan 75.
4. Untuk memeriahkan perayaan Hari Kemerdekaan 17 Agustus, Anwar dan kawannya menghias pintu gang mereka dengan 3 macam lampu hias yaitu, merah, kuning, dan hijau. Lampu merah menyala 3 detik sekali, lampu kuning menyala 4 detik sekali, dan lampu hijau 6 detik sekali. Pada setiap berapa detik ketiga lampu tersebut menyala bersama-sama?
5. Siswa kelas IV SD Nurul Fikri yang terdiri atas 3 kelas sedang mengadakan kegiatan pramuka bersama. Kegiatan tersebut dihadiri oleh 48 siswa perempuan dan 54 siswa laki-laki. Pada sesi permainan, guru pemandu ingin membagi siswa menjadi beberapa kelompok dengan banyak anggota yang sama. Berapakah kelompok yang terbentuk? Berapa siswa perempuan dan laki-laki pada setiap kelompok?

PETUNJUK JAWABAN LATIHAN

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. Faktor dari 56 adalah:

56	28	14	8
1	2	4	7

Faktor dari 56 adalah: 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, dan 56.

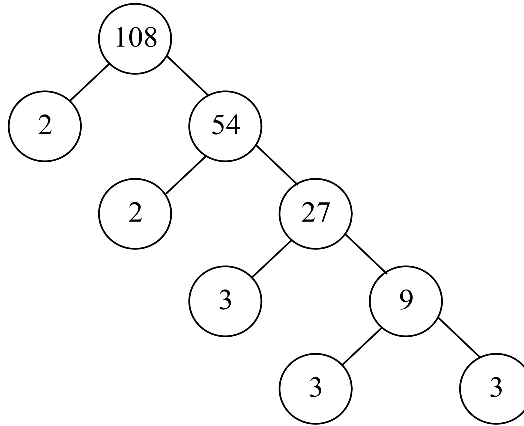
Faktor dari 84 adalah:

84	42	28	21	14	12
1	2	3	4	6	7

Faktor dari 84 adalah: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, dan 84.

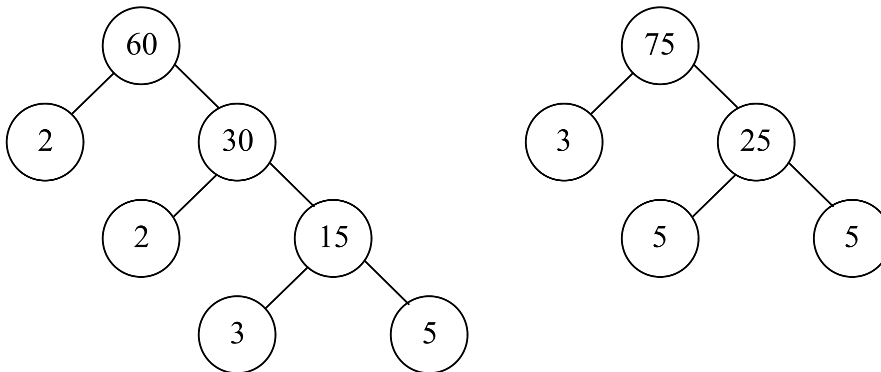
Faktor persekutuan dari 56 dan 48 adalah: 1, 2, 4, 14, dan 28.
Sehingga, FPB dari 56 dan 84 adalah 28.

2. Berikut pohon faktor untuk bilangan 108



Sehingga, faktorisasi prima dari 108 adalah: 2 x 2 x 3 x 3 x 3 = 2^2 x 3^3.

3. Berikut pohon faktor untuk bilangan 60 dan 75

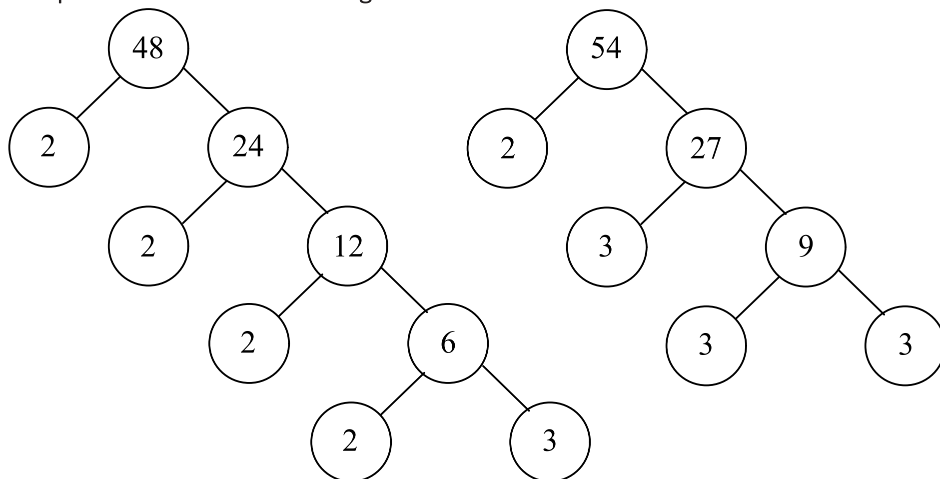


Faktorisasi prima dari 60 adalah: 2 x 2 x 3 x 5 = 2^2 x 3 x 5.
Faktorisasi prima dari 75 adalah: 3 x 5 x 5 = 3 x 5^2.
(Pilih faktor yang sama dengan pangkat paling besar dan dikalikan faktor-faktor lain!)
Faktor yang sama dengan pangkat paling besar adalah 5^2 dan 3.Faktor lain adalah 2^2.
Sehingga, KPK dari 60 dan 75 adalah : 5^2 x 3 x 2^2 = 300

4. Lampu merah menyala pada detik ke :
3, 6, 9, **<u>12</u>**, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...
Lampu kuning menyala pada detik ke :
4, 8, **<u>12</u>**, 16, 20, 24, 28, 32, 36, ...
Lampu hijau menyala pada detik ke :
6, **<u>12</u>**, 18, 24, 30, 36, 42, ...
KPK dari 3, 4, 6 adalah 12

Jadi, ketiga lampu hias tersebut akan menyala bersama-sama setiap 12 detik sekali.

5. Berikut pohon faktor untuk bilangan 48 dan 54



Faktorisasi prima dari 48 adalah : 2 x 2 x 2 x 2 x 3 = 2^4 x 3.
Faktorisasi prima dari 54 adalah : 2 x 3 x 3 x 3 = 2 x 3^3.
(Pilih perkalian faktor yang sama, dengan pangkat terkecil!)
Kedua faktorisasi memiliki faktor yang sama, yaitu 3 dan 2.
Sehingga, FPB dari 48, 54 adalah 3 x 2 = 6.

- Banyak siswa perempuan dalam setiap kelompok = 8 = $\frac{48}{6}$.
- Banyak siswa perempuan dalam setiap kelompok = 9 = $\frac{54}{6}$.

Jadi, kelompok yang terbentuk sebanyak 6 kelompok dengan setiap kelompok terdiri dari 8 siswa perempuan dan 9 siswa laki-laki.

Rangkuman

1. Faktor suatu bilangan adalah bilangan-bilangan yang dapat membagi habis bilangan tersebut.
2. Faktor persekutuan adalah faktor yang sama dari dua bilangan atau lebih.
3. Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) adalah faktor yang sama dan terbesar dari dua bilangan atau lebih.
4. Kelipatan suatu bilangan adalah perkalian bilangan asli dengan bilangan itu sendiri.
5. Kelipatan persekutuan adalah kelipatan yang sama dari dua bilangan atau lebih.
6. Kelipatan persekutuan Terkecil (KPK) adalah kelipatan yang sama dan terkecil dari dua bilangan atau lebih.

TES FORMATIF 3

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. FPB dari 14, 28, dan 35 adalah ....
   A. 6 C. 8
   B. 7 D. 9

2. KPK dari 16, 20, dan 24 adalah ....
   A. 120 C. 240
   B. 180 D. 480

3. Dokter Fathurrahman mengunjungi Desa Hegarmanah setiap 5 hari sekali. Ia juga berkunjung ke Desa Sukamaju setiap 7 hari sekali dan ke Desa Sukatani setiap10 hari sekali. Jika pada tanggal 1 Februari Dokter Fathurrahman mengunjungi ketiga desa tersebut, maka ia akan mengunjungi ketiga desa itu lagi pada pada tanggal ....
   A. 10 April C. 12 April
   B. 11 April D. 13 April

4. Suatu terminal bis di kota kecil melayani tiga jurusan. Jurusan pertama, mini bis meninggalkan terminal setiap 15 menit, Jurusan kedua mini bis meninggalkan terminal setiap 20 menit, dan Jurusan ketiga mini bis meninggalkan terminal setiap 25 menit sekali. Jika pukul 06.00 ada tiga mini bis yang berangkat bersamaan menuju ketiga jurusan, maka pada pukul berapa lagi ada mini bis yang berangkat pada waktu yang bersamaan menuju ketiga jurusan?
   A. 08.00 C. 10.00
   B. 09.00 D. 11.00

5. Sebuah kendaraan bermotor mengganti minyak pelumas setelah berjalan 4000 km, busi setelah 8000 km, dan ban setelah berjalan 12.000 km. Setelah berapa kilometer kendaraan tersebut membutuhkan penggantian minyak pelumas, busi, dan ban pada saat yang bersamaan?
   A. 24.000 km C. 48.000 km
   B. 36.000 km D. 60.000 km

6. Tiga orang A, B, dan C bekerja sebagai penjaga malam di perbelanjaan elektronik. A bertugas setiap 2 malam sekali, B bertugas setiap 3 malam sekali, dan C bertugas setiap 4 malam sekali. Jika pada tanggal 5 Januari mereka bertugas malam bersama-sama, maka mereka akan bertugas malam bersama-sama lagi pada tanggal ....

A. 15 Januari
B. 16 Januari
C. 17 Januari
D. 18 Januari

7. Ihsan mengisi ulang pulsa setiap 15 hari sekali, Hasan mengisi ulang pulsa setiap 20 hari sekali, dan Lukman mengisi ulang pulsa setiap 30 hari sekali. Jika pada 31 Maret mereka mengisi ulang pulsa secara bersamaan, maka pada tanggal berapa lagi mereka akan mengisi ulang pulsa secara bersama-sama?
   A. 29 Mei
   B. 30 Mei
   C. 31 Mei
   D. 1 Juni

8. Sore hari Pak Hamid mendatangi pengajian anak-anak di Mesjid Al-Huda di desanya. Pak Hamid membawa 45 kue bolu, 50 kue donat, dan 55 coklat untuk dibagikan kepada anak-anak di mesjid itu. Berapa anak yang mendapat kue bolu, kue donat, dan coklat dalam jumlah yang sama? Berapa banyak kue bolu, donat, dan coklat yang diterima oleh masing-masing anak tersebut?
   A. 5 anak, 9 kue bolu, 10 kue donat, 11 coklat.
   B. 5 anak, 8 kue bolu, 9 kue donat, 11 coklat.
   C. 6 anak, 7 kue bolu, 8 kue donat, 9 coklat.
   D. 6 anak, 8 kue bolu, 9 kue donat, 10 coklat.

9. Setelah panen buah-buahan Fatimah akan mengemas 100 apel, 80 jeruk , dan 75 pisang ke dalam kantong plastik untuk dibagikan kepada tetangganya. Berapa banyak kemasan kantong plastik yang bisa dibuat, sehinggga isi setiap kemasan tersebut sama banyak?
   A. 8
   B. 7
   C. 6
   D. 5

10. Mahmud mempunyai 36 kelereng berwarna kuning, 48 kelereng berwarna biru, dan 84 kelereng berwarna hijau. Kelereng tersebut akan dibagikan kepada teman-temannya. Berapa banyak teman Mahmud yang bisa mendapatkan kelereng dengan jumlah sama banyak?
    A. 10
    B. 12
    C. 14
    D. 16

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 3 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 3.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{5} \times 100\%$$

Makna dari tingkat penguasaan Anda adalah:

90% - 100% = Baik Sekali
80% - 89% = Baik
70% - 79% = Cukup
< 70% = Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Modul 2, Kegiatan Belajar 1. SELAMAT! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 3, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

KUNCI JAWABAN TES FORMATIF

Tes Formatif 1

1. B. Bilangan kardinal adalah bilangan yang menyatakan banyaknya anggota dari suatu himpunan.
2. C. 6.
3. D. Penulisan dalam bentuk panjang tidak ada kaitannya dengan permasalahan nilai tempat dari bilangan tersebut.
4. B. Nilai tempat.
5. C. 3000.
6. B. 8 di tempat ratus ribuan.
7. A. 463178.
8. A. 70000000 + 800000 + 20000 + 500 + 90 + 4.
9. D. 2801347 < 2900123.
10. B. 23074527.

Tes Formatif 2

1. C. 45.
2. B. 49.
3. C. 98.
4. A. 512.
5. B. 43.
6. B. Dalam bilangan cacah, operasi penjumlahan dan perkalian bersifat tertutup.
7. D. jawaban a, b, dan c semuanya benar
8. A. Rp 7000,00.
9. B. Rp 47.500,00.
10. C. 4.

Tes Formatif 3

1. B. 7.
2. C. 240.
3. C. 12 April.
4. D. 11.00.
5. A. 24.000 km.
6. C. 17 Januari.
7. B. 30 Mei.
8. A. 5 anak, 9 kue bolu, 10 kue donat, 11 coklat.
9. D. 5.
10. B. 12.

MODUL 2

BILANGAN BULAT, BILANGAN RASIONAL, DAN BILANGAN IRASIONAL

Bilangan Bulat, Bilangan Rasional, dan Bilangan Irasional

PendahuluaN

Modul ini adalah modul ke-2 dalam mata kuliah Matematika. Isi modul ini membahas tentang bilangan bulat, bilangan rasional, dan bilangan irasional.

Modul ini terdiri dari 3 kegiatan belajar. Pada kegiatan belajar 1 akan dibahas mengenai bilangan bulat. Pada kegiatan belajar 2 akan dibahas mengenai bilangan rasional dan irasional. Terakhir, pada kegiatan belajar 3 akan dibahas mengenai bilangan berpangkat.

Setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat memahami pengertian bilangan bulat beserta sifat-sifat operasinya, pengertian bilangan bulat beserta sifat-sifat operasinya, bilangan rasional dan irasional, bilangan berpangkat.

Secara khusus setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat:

1. menjelaskan pengertian bilangan bulat.
2. menjelaskan sifat-sifat operasi yang berlaku pada bilangan bulat.
3. menggunakan sifat-sifat operasi yang berlaku pada bilangan bulat dalam soal perhitungan bilangan bulat.
4. menjelaskan pengertian bilangan rasional.
5. menjelaskan sifat-sifat operasi yang berlaku pada bilangan rasional.
6. menggunakan sifat-sifat operasi yang berlaku pada bilangan rasional dalam soal perhitungan bilangan rasional.
7. menjelaskan pengertian bilangan irasional.
8. membedakan bilangan rasional dan irasional.
9. menjelaskan pengertian bilangan berpangkat.
10. menyelesaikan perhitungan bilangan berpangkat.

Petunjuk Belajar

1. Bacalah dengan cermat pendahuluan modul ini sehingga Anda memahami tujuan dan bagaimana mempelajari modul ini.
2. Bacalah uraian materi dalam modul ini, tandailah kata-kata penting yang merupakan kunci. Pahami setiap konsep dalam uraian materi dengan mempelajari contoh-contohnya.
3. Jika mengalami kesulitan dalam mempelajari modul ini, diskusikanlah dengan teman-teman Anda atau dengan tutor.
4. Pelajari sumber-sumber lain yang relevan untuk memperluas wawasan.

5. Kerjakan soal-soal latihan dalam modul ini tanpa melihat petunjuk jawaban latihan terlebih dahulu. Apabila mengalami kesulitan, barulah Anda melihat petunjuk jawaban latihan.
6. Kerjakan soal-soal tes formatif dan periksa tingkat kemampuan Anda dengan mencocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban tes formatif. Ulangilah pengerjaan tes formatif ini sampai Anda benar-benar dapat mengerjakan semua soal-soal tes formatif ini dengan benar.

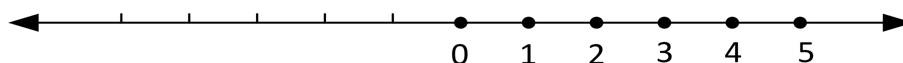
Selamat Belajar, Semoga Sukses!

Bilangan Bulat

A. Pendahuluan

Pada Kegiatan Belajar 2 Modul 1, Anda telah mempelajari himpunan bilangan asli, dan himpunan bilangan cacah. Tetapi ternyata terdapat beberapa permasalahan tidak dapat dinyatakan hanya dengan menggunakan bilangan asli ataupun bilangan cacah.

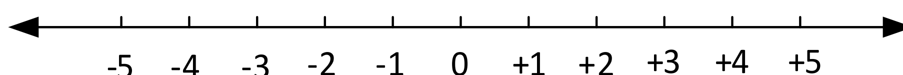
Sebagai contoh, dalam skala suhu celcius, titik didih air adalah 100^0 C dan titik bekunya adalah dalam 0^0 C. Di daerah-daerah tertentu, misalnya di kutub utara, suhunya berada di bawah titik beku, sehingga skala suhu perlu diperpanjang ke bawah nol. Sebagai contoh, suhu di daerah A berada dua derajat celcius di bawah nol. Apakah hal tersebut bisa dinyatakan dengan menggunakan bilangan asli atau cacah? Coba Anda pikirkan! Untuk menjawab pertanyaan seperti itu, terlebih dahulu, coba Anda perhatikan gambar berikut ini:



Gambar 2. 1

Pada gambar 2.1 tampak sebagian dari suatu garis bilangan yang menunjukkan tempat beberapa bilangan cacah. Bilangan yang berkorespondensi dengan tiap titik adalah bilangan yang menunjukkan banyaknya satuan panjang dari titik nol sampai kepada titik yang dimaksud, yang diukur ke kanan. Kemudian, bilangan-bilangan manakah yang berkorespondensi dengan titik-titik di sebelah kiri nol?

Gambar 2.2 di bawah menunjukkan beberapa bilangan yang berkores-pondensi dengan titik-titik tadi.



Gambar 2.2

Titik yang letaknya satu satuan di sebelah kiri titik 0 berkorespondensi dengan bilangan -1, dibaca *negatif satu*. Titik yang letaknya dua satuan di sebelah titik nol, berkorespondensi dengan -2, dan seterusnya. Bilangan-bilangan –1, -2, -3, -4, … dinamakan bilangan-bilangan *bulat negatif*.

Perhatikan bahwa pada gambar 2.2 di atas, bilangan-bilangan di sebelah kanan nol ditulis +1, +2, +3, +4, … , yang kemudian ditulis tanpa tanda +, yakni 1, 2, 3, 4, …. Bilangan-bilangan tersebut dinamakan *bilangan bulat positif.* Himpunan bilangan bulat positif, bilangan bulat negatif, dan nol dinamakan *himpunan bilangan bulat*, yang dilambangkan dengan I (*integers*), sehingga:

I = {…, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, …}

B. Hubungan Lebih dari Atau Kurang dari Antara Dua Bilangan

Dari garis bilangan pada gambar 2.2, Anda dapat dengan mudah *membandingkan* dua buah bilangan bulat dengan ketentuan sebagai berikut:

(1) Bilangan bulat *a* disebut *lebih dari* bilangan bulat *b*, ditulis a > b, jika *a* terletak di sebelah kanan *b* pada garis bilangan bulat tadi, atau

(2) Bilangan bulat *c* disebut *kurang dari* bilangan bulat *d*, ditulis *c* < *d*, jika *c* terletak di sebelah kiri *d* pada garis bilangan bulat tadi.

Untuk lebih jelasnya pelajarilah contoh-contoh berikut. Dengan memperhatikan garis bilangan bulat yang tampak pada gambar 2.2, maka:

(1) +6 *lebih dari* +5 atau +6 > +5, karena +6 terletak di sebelah kanan +5.

(2) - 3 *lebih dari* -5 atau - 3 > -5, karena -3 terletak di sebelah kanan -5.

(3) -6 *kurang dari* -5 atau -6 < -5, karena -6 terletak di sebelah kiri -5.

Perhatikan garis bilangan di gambar 2.3, titik yang berkoordinat +1 dan titik koordinat –1 berjarak sama terhadap titik asal 0 yaitu 1 satuan. Dapat dikatakan bahwa titik yang koordinatnya +1 *berlawanan* letaknya terhadap titik asal 0 dengan titik koordinat –1, tetapi berjarak sama terhadap titik 0. Hal ini berarti *"lawan* dari +1 adalah –1" atau "*lawan* dari –1 adalah +1". Contoh lain, lawan dari –25 adalah +25, lawan dari –100 adalah +100, dan sebagainya.

C. Penjumlahan Pada Bilangan Bulat dan Sifatnya

(1) Bersifat Tertutup

Perhatikan himpunan bilangan bulat **I** = { ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}. Misalkan Anda ambil bilangan –15 dan 37, kemudian Anda jumlahkan kedua bilangan tersebut, yakni –15 + 37 = 22. Perhatikan bahwa –15 dan 37 marupakan bilangan bulat, juga 22 sebagai hasil penjumlahan dari –15 dan 37 adalah bilangan bulat. Contoh lain 65 + (-100) = -35, bilangan 65 dan –100 adalah bilangan bulat, juga –35 sebagai hasil jumlah kedua bilangan itu adalah bilangan bulat. Coba Anda ambil dua bilangan bulat sebarang, kemudian Anda jumlahkan, apakah hasilnya selalu merupakan bilangan bulat lagi? Cocokkan jawaban Anda dengan keterangan berikut:

Jika a dan b bilangan-bilangan bulat sebarang, maka
hasil jumlahnya (a + b) merupakan bilangan bulat.

Hal ini menunjukkan bahwa himpunan bilangan bulat berifat tertutup terhadap operasi penjumlahan, yang berarti bahwa *jumlah* dua bilangan bulat *selalu* merupakan bilangan bulat lagi.

(2) Bersifat Komutatif

Untuk lebih memahami sifat komutatif bilangan bulat, coba Anda jawab soal-soal berikut ini :

a. Apakah –80 + 125 = 125 + (-80).
b. Apakah –35 + (-65) = -65 + (-35).

Cocokkan jawaban Anda dengan keterangan berikut:

a. –80 + 125 = 45 dan 125 + (-80) = 45, hal ini berarti bahwa:
   –80 + 125 = 125 + (-80).
b. –35 + (-65) = -100 dan -65 + (-35) = -100, hal ini berarti bahwa:
   –35 + (-65) = -65 + (-35) .

Silahkan Anda ambil beberapa contoh lain yang serupa. Dengan memperhatikan contoh-contoh tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa:

Jika a dan b bilangan-bilangan bulat sebarang, maka: a + b = b + a

(3) Bersifat Assosiatif

Untuk memahami sifat assosiatif bilangan bulat, coba Anda jawab soal-soal berikut ini:

a. Hitunglah (-25 + 70) + 40 dan -25 + (70 + 40).
   Apakah (-25 + 70) + 40 = -25 + (70 + 40).
b. Hitunglah (-40 + (-35)) + 150 dan -40 + (-35 + 150).
   Apakah (-40 + (-35)) + 150 = -40 + (-35 + 150).

Cocokan jawaban Anda dengan keterangan berikut:

a. (-25 + 70) + 40 = 85 dan -25 + (70 + 40) = 85, hal ini berarti
   bahwa (-25 + 70) + 40 = -25 + (70 + 40).
b. (-40 + (-35)) + 150 = 75 dan -40 + (-35 + 150) = 75, hal ini berarti
   bahwa (-40 + (-35)) + 150 = -40 + (-35 + 150).

Silahkan Anda ambil beberapa contoh lain yang serupa. Dengan memperhatikan contoh-contoh tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa:

Jika a, b, dan c bilangan-bilangan bulat sebarang, maka:
(a + b)+ c = a + (b + c)

(4) Memiliki Unsur Identitas

Periksa apakah penjumlahan bilangan ini benar?

a. -125 + 0 = 0 + (-125) = -125.
b. 235 + 0 = 0 + 235 = 235.
c. -541 + 0 = 0 + (-541) -541.

Ternyata ketiga kalimat penjumlahan di atas benar. Hal ini mengarahkan bahwa bilangan apapun dijumlahkan dengan nol maka hasilnya bilangan itu sendiri, sehingga 0 dikatakan *unsur identitas* pada operasi penjumlahan. Secara umum bisa dikatakan bahwa:

Jika a bilangan bulat sebarang, maka: a + 0 = 0 + a = a

D. Pengurangan Pada Bilangan Bulat dan Sifatnya

Pada Kegiatan Belajar 2 Modul 1 Anda telah mempelajari operasi pengurangan pada bilangan cacah. Sekarang kita akan pelajari operasi pengurangan pada biangan bulat, mengawali mempelajarinya coba Anda perhatikan permasalahan berikut.

Tim SAR bertugas mencari pesawat terbang yang hilang jatuh ke dasar laut. Untuk keperluan tersebut, tim SAR menggunakan sebuah kapal selam. Semula kedalaman laut diperkirakan 1300 m, akan tetapi saat pencarian dilakukan ternyata perkiraan tersebut meleset. Kapal selam harus turun lagi sejauh 325 m ke dasar laut. Berada pada kedalaman berapakah kapal selam tersebut?

Tentunya Anda bisa menyelesaikan contoh permasalahan di atas, hasil pekerjaan Anda coba diskusikan dengan teman-teman Anda. Sekarang marilah kita lihat sifat-sifat operasi pengurangan pada bilangan bulat.

Sifat-Sifat Pengurangan

(1) Kita sudah mengetahui bahwa pada bilangan cacah operasi pengurangan tidak bersifat tertutup, sebab selisih dua bilangn cacah tidak selalu menghaslkan bilangan cacah. Sekarang perhatikan, apakah selisih dua bilangan bulat selalu menghasilkan bilangan bulat? Apakah –2 hasil dari 7 – 9 merupakan bilangan bulat? Atau, apakah –7 sebagai hasil dari 15 – 8 merupakan bilangan bulat? Jawabannya adalah ya. Karena selisih dua bilangan bulat merupakan bilangan bulat lagi, maka operasi *pengurangan* pada bilangan bulat bersifat tertutup.

(2) Apakah operasi pengurangan bersifat komutatif? Juga, apakah operasi pengurangan bersifat assosiatif? Untuk menjawab pertanyaan tersebut, silahkan Anda memeriksanya sendiri. Jawaban yang benar adalah, baik sifat komutatif maupun assosiatif kedua-duanya tidak berlaku untuk operasi pengurangan pada bilangan bulat.

Untuk sifat-sifat yang lainnya, coba Anda pelajari sendiri dan kemudian diskusikan dengan teman-teman Anda. Selamat mencoba!

E. Perkalian Pada Bilangan Bulat dan Sifatnya

Dalam bagian ini, sebelum kita membahas perkalian bilangan-bilangan bulat, marilah kita ingat kembali sifat-sifat yang berlaku pada perkalian bilangan cacah. Telah dijelaskan bahwa pada perkalian bilangan-bilangan cacah berlaku sifat-sifat:

(1) Hasil kali setiap bilangan cacah dengan nol adalah nol, atau untuk setiap bilangan cacah a berlaku $a \times 0 = 0 \times a = 0$.

(2) Hasil kali setiap bilangan cacah dengan satu adalah bilangan cacah itu sendiri, atau untuk setiap bilangan cacah a berlaku $a \times 1 = 1 \times a = a$.

(3) Perkalian bilangan-bilangan cacah berlaku sifat *tertutup*, yaitu untuk setiap bilangan cacah a dan b maka hasil perkalian $(a \times b)$ merupakan bilangan cacah.

(4) Perkalian bilangan-bilanan cacah berlaku sifat *komutatif*, yaitu untuk setiap bilangan cacah a dan b berlaku $a \times b = b \times a$.

(5) Perkalian bilangan-bilanan cacah berlaku sifat *assosiatif,* yaitu untuk setiap bilangan cacah $a, b,$ dan c berlaku $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$.

(6) Perkalian bilangan-bilanan cacah bersifat *distributif,* yaitu untuk setiap bilangan cacah $a, b,$ dan c berlaku $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ dan $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$, juga berlaku $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$ dan $(a - b) \times c = a \times c - b \times c$.

Keenam sifat perkalian bilangan-bilangan cacah tersebut di atas berlaku juga untuk perkalian bilangan-bilangan bulat, sehingga dapat dikatakan bahwa pada operasi perkalian bilangan bulat berlaku sifat-sifat:

(1) Hasil kali setiap bilangan bulat dengan nol adalah nol, atau untuk setiap bilangan bulat a berlaku $a \times 0 = 0 \times a = 0$.

(2) Hasil kali setiap bilangan bulat dengan satu adalah bilangan bulat itu sendiri, atau untuk setiap bilangan bulat a berlaku $a \times 1 = 1 \times a = a$.

(3) Perkalian bilangan-bilangan bulat berlaku sifat *tertutup*, yaitu untuk setiap bilangan bulat a dan b maka hasil perkalian $(a \times b)$ merupakan bilangan bulat.

(4) Perkalian bilangan-bilanan bulat berlaku sifat *komutatif*, yaitu untuk setiap bilangan bulat a dan b berlaku $a \times b = b \times a$.

(5) Perkalian bilangan-bilangan bulat berlaku sifat *assosiatif,* yaitu untuk setiap bilangan bulat $a, b,$ dan c berlaku $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$.

(6) Perkalian bilangan-bilangan bulat bersifat *distributif,* yaitu untuk setiap bilangan bulat $a, b,$ dan c berlaku $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ dan $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$, juga berlaku $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$ dan $(a - b) \times c = a \times c - b \times c$.

Dengan menggunakan pengertian perkalian pada bilangan cacah, dan sifat-sifat yang berlaku pada perkalian bilangan bulat, maka akan kita pelajari:

(1) perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif.

(2) perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif.

(3) perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif.
(4) perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif.

(1) Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif

Mengalikan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif adalah serupa dengan mengalikan bilangan-bilangan cacah. Beberapa contoh perkalian dua bilangan bulat positif adalah sebagai berikut:

a. 5 x 40 = 40 + 40 + 40 + 40 + 40 = 200.
b. 6 x 75 = 75 + 75 + 75 + 75 + 75 + 75 = 450.
c. 4 x 125 = 125 + 125 + 125 + 125 = 500.
d. dan seterusnya.

Contoh-contoh tersebut di atas mengarahkan kepada kita bahwa *hasil kali dua bilangan bulat positif adalah bilangan bulat positif.*

(2) Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif

Dari contoh sebelumnya, Anda telah mengetahui bahwa 5 x 40 = 40 + 40 + 40 + 40 + 40 = 200. Dengan menggunakan pengertian tersebut, maka coba Anda pahami contoh-contoh berikut:

a. 4 x (-50) = (-50) + (-50) + (-50) + (-50) = -200.
b. 5 x (-60) = (-60) + (-60) + (-60) + (-60) + (-60) = -300.
c. 6 x (-125) = (-125) + (-125) + (-125) + (-125) + (-125) + (-125) = -750.
d. dan seterusnya.

Contoh-contoh tersebut di atas mengarahkan kepada kita bahwa *hasil kali bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif adalah bilangan bulat negatif.*

(3) Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif

Untuk memahami perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif dapat dilakukan dengan dua cara berikut :

a. Dengan menggunakan sifat komutatif. Perhatikan contoh berikut:
   (i) (-35) x 4 = 4 x (-35) = (-35) + (-35) + (-35) + (-35) = -140.
   (ii) (-47) x 5 = 5 x (-47) = (-47) + (-47) + (-47) + (-47) + (-47) = -235.
   (iii) (-82) x 3 = 3 x (-82) = (-82) + (-82) + (-82) = -246.

b. Dengan menggunakan analogi atau pola. Perhatikan contoh berikut:

berkurang 1	3	x	5	=	15	berkurang 5
berkurang 1	2	x	5	=	10	berkurang 5
berkurang 1	1	x	5	=	5	berkurang 5
berkurang 1	0	x	5	=	0	berkurang 5
berkurang 1	-1	x	5	=	..... (-5)	
berkurang 1	-2	x	5	=	..... (-10)	
berkurang 1	-3	x	5	=	..... (-15)	

Perhatikan bahwa bilangan pengali yang diawali dengan bilangan 3, kemudian bertutut-turut turun satu menjadi 2, 1, 0, -1, -2, dan –3, sedangkan hasilnya berturut-turut turun 5, mulai dari 15 kemudian 10, 5 dan 0. Perhatikan juga bahwa pengali dari 0 ke -1 tentunya turun 1, maka hasil perkaliannya *harus* turun 5, yakni menjadi -5, begitu seterusnya.

Contoh-contoh tersebut di atas mengarahkan kepada kita bahwa *hasil kali bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif adalah bilangan bulat negatif.*

(4) Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif

Untuk memahami perkalian dua bilangan bulat negatif, perhatikanlah contoh berikut:

berkurang 1	3	x	-7	=	-21	bertambah 7
berkurang 1	2	x	-7	=	-14	bertambah 7
berkurang 1	1	x	-7	=	-7	bertambah 7
berkurang 1	0	x	-7	=	0	bertambah 7
berkurang 1	-1	x	-7	=	..... (7)	
berkurang 1	-2	x	-7	=	..... (14)	
berkurang 1	-3	x	-7	=	..... (21)	

Perhatikan bahwa bilangan pengali yang diawali dengan bilangan 3, kemudian bertutut-turut turun satu menjadi 2, 1, 0, -1, -2, dan –3, sedangkan hasilnya berturut-turut bertambah 7, mulai dari -21 kemudian -14, -7 dan 0. Perhatikan juga bahwa pengali dari 0 ke -1 tentunya turun 1, maka hasil perkaliannya *harus* bertambah 7, yakni menjadi 7, begitu seterusnya.

Contoh-contoh tersebut di atas mengarahkan kepada kita bahwa *hasil kali dua bilangan bulat negatif adalah bilangan bulat negatif.*

F. Pembagian Pada Bilangan Bulat dan Sifatnya

Pada Kegiatan Belajar 2 Modul 1 tentang bilangan cacah, telah dijelaskan bahwa *pembagian merupakan operasi kebalikan dari perkalian.* Di dalam bilangan bulatpun sama bahwa pembagian merupakan operasi kebalikan dari perkalian. Perhatikan contoh berikut.

(1) -50 : 10 = -5, karena 10 x (-5) = -50 atau -5 x 10 = -50
dengan kata lain
-50 : 10 = -5 sama artinya dengan 10 x (-5) = -50 atau -5 x 10 = -50
atau dapat dituliskan:
-50 : 10 = -5 ⇔ 10 x (-5) = -50 ⇔ -5 x 10 = -50.

(2) -100 : (-25) = 4, karena (-25) x 4 = -100 atau 4 x (-25) = -100
dengan kata lain
-100 : (-25) = 4 sama artinya dengan (-25) x 4 = -100 atau 4 x (-25) = -100

atau dapat dituliskan:

-100 : (-25) = 4 ⇔ (-25) x 4 = -100 ⇔ 4 x (-25) = -100.

Sifat-Sifat Pembagian

(1) Pembagian dengan nol

Serupa dengan bilangan cacah, bahwa pada bilangan cacah *pembagian dengan nol tidak didefinisikan,* maka dalam bilangan bulat pun *pembagian dengan nol tidak didefinisikan.* Sebagai contoh, berapakah hasil dari -5 : 0. Untuk memperoleh jawaban -5 : 0, Anda harus mencari *suatu bilangan* yang jika dikalikan dengan 0 menghasilkan -5. Atau Anda harus mencari *a* sehingga *a* x 0 = -5. Ternyata *tidak ada satu pun* pengganti *a,* sehingga *a* x 0 = -5. Jadi dapat dikatakan bahwa: *pembagian dengan nol tidak didefinisikan.*

(2) Apakah operasi pembagian tertutup pada bilangan bulat?

Misalnya Anda ambil 9 : 2 = 4,5, kalimat tersebut memperlihatkan bahwa 9 dan 2 adalah bilangan bulat, akan tetapi 4,5 bukan merupakan bilangan bulat. Contoh yang lain, 17 : 4 = 4,25, pada kalimat tersebut 17 dan 4 merupakan bilangan bulat, akan tetapi 4,25 bukan merupakan bilangan bulat. Kedua contoh tersebut memperlihatkan bahwa hasil bagi dua bilangan bulat tidak menghasilkan bilangan bulat lagi. Sehingga dapat dikatakan bahwa *operasi pembagian pada bilangan bulat tidak bersifat tertutup.*

(3) Apakah operasi pembagian bersifat komutatif?

Misalkan diambil dua bilangan bulat 16 dan 4, coba Anda perhatikan apakah 16 : 4 = 4 : 16. Tentu saja, tidak! Karena 16 : 4 = 4 sedangkan 4 : 16 = 0,25. Contoh tersebut memperlihatkan bahwa 16 : 4 $\neq$ 4 : 16. Hal ini menunjukkan bahwa *operasi pembagian tidak bersifat komutatif pada bilangan bulat.*

(4) Untuk sifat-sifat yang lainnya, coba Anda pelajari sendiri dan kemudian diskusikan dengan teman-teman Anda. Selamat mencoba!

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Tuliskan masing-masing barisan bilangan-bilangan di bawah ini empat bilangan berikutnya.
   a. 12, 9, 6, 3, ...
   b. 5, 3, 1, ...
   c. –12, -10, -8, -6, ...
   d. -13, -9, -5, ...

2. Tentukan interpretasi dari:
   a. Jika +10 km berarti 10 km di sebelah utara suatu tempat, apakah arti dari -10 km.
   b. Kalau +15 Newton berati suatu gaya sebesar 15 Newton ke kanan, maka apakah yang ditunjukkan oleh gaya –15 Newton?

3. Berikut ini terdapat pasangan-pasangan suhu. Tentukanlah suhu yang mana dari tiap-tiap pasang itu suhu yang lebih tinggi.
   a. 17^0 C dan 13^0 C.
   b. 5^0 C dan 0^0 C.
   c. -7^0 C dan -1^0 C.
   d. -3^0 C dan 2^0 C.

4. Sederhanakan pernyataan-pernyataan berikut:
   a. $2m + 5m – 3m$.
   b. $5xy –xy + 7xy$.
   c. $7x + 3y$.

5. Tentukan himpunan penyelesaian dari $2y + 5(y – 1) > 3$, untuk y anggota bilangan bulat.

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. Masing-masing barisan bilangan-bilangan dan enpat bilangan berikutnya adalah:
   a. 12, 9, 6, 3, 0, -3, -6, -9.
   b. 5, 3, 1, -1, -3, -5, -7.
   c. –12, -10, -8, -6, -4, -2, 0, 2.
   d. –13, -9, -5, -1, 3, 7, 11.

2. Interpretasi dari:
   a. 10 km berarti 10 km di sebelah selatan suatu tempat.
   b. –15 Newton berati suatu gaya sebesar 15 Newton ke kiri.

3. Pasangan-pasangan suhu soal di atas berarti:
   a. 17^0 C lebih tinggi daripada 13^0 C.
   b. 5^0 C lebih tinggi daripada 0^0 C.
   c. -1^0 C lebih tinggi daripada -7^0 C.
   d. 2^0 C lebih tinggi daripada -3^0 C.

4. Diperoleh pernyataan-pernyataan berikut:
   a. $7m + 5m – 3m = (7 + 5 – 3)m = 9m$ (hukum distributif).
   b. $5xy –xy + 4xy = (5 – 1 + 4)xy = 8xy$ (hukum distributif).
   c. $7x - 2y$ tidak dapat disederhanakan, karena $7x – 2y$ adalah suku-suku yang tidak sejenis.

5. Himpunan penyelesaian dari $2y + 5(y – 1) > 3$ adalah:

   $2y + 5(y – 1) > 3 \Leftrightarrow 2y + 5y – 5 > 3$ (tanda $\Leftrightarrow$ berarti ekivalen dengan)

   $\Leftrightarrow 2y + 5y > 8$

   $\Leftrightarrow 7y > 8$

   $\Leftrightarrow 7 > 8/7$

   Maka himpunan penyelesaiannya adalah {2, 3, 4, 5, 6, ...}.

Rangkuman

1. Himpunan bilangan bulat positif, bilangan bulat negatif, dan nol dinamakan *himpunan bilangan bulat*, yang dilambangkan dengan I (*integers*), sehingga: I = {…, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, …}.

2. Hubungan lebih dari atau kurang dari antara dua bilangan:
   a. Bilangan bulat *a* disebut *lebih dari* bilangan bulat *b*, ditulis a > b, jika *a* terletak di sebelah kanan *b* pada garis bilangan bulat tadi, atau
   b. Bilangan bulat *c* disebut *kurang dari* bilangan bulat *d*, ditulis *c* < *d*, jika *c* terletak di sebelah kiri *d* pada garis bilangan bulat tadi.

3. Sifat-sifat operasi penjumlahan pada bilangan bulat:
   a. Bersifat tertutup. *Jika a dan b bilangan-bilangan bulat sebarang, maka hasil jumlahnya (a + b) merupakan bilangan bulat juga.*
   b. Bersifat komutatif. *Jika a dan b bilangan-bilangan bulat sebarang, maka: a + b = b + a.*
   c. Bersifat Assosiatif. *Jika a, b, dan c bilangan-bilangan bulat sebarang, maka: (a + b)+ c = a + (b + c).*
   d. Memiliki Unsur Identitas. *Jika a bilangan bulat sebarang, maka: a + 0 = 0 + a = a.*

4. Sifat-sifat operasi pengurangan pada bilangan bulat:
   a. Bersifat tertutup. *Jika a dan b bilangan-bilangan bulat sebarang, maka selisihnya (a - b) merupakan bilangan bulat juga.*
   b. Tidak komutatif
   c. Tidak Assosiatif.
   d. Tidak memiliki unsur identitas.

5. Sifat-sifat operasi perkalian pada bilangan bulat:
   a. Hasil kali setiap bilangan bulat dengan nol adalah nol, atau untuk setiap bilangan bulat a berlaku $a \times 0 = 0 \times a = 0$.
   b. Hasil kali setiap bilangan bulat dengan satu adalah bilangan bulat itu sendiri, atau untuk setiap bilangan bulat a berlaku $a \times 1 = 1 \times a = a$.
   c. Bersifat *tertutup*, yaitu untuk setiap bilangan bulat a dan b maka hasil perkalian $(a \times b)$ merupakan bilangan bulat.
   d. Bersifat *komutatif*, yaitu untuk setiap bilangan bulat a dan b berlaku $a \times b = b \times a$.
   e. Bersifat *assosiatif,* yaitu untuk setiap bilangan bulat a, b, dan c berlaku $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$.
   f. Bersifat *distributif,* yaitu untuk setiap bilangan bulat a, b, dan c berlaku $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ dan $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$, juga berlaku $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$ dan $(a - b) \times c = a \times c - b \times c$.

6. Sifat lain pada perkalian bilangan bulat:
   a. hasil kali dua bilangan bulat positif adalah bilangan bulat positif.
   b. hasil kali bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif adalah bilangan bulat negatif.
   c. hasil kali bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif adalah bilangan bulat negatif.
   d. hasil kali dua bilangan bulat negatif adalah bilangan bulat negatif.

7. Sifat-sifat operasi perkalian pada bilangan bulat:
   a. pembagian dengan nol tidak didefinisikan.
   b. Tidak bersifat tertutup.
   c. Tidak bersifat komutatif pada bilangan bulat.

TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

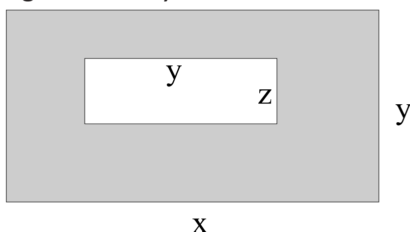
1. Susunan barisan dari empat bilangan 7, 4, -5, 2 yang diurut secara menaik dengan menggunakan tanda “<” adalah ....
   A. $2 < 4 < -5 < 7$
   C. $-5 < 2 < 4 < 7$
   B. $-5 < 4 < 2 < 7$
   D. $2 < -5 < 4 < 7$

2. Kalau x adalah variabel pada himpunan {-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5}, maka himpunan penyelesaian dari $-4 < x \leq 2$ adalah.....
   A. {-4, -3, -2, -1, 0, 1}
   C. {-3, -2, -1, 0, 1}
   B. {-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2}
   D. {-3, -2, -1, 0, 1, 2}

3. Dalam suatu permainan, nilai tertinggi yang dapat dicapai adalah 100. Dalam permainan tersebut juga dimungkinkan orang memperoleh nilai negatif. Dari lima permainan berturut-turut nilai yang dicapai Amir adalah –40, 90, 70, -60, -30. Nilai yang dicapai Amir pada akhir permainan adalah .....
   A. 60
   B. 50
   C. 40
   D. 30

4. x dan y adalah variabel pada himpunan bilangan bulat, dengan y dua lebihnya dari pada x. Jika $x \in$ { -4, -3, -2, -1, 0, 1}, maka himpunan nilai untuk y adalah ....
   A. {-2, -1, 0, 1, 2, 3}
   C. {-6, -5, -3, -2, -1, 0}
   B. {-3, -2, -1, 0, 1, 2}
   D. {-8, -6, -4, -2, 0, 2}

5. Gambar berikut adalah suatu bingkai dengan ukuran x dan y, dan lubang didalamnya dengan ukuran y dan z.



   Luas daerah bingkai yang diarsir adalah ....
   A. $x \times y - y \times z$
   B. $2y + x \times z$
   C. $x \times y + y \times z$
   D. $x \times z + y \times z$

6. Bentuk sederhana dari 5(3a + 2b) + 4(2a-2b) adalah ....
   A. –2a + 23b
   C. –2a + 7b
   B. 7a – 2b
   D. 23a – 2b

7. Jika x adalah anggota {-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5} maka himpunan penyelesaian dari $5(1-x) < 2(3x-8)-1$ adalah ....
   A. {-2, -1, 0, 1}
   C. {0, 1, 2, 3}
   B. {3, 4, 5}
   D. (-1, 0, 1, 2, 3}

8. Jika *n* adalah suatu bilangan bulat. Kurangi *n* dengan 5, kemudian kalikan selisih tersebut dengan 3. Jika hasil operasi itu adalah 48, maka nilai *n* ....
   A. 19 C. 23
   B. 21 D. 25

9. Suatu kelas bertamasya dengan menggunakan bis. Ada *x* siswa laki-laki yang ikut, sedangkan siswa perempuan 4 orang lebih banyak dari siswa laki-laki. Jika tiap siswa membayar Rp 150.000,00 dan jumlah uang yang terkumpul adalah Rp 4.500.000,00, maka jumlah siswa perempuan yang ikut tamasya adalah ...
   A. 13 C. 17
   B. 15 D. 19

10. Suatu kelas mengadakan pengumpulan uang untuk disumbangkan ke suatu rumah yatim piatu. Uang yang mereka kumpulkan terdiri dari 6x mata uang lima ribuan, (x + 3) mata uang sepuluh ribuan, dan (x – 2) mata uang dua puluh ribuan. Jika setiap siswa menyumbangkan hanya satu mata uang dan jumlah uang yang terkumpul sebanyak Rp. 170.000,00, maka jumlah siswa yang memberi sumbangan adalah ....
   A. 25 C. 30
   B. 27 D. 32

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{5} \times 100\%$$

Makna dari tingkat penguasaan Anda adalah:

90% - 100%	= Baik Sekali
80% - 89%	= Baik
70% - 79%	= Cukup
< 70%	= Kurang

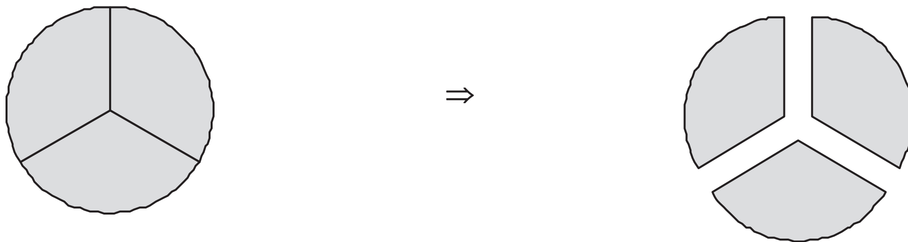
Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

Bilangan Rasional dan Bilangan Irasional

Sebelum mempelajari bilangan rasional dan irrasional, terlebih dahulu marilah kita bicarakan tentang bilangan pecahan.

A. Bilangan Pecahan

Untuk memahami apa yang dinamakan bilangan pecahan, marilah kita perhatikan contoh berikut. Ibu Aisyah memiliki sebuah bolu, ia ingin memberikan bolu tersebut sama besar terhadap tiga orang anaknya. Berapa bagian bolu yang diterima oleh setiap anak?



Gambar 2.3

Coba perhatikan gambar di atas, jika sebuah bolu diilustrasikan dengan sebuah daerah lingkaran, kemudian daerah lingkaran tersebut dibagi menjadi 3 bagian sama besar, maka setiap bagian tersebut menunjukkan $\frac{1}{3}$ dari daerah lingkaran. Atau dalam contoh di atas, setiap anak akan memperoleh $\frac{1}{3}$ bagian bolu dari ibu Aisyah. Bilangan apakah $\frac{1}{3}$ itu?

Ilustrasi lainnya, pada Kegiatan Belajar 1 Modul 2 telah dipelajari tentang bilangan bulat dan operasinya, salah satunya adalah operasi pembagian. Anda telah mengetahui

bahwa operasi pembagian tidak bersifat tertutup, contohnya jika diambil dua bilangan bulat 3 dan 4, kemudian dilakukan pembagian bilangan 3 oleh 4 maka hasilnya adalah bilangan $\frac{3}{4}$, dan $\frac{3}{4}$ bukan merupakan bilangan bulat. Coba Anda ingat-ingat lagi, bilangan apakah $\frac{3}{4}$ itu?

Setelah mengingatnya, tentu tahu bahwa $\frac{3}{4}$ dan $\frac{1}{3}$ merupakan bilangan pecahan. Coba perhatikan, ternyata sebuah bilangan pecahan didapatkan melalui pembagian dua bilangan bulat. Bilangan yang dibagi dinamakan *pembilang* dan bilangan pembaginya dinamakan *penyebut.* Contoh bilangan pecahan yang lain adalah $\frac{4}{7}$, bilangan 4 dinamakan pembilang dan bilangan 7 dinamakan penyebut.

Awalnya bilangan pecahan merupakan bilangan yang dibutuhkan untuk mengukur ukuran yang lebih kecil dari satu, tetapi pada perkembangannya bilangan pecahan pun dapat bernilai lebih dari satu. Sehingga bilangan pecahan dapat dikatagorikan menjadi dua, yaitu *bilangan pecahan murni* dan *bilangan pecahan tidak murni.* Bilangan *pecahan murni* adalah bilangan pecahan yang nilainya antara 0 dan 1, atau dapat dituliskan bilangan pecahan p di mana $0 < p < 1$. Contohnya adalah $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{9}$, dan $\frac{2}{3}$. Sedangkan bilangan pecahan tidak murni adalah bilangan pecahan yang nilainya lebih dari 1, atau dapat dituliskan bilangan pecahan q di mana $q > 1$. Contohnya adalah $\frac{7}{3}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{11}{9}$, dan $\frac{13}{3}$.

Dua atau lebih bilangan pecahan dinamakan *senama,* jika memiliki penyebut yang sama, misalnya : $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{9}{7}$, dan $\frac{11}{7}$. Sedangkan dua atau lebih bilangan pecahan yang tidak memiliki penyebut yang sama disebut *tidak senama,* misalnya: $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}$. Semua contoh yang diberikan tersebut dinamakan bilangan pecahan positif. Awalnya bilangan pecahan positiflah yang dikenal orang, kemudian menyusul lahir bilangan pecahan negatif.

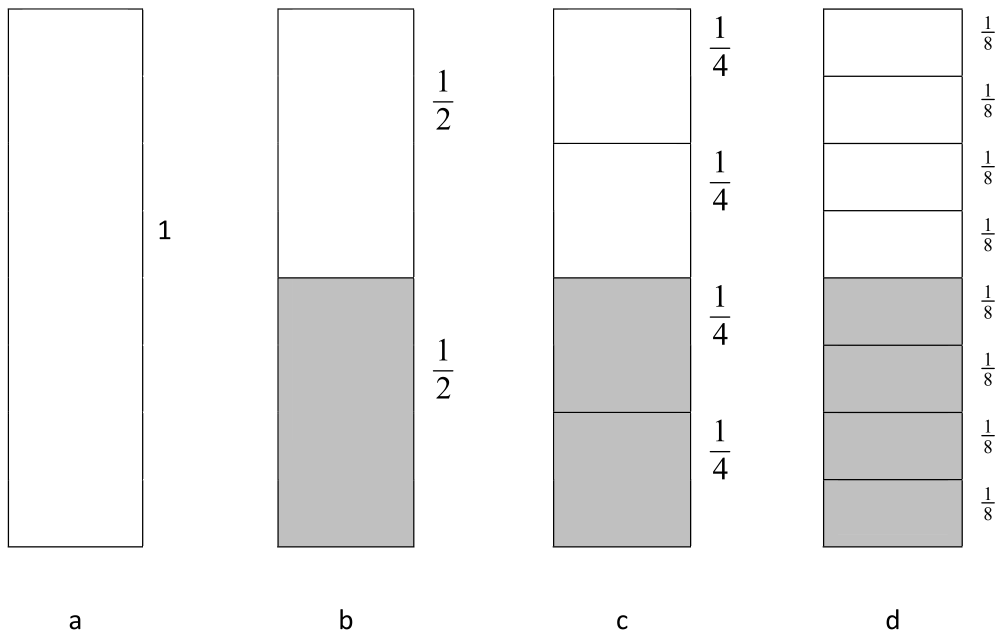
Selanjutnya, coba perhatikan dengan seksama gambar 2.4, yang menunjukkan empat buah persegipanjang.

(1) Gambar 2.4 a menunjukan persegipanjang dalam keadaan utuh.

(2) Gambar 2.4 b menunjukan persegipanjang yang dibagi dua sama besar.

(3) Gambar 2.4 c menunjukan persegipanjang yang dibagi empat sama besar.

(4) Gambar 2.4 d menunjukan persegipanjang yang dibagi delapan sama besar.



Gambar 2.4

Setelah memperhatikan gambar 2.4, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:

(1) Bilangan pecahan apakah yang ditunjukan oleh daerah yang berbayang-bayang pada Gambar 2.4 b.

(2) Bilangan pecahan apakah yang ditunjukan oleh daerah yang berbayang-bayang pada Gambar 2.4 c.

(3) Bilangan pecahan apakah yang ditunjukan oleh daerah yang berbayang-bayang pada Gambar 2.4 d.

Cocokan jawaban dengan jawaban berikut :

(1) $\frac{1}{2}$. (2) $\frac{2}{4}$. (3) $\frac{4}{8}$.

Selanjutnya kita katakan bahwa $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, dan $\frac{4}{8}$ adalah pecahan-pecahan yang senilai.

Untuk mendapatkan bilangan pecahan yang senilai dapat dilakukan dengan *mengalikan* atau *membagi* "pembilang dan penyebut sebuah bilangan pecahan" dengan *bilangan yang sama*, *yang bilangan tersebut* tidak sama dengan nol.

Contoh 1:

$\frac{1}{3} = \frac{1 \text{ x } 4}{3 \text{ x } 4} = \frac{4}{12}$, sehingga bilangan pecahan $\frac{1}{3}$ senilai dengan $\frac{4}{12}$.

$\frac{15}{75} = \frac{15 : 15}{75 : 15} = \frac{1}{5}$, sehingga bilangan pecahan $\frac{15}{75}$ senilai dengan $\frac{1}{5}$.

Contoh 2:

Apakah $\frac{30}{105}$ dan $\frac{16}{56}$ merupakan bilangan pecahan yang senilai?

Penyelesaian:

Pecahan $\frac{30}{105} = \frac{30 : 15}{105 : 15} = \frac{2}{7}$, sehingga bilangan pecahan $\frac{30}{105}$ senilai dengan $\frac{2}{7}$ dan pecahan $\frac{16}{56} = \frac{16 : 8}{56 : 8} = \frac{2}{7}$, sehingga bilangan pecahan $\frac{16}{56}$ senilai dengan $\frac{2}{7}$. Karena bilangan pecahan $\frac{30}{105}$ dan $\frac{16}{56}$ masing-masing senilai dengan $\frac{2}{7}$, maka $\frac{30}{105}$ dan $\frac{16}{56}$ merupakan bilangan pecahan yang senilai.

Penyederhanaan Bilangan Pecahan

Bahasan bilangan pecahan senilai erat kaitannya dengan penyederhanaan sebuah bilangan pecahan. Pada contoh di atas $\frac{30}{105}$ senilai dengan $\frac{2}{7}$, dan dapat dikatakan bahwa bilangan pecahan $\frac{30}{105}$ telah *disederhanakan* menjadi $\frac{2}{7}$ dengan cara *membagi* pembilang dan penyebut $\frac{30}{105}$ dengan 15. Demikian juga bilangan pecahan $\frac{16}{56}$ telah disederhanakan menjadi $\frac{2}{7}$ dengan cara *membagi* pembilang dan penyebut $\frac{16}{56}$ dengan 8.

Coba perhatikan:

(1) Mengapa pada penyedehanaan $\frac{30}{105}$, penyebut dan pembilang dari bilangan pecahan tersebut harus dibagi dengan 15? Dari manakah asal-usulnya bilangan 15 tersebut?

(2) Juga, mengapa pada penyedehanaan $\frac{16}{56}$, penyebut dan pembilangan dari bilangan pecahan tersebut harus dibagi dengan 8? Dari manakah asal-usulnya bilangan 8 tersebut?

Untuk menjawab pertanyaan tersebut, marilah kita lihat faktorisasi prima dari pembilang dan penyebut bilangan pecahan tersebut.

(1) Faktorisasi prima dari 30 adalah: 2 x 3 x 5.

Faktorisasi prima dari 105 adalah: 3 x 5 x 7.

FPB dari 30 dan 105 adalah: 3 x 5 = 15.

Anda bisa amati, ternyata bilangan 15 merupakan FPB dari pembilang dan penyebut bilangan $\frac{30}{105}$.

(2) Faktorisasi prima dari 16 adalah: 2 x 2 x 2x 2 = 2^4.

Faktorisasi prima dari 56 adalah: 2 x 2 x 2 x 7 = 2^3 x 7.

FPB dari 16 dan 56 adalah : 2^3 = 8.

Ternyata bilangan 8 merupakan FPB dari pembilang dan penyebut bilangan $\frac{16}{56}$.

Ilustrasi di atas memberikan arah pada kita untuk menentukan langkah-langkah penyederhanaan bilangan pecahan, langkah-langkah tersebut adalah:

(1) Tentukan faktorisasi prima dari pembilang dan penyebut bilangan pecahan tersebut, kemudian cari FPB-nya.

(2) Bagilah pembilang dan penyebut dengan FPB tersebut.

Contoh 3:

Tuliskan bilangan pecahan paling sederhana dari:

(1) $\frac{21}{56}$ (2) $\frac{48}{60}$

Penyelesaian:

(1) Langkah 1

Faktorisasi prima dari 21 adalah: 3 x 7.

Faktorisasi prima dari 56 adalah: 2 x 2 x 2 x 7 = 2^3 x 7.

FPB dari 21 dan 56 adalah 7.

Langkah 2

Bagilah pembilang dan penyebut dengan 7.

$$\frac{21}{56} = \frac{21 : 7}{56 : 7} = \frac{3}{8}.$$

Jadi, penyederhanaan dari $\frac{21}{56}$ adalah $\frac{3}{8}$.

(2) Langkah 1

Faktorisasi prima dari 48 adalah : 2 x 2 x 2 x 2 x 3 = 2^4 x 3.

Faktorisasi prima dari 60 adalah : 2 x 2 x 3 x 5 = 2^2 x 3 x 5.

FPB dari 48 dan 60 adalah 12.

Langkah 2

Bagilah pembilang dan penyebut dengan 12.

$$\frac{48}{60} = \frac{48:12}{60:12} = \frac{4}{5}.$$

Jadi penyederhanaan dari $\frac{48}{60}$ adalah $\frac{4}{5}$.

Perhatikan bilangan-bilangan pecahan yang telah sederhana di atas, yakni $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{8}$, dan $\frac{4}{5}$. Coba Anda jawab pertanyaan berikut. Berapakah FPB dari pembilang dan penyebut masing-masing pecahan tersebut? Setelah Anda jawab, cocokkan jawaban Anda dengan keterangan berikut. Ternyata FPB dari 1 dan 2, 1 dan 3, 1 dan 5, 2 dan 7, 3 dan 8, serta 4 dan 5, semuanya bernilai 1. Sehingga dapat dikatakan bahwa *suatu bilangan pecahan merupakan pecahan sederhana jika dan hanya jika FPB dari pembilang dan penyebutnya sama dengan 1.*

Contoh 4:

$\frac{4}{20}$ bukan pecahan sederhana karena FPB dari 4 dan 20 adalah 4 bukan 1.

Bilangan Pecahan Desimal

Suatu bilangan pecahan disebut bilangan pecahan *persepuluhan,* jika penyebutnya suatu pangkat bilangan sepuluh, misalnya $\frac{1}{10}$, $\frac{31}{100}$, dan $\frac{135}{1000}$. Bilangan pecahan persepuluhan tersebut berturut-turut dapat ditulis sebagai 0,1, 0,31, dan 0,135, yang dinamakan *bilangan pecahan desimal.*

Suatu bilangan pecahan biasa, misalnya $\frac{3}{5}$, dapat diubah menjadi pecahan desimal dengan cara membagi pembilang dengan penyebutnya. Jadi untuk bilangan $\frac{3}{5}$ dapat dilakukan pembagian 3 oleh 5 dan dihasilkan nilai 0,6. Hasil dari pembagian bilangan, selain menghasilkan angka dengan digit terbatas, juga terkadang ada yang menghasilkan angka dengan digit tanpa akhir. Coba Anda perhatikan contoh-contoh sebagai berikut:

$\frac{1}{5} = 0{,}2$ $\frac{1}{4} = 0{,}25$ $\frac{1}{8} = 0{,}125$ $\frac{1}{16} = 0{,}0625$

$\frac{1}{3} = 0{,}33333\ \ldots$ $\frac{2}{3} = 0{,}66666\ \ldots$ $\frac{5}{11} = 0{,}4545454545\ \ldots$

Bilangan pecahan desimal seperti 0,33333..., 0,66666..., dan 0,4545454545... dinamakan bilangan pecahan desimal berulang.

B. Himpunan Bilangan Rasional

Tahukah Anda, apakah yang dinamakan bilangan rasional? Bilangan 2, 5, $\frac{2}{3}$, dan $\frac{1}{7}$ merupakan contoh dari bilangan rasional. Dari pengetahuan sebelumnya Anda telah mengetahui bahwa 2 dan 5 merupakan bilangan bulat, sedangkan $\frac{2}{3}$, dan $\frac{1}{7}$ merupakan bilangan pecahan. Jadi kalau demikian apakah yang dinamakan bilangan rasional? Kalau Anda pikirkan dengan seksama, ternyata bilangan rasional terdiri dari bilangan bulat dan bilangan pecahan. Atau secara umum bisa dikatakan bahwa jika himpunan bilangan bulat kita gabungkan dengan himpunan bilangan pecahan, maka didapatkan suatu himpunan baru, yang dinamakan *himpunan bilangan rasional*.

Definisi:

Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan sebagai $\frac{a}{b}$ dengan $a, b \in I$ dan $b \neq 0$ (*I* menyatakan himpunan bilangan bulat).

Contoh 5:

Bilangan bulat 2 merupakan bilangan rasional, karena bilangan 2 dapat dinyatakan menjadi $\frac{6}{3}$ atau $\frac{8}{10}$, atau $\frac{12}{6}$, dan sebagainya.

Operasi pada Bilangan Rasional

(1) Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Rasional

Tentunya Anda sudah terbiasa dengan penjumlahan dan pengurangan bilangan rasional. Coba Anda perhatikan contoh-contoh berikut:

Contoh 6:

a. $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$ b. $\frac{7}{9}-\frac{3}{9}$

Penyelesaian:

Terhadap kedua contoh tersebut, karena penyebut-penyebutnya sama maka kita bisa lakukan

a. $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{2+3}{7}=\frac{5}{7}$

Untuk tipe penjumlahan ini secara umum bisa dituliskan: untuk setiap bilangan rasional $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{b}$ maka $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$.

b. $\frac{7}{9}-\frac{3}{9}=\frac{7-3}{9}=\frac{4}{9}$

Sperti halnya dengan penjumlahan, untuk tipe pengurangan seperti ini secara umum bisa dituliskan: untuk setiap bilangan rasional $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{b}$ maka $\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$.

Contoh 7:

a. $\frac{1}{10}+\frac{7}{25}$ b. $\frac{3}{8}-\frac{1}{4}$

Terhadap kedua persoalan pada contoh 7 ini, karena penyebut-penyebutnya tidak sama, maka kita harus samakan penyebutnya terlebih dahulu. Bagaimana caranya menyamakan penyebut-penyebut tersebut? Untuk menyamakan penyebut-penyebutnya kita harus cari Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dari penyebut-penyebut tersebut. Penyelesaian terhadap contoh soal tersebut adalah sebagai berikut.

a. $\frac{1}{10}+\frac{7}{25}$

KPK dari 10 dan 25 adalah 50, sehingga kita dapatkan :

$$\frac{1}{10}+\frac{7}{25}=\frac{1 \text{ x } 5}{10 \text{ x } 5}+\frac{7 \text{ x } 2}{25 \text{ x } 2}=\frac{5}{50}+\frac{14}{50}=\frac{19}{50}$$

b. $\frac{3}{8}-\frac{1}{4}$

KPK dari 8 dan 4 adalah 8, sehingga kita dapatkan :

$$\frac{3}{8}-\frac{1}{4}=\frac{3}{8}-\frac{1 \text{ x } 2}{4 \text{ x } 2}=\frac{3}{8}-\frac{2}{8}=\frac{3-2}{8}=\frac{1}{8}$$

Dari keterangan tersebut dapat disimpulkan bahwa: *untuk menjumlahkan atau mengurangkan bilangan-bilangan rasional (pecahan) yang penyebutnya tidak sama, terlebih dulu gantilah bilangan-bilangan rasional itu dengan bilangan-bilangan rasional yang penyebutnya sama, yaitu KPK dari penyebut-penyebut bilangan rasional semula. Kemudian jumlahkan atau kurangkan pembilang-pembilang bilangan rasional baru itu.*

Sifat-Sifat Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Rasional

a. Operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan rasional bersifat tertutup. Untuk setiap $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah sebarang bilangan rasional, maka $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$ dan $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$ juga merupakan bilangan rasional.

b. Operasi penjumlahan bilangan rasional bersifat komutatif. Untuk setiap $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah sebarang bilangan rasional, maka $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$.

c. Operasi penjumlahan bilangan rasional bersifat assosiatif. Jika $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, dan $\frac{e}{f}$ adalah bilangan rasional, maka $\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}$.

d. Memiliki unsur identitas. Untuk setiap sebarang bilangan rasional $\frac{a}{b}$, maka berlaku

$$\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}.$$

e. Setiap bilangan sebarang bilangan rasional $\frac{a}{b}$ memiliki invers $-\frac{a}{b}$ sehingga

$$\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = \left(-\frac{a}{b}\right) + \frac{a}{b} = 0\ .$$

(2) Operasi Perkalian Bilangan Rasional

Definisi:

Untuk $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah sebarang bilangan rasional, maka $\frac{a}{b}\ x\ \frac{c}{d} = \frac{a\ x\ c}{b\ x\ d}$.

Dengan menggunakan definisi di atas, kita dengan mudah dapat menentukan hasil kali bilangan-bilangan rasional. Perhatikan contoh-contoh berikut:

Contoh 8:.

Tentukan hasil dari:

a. $\frac{2}{5} \text{ x } \frac{7}{9}$ b. $\frac{6}{9} \text{ x } \frac{2}{5}$. c. $\frac{3}{8} \text{ x } \frac{4}{9}$.

Penyelesaian :

a. $\frac{2}{5} \text{ x } \frac{7}{9} = \frac{2 \text{ x } 7}{5 \text{ x } 9} = \frac{14}{45}$.

b. $\frac{6}{9} \text{ x } \frac{2}{5} = \frac{6 \text{ x } 2}{9 \text{ x } 5} = \frac{12}{45} = \frac{4 \text{ x } 3}{15 \text{ x } 3} = \frac{4}{15}$.

c. $\frac{3}{8} \text{ x } \frac{4}{9} = \frac{3 \text{ x } 4}{8 \text{ x } 9} = \frac{12}{72} = \frac{1 \text{ x } 12}{6 \text{ x } 12} = \frac{1}{6}$.

Sifat-Sifat Operasi Perkalian Bilangan Rasional

a. Operasi perkalian bilangan rasional bersifat tertutup. Untuk setiap $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah sebarang bilangan rasional, maka $\frac{a}{b}\ x\ \frac{c}{d}$ juga merupakan bilangan rasional.

b. Operasi perkalian bilangan rasional bersifat komutatif. Untuk setiap $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah sebarang bilangan rasional, maka $\frac{a}{b}\ x\ \frac{c}{d} = \frac{c}{d}\ x\ \frac{a}{b}$.

c. Operasi perkalian bilangan rasional bersifat assosiatif. Jika $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, dan $\frac{e}{f}$ adalah bilangan rasional, maka $\frac{a}{b}\ x \left(\frac{c}{d}\ x\ \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b}\ x\ \frac{c}{d}\right) x\ \frac{e}{f}$.

d. Memiliki unsur identitas. Untuk setiap sebarang bilangan rasional $\frac{a}{b}$, maka berlaku $\frac{a}{b}\ x\ 1 = 1\ x\ \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$.

e. Setiap bilangan sebarang bilangan rasional $\frac{a}{b}$ memiliki invers perkalian $\frac{b}{a}$ sehingga $\frac{a}{b}\ x\ \frac{b}{a} = \frac{b}{a}\ x\ \frac{a}{b} = 1$.

f. Bersifat distributif perkalian terhadap penjumlahan dan pengurangan. Untuk setiap $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, dan $\frac{e}{f}$ adalah bilangan rasional, maka:

$$\frac{a}{b} x \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} x \frac{c}{d}\right) + \left(\frac{a}{b} x \frac{e}{f}\right)$$ dan

$$\frac{a}{b} x \left(\frac{c}{d} - \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} x \frac{c}{d}\right) - \left(\frac{a}{b} x \frac{e}{f}\right).$$

(3) Operasi Pembagian Bilangan Rasional

Definisi:

Untuk $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah sebarang bilangan rasional dengan $\frac{c}{d} \neq 0$, maka hasil bagi dari $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$ adalah bilangan rasional $\frac{e}{f}$ sedemikian sehingga $\frac{c}{d} x \frac{e}{f} = \frac{a}{b}$

Sifat:

Jika $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah sebarang bilangan rasional dengan $c \neq 0$, maka $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} x \frac{d}{c}$.

Contoh 9:.

Tentukan hasil dari:

a. $\frac{2}{7} : \frac{3}{5}$

b. $\frac{5}{11} : \frac{3}{8}$

Penyelesaian:

a. $\frac{2}{7} : \frac{3}{5} = \frac{2}{7} x \frac{5}{3} = \frac{10}{21}$

b. $\frac{2}{11} : \frac{3}{8} = \frac{2}{11} x \frac{8}{3} = \frac{16}{33}$

Dalam operasi pembagian pada bilangan rasional, apakah operasi pembagian bersifat tertutup, komutatif, assosiatif, memiliki unsur identitas, memiliki invers, bersifat distributif. Silahkan Anda diskusikan dengan teman-teman Anda.

C. Bilangan Irasional

Telah Anda ketahui, bahwa himpunan bilangan rasional, adalah himpunan bilangan yang dapat dinyatakan oleh desimal berulang. Ini artinya setiap bilangan rasional dapat dinyatakan oleh sebuah desimal berulang, dan juga setiap desimal berulang menyatakan sebuah bilangan rasional. Akan tetapi ada juga desimal yang tidak berulang, misalnya e = 2,71828… (e bilangan pokok logaritma asli), π = 3,141592653589..., $\sqrt{2}$ = 1,414213..., dan sebagainya. Himpunan bilangan seperti ini dinamakan himpunan bilangan irasional.

Definisi:

Himpunan bilangan yang tidak dapat dinyatakan sebagai $\frac{a}{b}$ dengan $a, b \in I$ dan $b \neq 0$ (I menyatakan himpunan bilangan bulat) dinamakan *himpunan bilangan irasional*. Himpunan bilangan yang terdiri dari bilangan desimal tidak berulang dinamakan *himpunan bilangan irasional*.

Contoh 10:

Bilangan $1+\sqrt{2}$, $3+\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, dan $\sqrt{7}$, jika diubah menjadi bilangan desimal maka akan didapatkan bilangan desimal tidak berulang.

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Tentukan hasil dari $5\frac{1}{2}+2\frac{1}{3}$.
2. Tentukan hasil dari $4\frac{3}{5}-3\frac{1}{4}$.
3. Tentukan hasil dari $7\frac{1}{8}:5\frac{3}{4}$.
4. Tentukan hasil dari $\dfrac{\frac{5}{2}+\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}}$.

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. Bilangan $5\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3}$ dapat ditulis menjadi:

$$5\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} = \left(5 + \frac{1}{2}\right) + \left(2 + \frac{1}{3}\right)$$
$$= (5 + 2) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$$
$$= 7 + \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right)$$
$$= 7 + \frac{5}{6}$$
$$= 7\frac{5}{6}$$

2. Karena $4\frac{3}{5} - 3\frac{1}{4}$ dapat dinyatakan dengan $\frac{23}{5} - \frac{13}{4}$ dan KPK dari penyebut 5 dan 4 adalah 20, maka didapatkan:

$$\frac{23}{5} - \frac{13}{4} = \frac{23 \text{ x } 4}{5 \text{ x } 4} - \frac{13 \text{ x } 5}{4 \text{ x } 5} = \frac{92}{20} - \frac{65}{20} = \frac{92 - 65}{20} = \frac{27}{20} = 1\frac{7}{20}\,.$$

3. Karena $7\frac{1}{8} : 5\frac{3}{4}$ dapat diubah menjadi $\frac{57}{8} : \frac{23}{4}$ dan operasi tersebut dapat diubah ke dalam bentuk perkalian $\frac{57}{8} \text{ x } \frac{4}{23}$, sehingga didapatkan

$$\frac{57}{8} \text{ x } \frac{4}{23} = \frac{57 \text{ x } 4}{8 \text{ x } 3} = \frac{228}{184} = \frac{228 \,:\, 4}{184 \,:\, 4} = \frac{57}{46} = 1\frac{11}{46}\,.$$

4. KPK dari penyebut $\frac{5}{2}$, $\frac{2}{3}$, dan $\frac{1}{4}$ adalah 4, sehingga

$$\frac{\left(\frac{5}{2} + \frac{2}{3}\right) \text{ x } 4}{\frac{1}{4} \text{ x } 4} = \frac{\frac{5}{2} \text{ x } 4 + \frac{2}{3} \text{ x } 4}{1} = 10 + \frac{8}{3} = 12 \frac{2}{3} .$$

Rangkuman

1. Sebuah bilangan pecahan adalah bilangan yang dinyatakan oleh $\frac{a}{b}$ di mana a dan b anggota bilangan bulat, dan b tidak sama dengan nol. Bilangan yang dibagi dinamakan *pembilang* dan bilangan pembaginya dinamakan *penyebut.*
2. Bilangan pecahan dapat dikatagorikan menjadi dua, yaitu *bilangan pecahan murni* dan *bilangan pecahan tidak murni.* Bilangan *pecahan murni* adalah bilangan pecahan yang nilainya antara 0 dan 1, sedangkan bilangan pecahan tidak murni adalah bilangan pecahan yang nilainya lebih dari 1.
3. Dua atau lebih bilangan pecahan dinamakan *senama,* jika memiliki penyebut yang sama, sedangkan dua atau lebih bilangan pecahan yang tidak memiliki penyebut yang sama disebut *tidak senama*.
4. Bilangan pecahan yang pertama dikenal orang adalah bilangan pecahan positif, kemudian menyusul lahir bilangan pecahan negatif.
5. Bilangan $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, dan $\frac{4}{8}$ dikatakan bilangan-bilangan pecahan yang senilai. Untuk mendapatkan bilangan pecahan yang senilai dapat dilakukan dengan *mengalikan* atau *membagi* “pembilang dan penyebut sebuah bilangan pecahan” dengan *bilangan yang sama*, *yang bilangan tersebut* tidak sama dengan nol.
6. Langkah-langkah penyederhanaan bilangan pecahan adalah sebagai berikut:
   a. Tentukan faktorisasi prima dari pembilang dan penyebut bilangan pecahan tersebut, kemudian cari FPB-nya.
   b. Bagilah pembilang dan penyebut dengan FPB tersebut.

7. Suatu bilangan pecahan merupakan pecahan sederhana jika dan hanya jika FPB dari pembilang dan penyebutnya sama dengan 1.
8. Suatu bilangan pecahan disebut bilangan pecahan *persepuluhan (desimal)* jika penyebutnya suatu pangkat bilangan sepuluh.
9. Jika himpunan bilangan bulat kita gabungkan dengan himpunan bilangan pecahan, maka didapatkan suatu himpunan baru, yang dinamakan *himpunan bilangan rasional*.
10. Sifat-sifat operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan rasional:
    a. Operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan rasional bersifat tertutup.
    b. Operasi penjumlahan bilangan rasional bersifat komutatif.
    c. Operasi penjumlahan bilangan rasional bersifat assosiatif.
    d. Memiliki unsur identitas penjumlahan.
    e. Memiliki invers untuk operasi penjumlahan.
11. Sifat-sifat operasi perkalian dan pembagian bilangan rasional:
    a. Operasi perkalian dan pembagian bilangan rasional bersifat tertutup.
    b. Operasi perkalian bilangan rasional bersifat komutatif.
    c. Operasi perkalian bilangan rasional bersifat assosiatif.
    d. Memiliki unsur identitas perkalian.
    e. Memiliki invers untuk operasi perkalian.
    f. Bersifat distributif perkalian terhadap penjumlahan dan pengurangan.

12. Himpunan bilangan irasional adalah himpunan bilangan yang tidak dapat dinyatakan sebagai $\frac{a}{b}$ dengan $a, b \in I$ dan $b \neq 0$, atau himpunan bilangan yang terdiri dari bilangan desimal tidak berulang.

TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Berikut ini, manakah nilai *x* dan *y* yang memenuhi $\frac{6}{9}=\frac{3x}{27}$ dan $\frac{y}{9}=\frac{1}{y}$.

   A. x = 6 dan y = -3   C. x = 4 dan y = -3

   B. x = 5 dan y = 3   D. x = 2 dan y = 3

2. Bilangan-bilangan pecahan $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, dan $\frac{7}{10}$ jika diubah menjadi pecahan yang senama berturut-turut adalah ...

   A. $\frac{100}{120}$, $\frac{105}{120}$, dan $\frac{94}{120}$ C. $\frac{110}{120}$, $\frac{105}{120}$, dan $\frac{94}{120}$

   B. $\frac{100}{120}$, $\frac{105}{120}$, dan $\frac{84}{120}$ D. $\frac{100}{120}$, $\frac{115}{120}$, dan $\frac{94}{120}$

3. Bilangan-bilangan pecahan $\frac{18}{45}$, $\frac{15}{135}$, dan $\frac{84}{180}$ jika disederhanakan berturut-turut menghasilkan bilangan pecahan ...

   A. $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{7}$, dan $\frac{7}{15}$ C. $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{7}$, dan $\frac{7}{18}$

   B. $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{9}$, dan $\frac{7}{13}$ D. $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{9}$, dan $\frac{7}{15}$

4. Pernyataan-pernyataan berikut adalah benar, kecuali ...

   A. $\frac{13}{43}<\frac{1}{3}$ dan $\frac{23}{77}<\frac{15}{37}$ C. $\frac{5}{43}<\frac{2}{17}$ dan $\frac{19}{35}<\frac{7}{13}$

   B. $\frac{7}{19}>\frac{19}{53}$ dan $\frac{1}{13}>\frac{3}{40}$ D. $\frac{5}{11}>\frac{7}{16}$ dan $\frac{3}{11}>\frac{5}{19}$

5. Hasil dari $\frac{5}{126}+\frac{11}{210}$ adalah ...

A. $\frac{27}{315}$

C. $\frac{29}{315}$

B. $\frac{28}{315}$

D. $\frac{57}{630}$

6. Hasil dari $4\frac{1}{3}$ x $5\frac{3}{8}$ adalah ...

A. $20\frac{3}{24}$

C. $22\frac{7}{24}$

B. $21\frac{7}{24}$

D. $23\frac{7}{24}$

7. Nilai $1\frac{3}{5}$ adalah hasil dari pembagian ...

A. $3\frac{3}{5} : 1\frac{1}{5}$

C. $2\frac{3}{5} : 1\frac{1}{8}$

B. $2\frac{3}{5} : 1\frac{5}{8}$

D $3\frac{3}{8} : 1\frac{2}{5}$

8. Hasil dari $\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{3}}$ adalah ...

A. $\frac{10}{7}$

C. $\frac{12}{7}$

B. $\frac{11}{7}$

D. $\frac{13}{7}$

9. Berikut ini adalah bilangan irasional, kecuali ...

A. $2\sqrt{2}$

C. $\sqrt{9}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D $2 + \sqrt{5}$

10. Berikut ini adalah bilangan-bilangan yang bernilai kurang dari 3, kecuali ...

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{3}{2} + \sqrt{2}$

C. $3 + \frac{\sqrt{2}}{5}$

D. $\sqrt{17} - \sqrt{2}$

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{5} \times 100\%$$

Makna dari tingkat penguasaan Anda adalah:

90% - 100% = Baik Sekali
80% - 89% = Baik
70% - 79% = Cukup
< 70% = Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

Bilangan Berpangkat

A. Pangkat Bilangan Bulat Positif

Sebagai permulaan pembicaraan kita tentang bilangan berpangkat bilangan bulat positif, marilah kita ingat kembali tentang konsep perkalian. Kalau Anda memiliki perkalian 4 x 3 maka ini mengandung makna bahwa 4 x 3 = 3 + 3 + 3 + 3. Dari kasus tersebut Anda melihat dengan jelas bahwa 4 x 3 merupakan proses penjumlahan berulang bilangan 4 sebanyak empat kali. Sekarang kalau kita mempunyai 7 x 7 x 7 x 7 x 7, disebut proses apakah itu? Bilangan 7 x 7 x 7 x 7 x 7 = 7^5, dan 7^5 dinamakan bilangan berpangkat.

Contoh 1:

3 x 3 = 3^2 (Lambang 3^2 dibaca 3 pangkat 2)

5 x 5 = 5^2 (Lambang 5^2 dibaca 5 pangkat 2)

Contoh 2:

Bilangan Berpangkat	Dibaca	Faktor
3^4	tiga pangkat empat	$\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{\text{4 faktor}}$
5^6	lima pangkat enam	$\underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\text{6 faktor}}$
4^7	empat pangkat tujuh	$\underbrace{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}_{\text{7 faktor}}$
a^n	*a* pangkat *n*	$\underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{\text{n faktor}}$

Dengan melihat contoh tersebut secara umum bilangan berpangkat dapat dituliskan sebagai $a^n = \underbrace{a \; x \; a \; x \; a \; x \; \ldots \; x \; a}_{\text{n faktor}}$, dengan lambang bilangan *a* dinamakan *bilangan pokok,* sedangkan lambang bilangan *n*, dinamakan *pangkat*. Bilangan *a* umumnya merupakan bilangan real, namun untuk bahasan kita saat ini bilangan *a* dibatasi hanya untuk bilangan rasional, sedangkan *n* dibatasi hanya untuk bilangan bulat.

Terdapat beberapa sifat dalam bilangan berpangkat, yaitu:

a. Sifat 1

Coba Anda perhatikan keterangan berikut ini. Misalkan diambil contoh.

(i) 5^2 x 5^4 = (5 x 5) x (5 x 5 x 5 x 5) = 5 x 5 x 5 x 5 x 5 x 5 = 5^6

(ii) 2^3 x 2^5 = (2 x 2 x 2) x (2 x 2 x 2 x 2 x 2) = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = 2^8

Dari contoh tersebut maka secara umum, jika *a* sebarang bilangan rasional dan *m, n* bilangan bulat positif, maka didapatkan:

$$a^m \; x \; a^n = \underbrace{a \; x \; a \; x \; a \; x \; \ldots \; x \; a}_{m \text{ faktor}} \; x \; \underbrace{a \; x \; a \; x \; a \; x \; \ldots \; x \; a}_{n \text{ faktor}}$$

$$= \underbrace{a \; x \; a \; x \; a \; x \; \ldots \; x \; a}_{m+n \text{ faktor}}$$

$$= a^{m+n}.$$

b. Sifat 2

Kalau pada contoh yang sebelumnya merupakan permasalahan kasus $a^m \; x \; a^n$, bagaimana halnya untuk $a^m : a^n$. Untuk menjawab pertanyaan tersebut, coba Anda perhatikan contoh berikut ini.

$$3^6 : 3^2 = \frac{3 \, x \, 3 \, x \, 3 \, x \, 3 \, x \, 3 \, x \, 3}{3 \, x \, 3} = \frac{3 \, x \, 3 \, x \, 3 \, x \, 3 \, x \, (3 \, x \, 3)}{(3 \, x \, 3)} = 3 \, x \, 3 \, x \, 3 \, x \, 3 = 3^4$$

Dari contoh tersebut maka secara umum, jika *a* sebarang bilangan rasional dan *m, n* bilangan bulat positif, dengan m > n , maka didapatkan:

$$a^m : a^n = a^{m-n} .$$

c. Sifat 3

Dengan menuliskan faktor-faktor setiap bilangan tunjukan bahwa:

(i) $(2^3)^2 = 2^6$ (ii) $(3^2)^4 = 3^8$ (iii) $(5^3)^4 = 5^{12}$

Penyelesaian:

(i) $(2^3)^2 = (2 \times 2 \times 2)^2 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) = 2^6$

(ii) $(3^2)^4 = (3 \times 3)^4$

$= (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3)$

$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^8$

(iii) $(5^3)^4 = (5 \times 5 \times 5)^4$

$= (5 \times 5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5)$

$= (5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5)$

$= 5^{12}$

Dari contoh tersebut maka secara umum, $(a^m)^n = (a)^{m \times n}$ untuk m dan n adalah bilangan bulat positif

d. Sifat 4

Dengan menuliskan faktor-faktor prima setiap bilangan dan menggunakan hukum assososiatif dan komutatif, buktikan bahwa:

$(2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2$

Cocokkan jawaban Anda dengan keterangan berikut.

$(2 \times 3)^2 = (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$= 2 \times (3 \times 2) \times 3$

$= 2 \times (2 \times 3) \times 3$

$= (2 \times 2) \times (3 \times 3)$

$= 2^2 \times 3^2$

Dari contoh tersebut maka secara umum, $(a \times b)^n = a^n b^n$ untuk n adalah bilangan bulat positif

B. Pangkat Bilangan Bulat Negatif dan Nol

Sekarang kita akan memperluas definisi bilangan berpangkat. Perluasan ini mencakup bilangan bulat lainnya, yaitu nol dan bilangan bulat negatif sebagai pangkat. Ini dilakukan

sedemikian rupa sehingga sifat-sifat yang dibahas di atas berlaku untuk semua bilangan bulat m dan n.

Sifat-sifat itu adalah:

(1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(2) $a^m : a^n = a^{m-n}$

(3) $(a^m)^n = (a)^{m \times n}$

(4) $(a \times b)^n = a^n \, b^n$

Contoh 3:

Tentukan nilai dari :

(1) $25^2 \times 8^2$ (2) $28^2 : 7^2$

Penyelesaian:

(1) Cara 1

Dengan melakukan operasi secara klasikal

$$25^2 \times 8^2 = (25 \times 25) \times (8 \times 8)$$
$$= 625 \times 64$$
$$= 40.000$$

Cara 2

Dengan menggunakan formula $(a \times b)^n = a^n b^n$ atau $a^n b^n = (a \times b)^n$

$$25^2 \times 8^2 = (25 \times 8)^2$$
$$= (200)^2$$
$$= 40000$$

(2) Cara 1

$$28^2 : 7^2 = (28 \times 28) : (7 \times 7)$$
$$= 784 : 49$$
$$= 16$$

Cara 2

$$28^2 : 7^2 = \frac{28^2}{7^2}$$

$$= \left(\frac{28}{7}\right)^2$$

$$= (4)^2$$

$$= 16$$

Untuk formulasi bilangan bulat negatif dan nol sebagai pangkatnya perhatikan contoh berikut.

Contoh 4:

Bilangan Berpangkat	Faktor	Nilai
2^7	2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2	128
2^6	2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2	64
2^5	2 x 2 x 2 x 2 x 2	32
2^4	2 x 2 x 2 x 2	16
2^3	2 x 2 x 2	8
2^2	2 x 2	4
2^1	2	2
⋮	⋮	⋮

Sekarang coba Anda perhatikan dengan seksama contoh di atas yang kemudian disajikan dalam barisan bilangan berikut: 2^7, 2^6, 2^5, 2^4, 2^3, 2^2, 2^1, ... Ada dua hal yang menarik dari barisan bilangan tersebut, yaitu:

(1) Pangkat dari suku-sukunya berturut-turut turun satu-satu, yakni dari 7 kemudian berikutnya 6, 5, 4, 3, dan seterusnya

(2) Nilai setiap suku adalah seperdua dari suku yang mendahuluinya

Dari keterangan a, maka barisan bilangan tersebut dapat dilanjutkan sebagai berikut: 2^7, 2^6, 2^5, 2^4, 2^3, 2^2, 2^1, 2^0, 2^{-1}, 2^{-2}, 2^{-3}, 2^{-4}, 2^{-5}, ... dan berdasarkan keterangan b , nilai dari setiap sukunya berturut-turut adalah: 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, ...

Jika keterangan tersebut, kita sajikan dalam bentuk tabel maka didapatkan sebagai berikut:

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	...
128	64	32	16	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	...

Dari barisan-barisan bilangan tersebut, Anda bisa perhatikan bahwa:

$2^0 = 1$

$$2^{-1} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2^1}$$

$$2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$$

$$2^{-4} = \frac{1}{16} = \frac{1}{2^4}$$

$$2^{-5} = \frac{1}{32} = \frac{1}{2^5}$$

$$\vdots$$

$$2^{-n} = \frac{1}{32} = \frac{1}{2^n}$$

Ilustrasi tersebut mengarahkan pada kita bahwa secara umum $a^0 = 1$ dan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ dengan *a* adalah bilangan pokok dan *n* adalah pangkat. Perhatikan contoh berikut.

Contoh 5:

Tuliskan bilangan berpangkat berikut menjadi bilangan tanpa pangkat

(1) 5×10^4 (2) 2.7×10^6 (3) 3×10^{-2} (4) 5×3^{-4}

Penyelesaian:

a. $5 \times 10^4 = 5 \times 10000 = 50.000$.

b. $2,7 \times 10^6 = 2,7 \times 1.000.000 = 2.700.000$.

c. $3 \times 10^{-2} = 3 \; x \; \frac{1}{10^2} = \frac{3 \; x \; 1}{100} = \frac{3}{100}$.

d. $5 \times 3^{-4} = 5 \, x \, \frac{1}{3^4} = \frac{5 \,\text{x}\, 1}{81} = \frac{5}{81}$.

C. Pangkat Bilangan Rasional

Operasi memangkatkan dua dan menarik akar pangkat dua dari suatu bilangan adalah operasi-operasi invers, seperti halnya operasi penjumlahan dan pengurangan adalah operasi-operasi invers, juga operasi perkalian dan pembagian adalah operasi-operasi invers. Untuk lebih memahami tentang operasi akar pangkat dua, coba Anda perhatikan ilustrasi berikut ini.

Bilangan		Pangkat dua	Bilangan		Akar pangkat dua
0	$\rightarrow$	0	0	$\rightarrow$	0
1	$\rightarrow$	1	1	$\rightarrow$	1
2	$\rightarrow$	4	4	$\rightarrow$	2
3	$\rightarrow$	9	9	$\rightarrow$	3
4	$\rightarrow$	16	16	$\rightarrow$	4
5	$\rightarrow$	25	25	$\rightarrow$	5
$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$

Karena 5 pangkat dua adalah 25, maka akar pangkat dua dari 25 adalah 5. Atau bisa dituliskan, karena $5^2 = 25$ maka $\sqrt{25} = 5$. Demikian juga $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{1} = 1$ dan $\sqrt{0} = 0$.

Akar pangkat dua dari suatu bilangan bulat positif *n*, adalah bilangan bulat positif $\sqrt{n}$, yang jika dikalikan dengan dirinya sendiri akan menghasilkan *n.*

Contoh 6:

(1) Diketahui $289 = 17^2$, maka $\sqrt{289} = 17$.

(2) Diketahui $529 = 23^2$, maka $\sqrt{529} = 23$.

Sifat-sifat di atas berlaku juga untuk bilangan berpangkat bilangan rasional, dan berikut tambahan sifat lainnya.

Sifat 1

Untuk a bilangan real dan m serta n bilangan bulat positif $a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$

Sifat 2

Jadi untuk setiap bilangan real a yang bukan nol, $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Tentukan nilai *k* yang memenuhi persamaan berikut ini.
   a. $5^k = 125$
   b. $49^k = \sqrt{7}$
2. Carilah nilai *k* sehingga pernyataan $5^{k+1} = 5^4$ menjadi benar.
3. Nilai dari $\sqrt[5]{32}$ x $\frac{1}{3}\sqrt[5]{243}$ adalah ...
4. Tentukan nilai *k* yang memenuhi persamaan berikut ini.
   a. $3^{2k+1} = \frac{1}{27}$.
   b. $5^{k-9} = 25^{3-k}$.
5. Jika diketahui $2^9 = 8^{a+2}$, maka nilai dari *a* adalah ...

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. Penyelesaian:
   a. $5^k = 125$

$$5^k = (5)^3$$

$$k = 3$$

Jadi, nilai *k* yang memenuhi adalah *k* = 3.

b. $49^k = \sqrt{7}$

$$\left(7^2\right)^k = (7)^{\frac{1}{2}}$$

$$(7)^{2k} = (7)^{\frac{1}{2}}$$

$$2k = \frac{1}{2}$$

$$k = \frac{1}{4}.$$

Jadi, nilai *k* yang memenuhi adalah *k* = $\frac{1}{4}$.

2. $5^{k+1} = 5^4$

$$k + 1 = 4$$

$$k = 4 - 1$$

$$k = 3$$

Jadi, nilai *k* yang memenuhi adalah k = 3.

3. $\sqrt[5]{32} \text{ x } \frac{1}{3}\sqrt[5]{243}$ = $\left(2^5\right)^{\frac{1}{5}} \text{ x } \frac{1}{3} \text{ x } \left(3^5\right)^{\frac{1}{5}}$

= $(2)^{5 \text{ x } \frac{1}{5}} \text{ x } \frac{1}{3} \text{ x } (3)^{5 \text{ x } \frac{1}{5}}$

= $(2)^1 \text{ x } \frac{1}{3} \text{ x } (3)^1$

= $2 \text{ x } \frac{1}{3} \text{ x } 3$

= 2.

Jadi, nilai dari $\sqrt[5]{32} \text{ x } \frac{1}{3}\sqrt[5]{243}$ adalah 2.

4. Penyelesaian:

a. $3^{2k+1} = \frac{1}{27}$

$3^{2k+1} = \frac{1}{3^3}$

$3^{2k+1} = 3^{-3}$

$2k + 1 = -3$

$2k = -3 - 1$

$k = -2$

Jadi, nilai k yang memenuhi adalah k = -2.

b. $5^{k-9} = 25^{3-k}$

$5^{k-9} = \left(5^2\right)^{3-k}$

$5^{k-9} = (5)^{6-2k}$

$\mathrm{k} - 9 = 6 - 2k$

$k + 2k = 6 + 9$

$3k = 15$

$k = 5$

Jadi, nilai k yang memenuhi adalah k = 5.

5. $2^9 = 8^{a+2}$

$2^9 = \left(2^3\right)^{a+2}$

$2^9 = 2^{3 \times (a+2)}$

$2^9 = 2^{3a+6}$

$9 = 3a + 6$

$3a = 9 - 6$

$3a = 3$

$a = \frac{3}{3}$

$a = 1$

Jadi, nilai a = 1.

Rangkuman

1. Jika *n* adalah sebuah bilangan bulat positif dan *a* adalah bilangan real maka a pangkat *n* adalah $a^n = \underbrace{a \text{ x } a \text{ x } a \text{ x } \ldots \text{ x } a}_{\text{n faktor}}$ dengan *a* dinamakan bilangan pokok dan *n* dinamakan pangkat dari bilangan tersebut.

2. Untuk sebarang bilangan bulat *m* dan *n*, sifat-sifat bilangan berpangkat adalah sebagai berikut:

   a. $a^m \text{ x } a^n = a^{\text{m + n}}$.

   b. $a^m \text{ x } a^n = a^{\text{m} - \text{n}}$.

   c. $\left(a^m\right)^n = (a)^{\text{m x n}}$.

   d. $(\text{a x b})^n = a^{\text{n}} \text{ x b}^{\text{n}}$.

   e. $a^0 = 1$.

   f. $a^{-n} = \dfrac{1}{a^{-n}}$.

   g. $a^{\frac{\text{m}}{\text{n}}} = \sqrt[n]{a^m}$.

   h. $a^{-\frac{m}{n}} = \dfrac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$.

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{5} \times 100\%$$

Makna dari tingkat penguasaan Anda adalah:

90% - 100% = Baik Sekali
80% - 89% = Baik
70% - 79% = Cukup
< 70% = Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

TES FORMATIF 3

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Pernyataan-pernyataan di bawah ini benar, kecuali ...
   A. $2^7 : 2^3 = 2^4$
   B. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \text{ x } \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^6$
   C. $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \text{ x } \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^5$
   D. $\frac{a^5}{a^2} = a^3$

2. Bentuk sederhana dari $(2^3)^4 : 2^2$ adalah ...
   A. 2^3
   B. 2^6
   C. 2^{10}
   D. 2^{12}

3. Nilai *n* yang memenuhi $3^{2n} - 81 = 0$ adalah ...
   A. 1
   B. 2
   C. 3
   D. 4

4. Suatu kubus mempunyai volume 729 cm^3, maka panjang rusuk kubus tersebut adalah ...
   A. 6
   B. 7
   C. 8
   D. 9

5. Jika diketahui $2^6 \text{ x } 3^2 = 2^4 \text{ x } 6^k$, maka nilai *k* adalah ...
   A. 1
   B. 2
   C. 3
   D. 4

6. Jika $15^2 : 25 = 3^b$, maka nilai b yang memenuhi adalah ...
   A. 2
   B. 3
   C. 4
   D. 5

7. Jika diberikan y = 8, maka nilai dari $2y^{-\frac{1}{3}}$ adalah ...
   A. 1
   B. 2
   C. 3
   D. 4

8. Jika diberikan a = 100 dan b = 64, maka nilai dari $2a^{\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{3}}$ adalah ...

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

9. Hasil perkalian dari $(4a)^3$ x $(8a)^{-2}$ adalah ...

A. a

B. $2a$

C. a^2

D. $2a^2$

10. Jika diketahui a = 4, $b = \frac{1}{8}$, c = 2, maka nilai dari $\frac{a^{\frac{1}{2}}b^3c}{bc^{-3}}$ adalah

A. 1

B. 0,75

C. 0,5

D. 0,25

KUNCI JAWABAN TES FORMATIF

Tes Formatif 1

1. C. $-5 < 2 < 4 < 7$.
2. D. {-3, -2, -1, 0, 1, 2}.
3. D. 30.
4. A. {-2, -1, 0, 1, 2, 3}.
5. A. $x \times y - y \times z$.
6. D. 23a – 2b.
7. B. {3, 4, 5}.
8. B. 21.
9. C. 17.
10. A. 25.

Tes Formatif 2

1. A. $x = 6$ dan $y = -3$.
2. B. $\frac{100}{120}$, $\frac{105}{120}$, dan $\frac{84}{120}$.
3. D. $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{9}$, dan $\frac{7}{15}$.
4. C. $\frac{5}{43} < \frac{2}{17}$ dan $\frac{19}{35} < \frac{7}{13}$.
5. C. $\frac{29}{315}$.
6. D. $23\frac{7}{24}$.
7. B. $2\frac{3}{5} : 1\frac{5}{8}$.
8. A. $\frac{10}{7}$.
9. C. $\sqrt{9}$.
10. C. $3 + \frac{\sqrt{2}}{5}$.

Tes Formatif 3

1. C. $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 x \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^5$.
2. C. 2^{10}.
3. B. 2.
4. D. 9.
5. B. 2.
6. A. 2.
7. A. 1.
8. C. 5.
9. A. a.
10. C. 0,5.

MODUL 3

ARITMETIKA MODULAR DAN ARITMETIKA SOSIAL

Aritmetika Modular dan Aritmetika Sosial

Pendahuluan

Modul ini adalah modul ke-3 dalam mata kuliah Matematika. Isi modul ini membahas tentang aritmetika modular dan aritmetika sosial.

Modul ini terdiri dari 3 kegiatan belajar. Pada kegiatan belajar 1 akan dibahas mengenai bilangan jam. Pada kegiatan belajar 2 akan dibahas mengenai aritmetika modular. Terakhir, pada kegiatan belajar 3 akan dibahas mengenai aritmetika sosial.

Setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat memahami operasi-operasi bilangan jam dan operasi modular, konsep aritmetika sosial.

Secara khusus setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat:

1. menyelesaikan operasi penjumlahan pada bilangan jam
2. menyelesaikan operasi pengurangan pada bilangan jam
3. menyelesaikan operasi perkalian pada bilangan jam
4. menjelaskan sifat-sifat operasi pada bilangan jam
5. menyelesaikan soal perhitungan kongruensi
6. menjelaskan sifat-sifat operasi pada kongruensi
7. menentukan kelas-kelas residu modulo
8. menjelaskan pengertian bunga tunggal
9. menyelesaikan soal perhitungan bunga tunggal
10. menjelaskan pengertian bunga majemuk
11. menyelesaikan soal perhitungan bunga majemuk

Petunjuk Belajar

1. Bacalah dengan cermat pendahuluan modul ini sehingga Anda memahami tujuan dan bagaimana mempelajari modul ini.
2. Bacalah uraian materi dalam modul ini, tandailah kata-kata penting yang merupakan kunci. Pahami setiap konsep dalam uraian materi dengan mempelajari contoh-contohnya.
3. Jika mengalami kesulitan dalam mempelajari modul ini, diskusikanlah dengan teman-teman Anda atau dengan tutor.
4. Pelajari sumber-sumber lain yang relevan untuk memperluas wawasan.

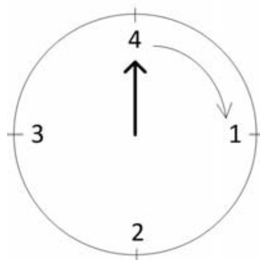
5. Kerjakan soal-soal latihan dalam modul ini tanpa melihat petunjuk jawaban latihan terlebih dahulu. Apabila mengalami kesulitan, barulah Anda melihat petunjuk jawaban latihan.
6. Kerjakan soal-soal tes formatif dan periksa tingkat kemampuan Anda dengan mencocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban tes formatif. Ulangilah pengerjaan tes formatif ini sampai Anda benar-benar dapat mengerjakan semua soal-soal tes formatif ini dengan benar.

Selamat Belajar, Semoga Sukses!

Bilangan Jam

A. Operasi Penjumlahan Pada Bilangan Jam

Coba Anda perhatikan gambar 3.1 berikut. Penjumlahan pada bilangan jam merupakan suatu operasi perputaran jarum jam ke arah kanan (positif).



Gambar 3.1

Gambar 3,1 merupakan suatu permukaan jam empatan. Pada kondisi awal, jam menunjukkan jam 4. Kemudian kalau jarum jam digerakan ke arah kanan jam menunjukkan jam 1. Hal ini dapat dikatakan bahwa:

4 + 1 = 1 (penjumlahan, seperti terlihat pada gambar 3.1 di atas).

Coba Anda perhatikan contoh-contoh berikut:

4 + 2 = 2.

4 + 3 = 3.

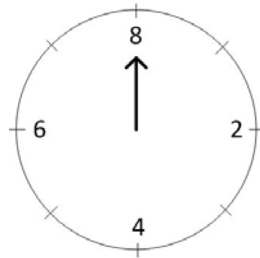
4 + 4 = 4.

2 + 3 = 1.

3 + 3 = 2.

3 + 4 = 3.

Sebagai contoh lain, perhatikan jam delapanan berikut:



Gambar 3.2

Pada sistem jam delapanan, coba Anda perhatikan contoh-contoh berikut:

3 + 4 = 7.

5 + 3 = 8.

6 + 3 = 1.

8 + 2 = 2.

4 + 7 = 3.

7 + 6 = 5.

Dengan memperhatikan contoh-contoh di atas maka dapat digeneralisasi penjumlahan bilangan pada sistem jam k-an.

Jika a, b, merupakan angka-angka pada jam k-an, maka akan berlaku:

$$a+b=\begin{cases} a+b, & \text{jika } (a+b)\leq k \\ (a+b)-k, & \text{jika } (a+b)>k \end{cases}$$

Contoh 1:

Pada sistem jam delapanan, tentukanlah nilai dari:

(1) 3 + 2.

(2) 5 + 2.

(3) 6 + 7.

(4) 5 + 7.

(5) 7 + 7.

Penyelesaian:

k = 8.

(1) 3 + 2 = 5 , karena 5 < 8.

(2) 5 + 2 = 7 , karena 7 < 8.

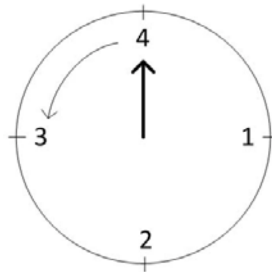
(3) 6 + 7 = 13 – 8 = 5 , karena 13 > 8.

(4) 5 + 7 = 12 – 8 = 4 , karena 12 > 8.

(5) 7 + 7 = 14 – 8 = 6, karena 14 > 8.

B. Operasi Pengurangan Pada Bilangan Jam

Coba Anda perhatikan gambar 3.3 berikut. Pengurangan pada bilangan jam merupakan suatu operasi perputaran jarum jam ke arah kiri (negatif).



Gambar 3.3

Gambar 3.3 merupakan suatu permukaan jam empatan. Pada kondisi awal jam menunjukkan jam 4. Kemudian kalau jarum jam digerakan ke arah kiri, jam menunjukkan jam 3. Hal ini dapat dikatakan bahwa:

4 - 1 = 3 (pengurangan, seperti terlihat pada gambar 3.3 di atas).

Coba Anda perhatikan contoh-contoh berikut:

3 - 2 = 1.

4 - 3 = 1.

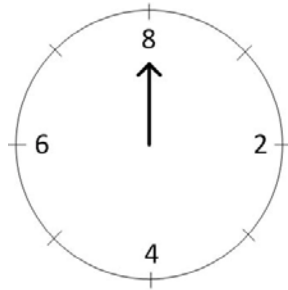
4 - 2 = 2.

2 - 3 = 3.

3 - 4 = 3.

2 - 2 = 4.

Sebagai contoh lain perhatikan jam delapanan berikut:



Gambar 3.4

Pada sistem jam delapanan, coba Anda perhatikan contoh-contoh berikut:

5 – 4 = 1.

7 – 3 = 4.

8 – 2 = 6.

1 – 4 = 5.

3 – 4 = 7.

4 – 7 = 5.

Dengan memperhatikan contoh-contoh di atas, maka dapat digeneralisasi pengurangan bilangan pada sistem jam k-an.

Jika a, b, merupakan angka-angka pada jam k-an, maka akan berlaku:

$$a - b = \begin{cases} (a-b)+k, & \text{jika} \quad (a-b) \leq 0 \\ \\ a-b, & \text{jika} \quad a-b > 0 \end{cases}$$

Contoh 2:

Pada sistem jam delapanan, tentukanlah nilai dari:

(1) 3 – 2.

(2) 5 – 3.

(3) 6 – 7.

(4) 5 – 7.

(5) 7 – 7.

Penyelesaian:

k = 8

(1) 3 - 2 = 1 , karena 1 > 0.

(2) 5 - 3 = 2 , karena 2 > 0.

(3) 6 - 7 = - 1 + 8 = 7 , karena -1 ≤ 0.

(4) 5 - 7 = - 2 + 8 = 6 , karena - 2 ≤ 8.

(5) 7 – 7 = 0 + 8 = 8, karena 0 ≤ 0.

C. Operasi Perkalian Pada Bilangan Jam

Perkalian bilangan jam merupakan suatu operasi penjumlahan angka-angka yang sama berulang kali pada bilangan jam. Misalnya, 3 x 4 = 4 + 4 + 4.

Contoh 3:

Pada sistem jam delapanan, tentukanlah hasil dari:

(1) 2 x 4.

(2) 3 x 2.

(3) 3 x 4.

(4) 5 x 3.

(5) 4 x 7.

Penyelesaian:

k = 8

(1) 2 x 4 = 4 + 4 = 8.

(2) 3 x 2 = 2 + 2 + 2 = 6.

(3) 3 x 4 = 4 + 4 + 4 = 12 – 8 = 4.

(4) 5 x 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15 – 8 = 7.

(5) 4 x 7 = 7 + 7 + 7 + 7 = 28 – (3x8) = 28 – 24 = 4.

Dengan memperhatikan contoh-contoh di atas maka dapat digeneralisasi pengurangan bilangan pada sistem jam k-an.

Jika a, b, merupakan angka-angka pada jam k-an, maka akan berlaku:

$$a \times b = (a \times b) - nk \; ; n \in \{\text{bilangan cacah}\}.$$

Contoh 4:

Pada sistem jam dua belasan, tentukanlah hasil dari:

(1) 4 x 2

(2) 5 x 3

(3) 6 x 4

(4) 7 x 5

(5) 8 x 10

Penyelesaian:

(1) 4 x 2 = 8 – (0 x 12) = 8 (n = 0).

(2) 5 x 3 = 15 – (1 x 12) = 3 (n = 1).

(3) 6 x 4 = 24 – (1 x 12) = 12 (n = 2).

(4) 7 x 5 = 35 – (2 x 12) = 11 (n = 2).

(5) 8 x 10 = 80 – (6 x 12) = 8 (n = 6).

D. Operasi Pembagian Pada Bilangan Jam

Tabel 3.1

Perkalian pada Bilangan Jam Empatan

x	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	2	4
3	3	2	1	4
4	4	4	4	4

Perhatikan tabel 3.1. Dapat kita lihat bahwa untuk beberapa bilangan pada sistem jam empatan, pengerjaan bagi itu berlaku. Perhitungannya dapat kita lakukan karena pengerjaan bagi itu merupakan lawan dari pengerjaan kali. Misalnya, 2 : 3 = 2, karena 2 x 3 = 2. Akan

tetapi 3 : 2 tidak mempunyai penyelesaian, karena tidak ada bilangan pada tabel tersebut yang bila dikalikan dengan 2 menghasilkan 3.

Berlainan lagi dengan 2 : 2 yang mempunyai jawab 1 dan 3, karena 1 x 2 = 2 dan 3 x 2 = 2. Oleh karena itu, pengerjaan bagi pada sistem jam empatan tidak tertutup. Kita tidak hanya dapat membuat sistem jam empatan, tetapi sistem jam k-an lainnya. Dan pengerjaan bagi pada aritmetika jam k-an tersebut tidak tertutup.

E. Sifat-Sifat Operasi Pada Bilangan Jam

Berikut ini diberikan diberikan tabel penjumlahan, pengurangan, dan perkalian untuk sistem bilangan jam delapanan.

Tabel 3.2

Penjumlahan pada Bilangan Jam Delapanan

+	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7	8	1
2	3	4	5	6	7	8	1	2
3	4	5	6	7	8	1	2	3
4	5	6	7	8	1	2	3	4
5	6	7	8	1	2	3	4	5
6	7	8	1	2	3	4	5	6
7	8	1	2	3	4	5	6	7
8	1	2	3	4	5	6	7	8

Tabel 3.3

Pengurangan pada Bilangan Jam Delapanan

-	1	2	3	4	5	6	7	8
1	8	7	6	5	4	3	2	1
2	1	8	7	6	5	4	3	2
3	2	1	8	7	6	5	4	3
4	3	2	1	8	7	6	5	4
5	4	3	2	1	8	7	6	5
6	5	4	3	2	1	8	7	6
7	6	5	4	3	2	1	8	7
8	7	6	5	4	3	2	1	8

Tabel 3.4

Perkalian pada Bilangan Jam Delapanan

x	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	3	4	5	6	7	8
2	2	4	6	8	2	4	6	8
3	3	6	1	4	7	2	5	8
4	4	8	4	8	4	8	4	8
5	5	2	7	4	1	6	3	8
6	6	4	2	8	6	4	2	8
7	7	6	5	4	3	2	1	8
8	8	8	8	8	8	8	8	8

Dari tabel di atas dapat ditunjukkan bahwa pada sistem bilangan jam secra umum berlaku sifat-sifat sebagai berikut:

(1) Sifat Komutatif

a + b = b + a.

a x b = b x a.

(2) Sifat Assosiatif

a + (b + c) = (a + b) + c.

a x (b x c) = (a x b) x c.

(3) Sifat Distributif

a x (b + c) = (a x b) + (a x c).

a x (b - c) = (a x b) - (a x c).

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Dalam sistem jam empatan, hasil dari operasi 4 – 2 adalah ....
2. Dalam sistem jam enaman, tentukan nilai x dari x + 3 = 2.
3. Dalam sistem jam delapanan, hasil dari operasi (7 + 6) – (4 + 5) adalah ....
4. Dalam jam delapanan, tentukan himpunan penyelesaian dari nilai p persamaan 4 x p = 8.

   Tentukan nilai k, jika pada jam k-an berlaku 4 – 9 = 6.

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban , kemudian cocokkanlah jawaban dengan kunci jawaban berikut:

1. 4 – 2 = 2.
2. x + 3 = 2 ⇔ x = 2 – 3

   ⇔ x = -1 + 6

   ⇔ x = 5.
3. 7 + 6 = 13 – 8 = 5.

   4 + 5 = 9 – 8 = 1.

   Sehingga, (7 + 6) – (4 + 5) = 5 – 1 = 4.

4. Karena jam delapanan, ini artinya k = 8

   4 x p = n x 8 $\Leftrightarrow$ p = 2n, dengan n anggota himpunan bilangan cacah.

   Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah {2, 4, 6, 8}.

5. 4 – 9 = 6 $\Leftrightarrow$ -5 + k = 6

   Jadi, nilai k = 11.

Rangkuman

1. Penjumlahan pada bilangan jam merupakan suatu operasi perputaran jarum jam ke arah kanan (positif).
2. Pengurangan pada bilangan jam merupakan suatu operasi perputaran jarum jam ke arah kiri (negatif).
3. Perkalian bilangan jam merupakan suatu operasi penjumlahan angka-angka yang sama berulang kali pada bilangan jam.
4. Pada sistem bilangan jam berlaku sifat-sifat sebagai berikut:

   (1) Sifat Komutatif

   a + b = b + a.

   a x b = b x a.

   (2) Sifat Assosiatif

   a +(b + c) = (a + b) + c.

   a x (b x c) = (a x b) x c.

   (3) Sifat Distributif

   a x (b + c) = (a x b) + (a x c).

   a x (b - c) = (a x b) - (a x c).

TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Dalam sistem jam empatan, hasil dari operasi 1 – 3 adalah ....
   A. 4
   B. 1
   C. 2
   D. 3

2. Dalam sistem jam empatan, hasil dari operasi 3 x 2 adalah ....
   A. 1
   B. 2
   C. 3
   D. 4

3. Pada sistem jam limaan, jika berlaku a – 4 = 2 maka nilai a adalah ....
   A. 1
   B. 2
   C. 3
   D. 4

4. Pada sistem jam enaman, jika berlaku 3b = 6 maka nilai b berikut ini memenuhi, kecuali .
   A. 6
   B. 2
   C. 3
   D. 4
5. Pada sistem jam enaman, jika berlaku 5c = 2 maka nilai c yang memenuhi adalah ....
   A. 6
   B. 1
   C. 2
   D. 3

6. Pada sistem jam delapanan, nilai dari 6(5 – 2) adalah ....

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

7. Pada sistem jam delapanan, jika berlaku 3(6 – y) = 2 maka nilai y yang memenuhi adalah

A. 2

B. 4

C. Jawaban A dan B kedua-duanya salah

D. Jawaban A dan B kedua-duanya benar

8. Dalam sistem jam dua belasan berlaku persamaan 4(5 + y) = 8. Nilai y yang memenuhi persamaan tersebut adalah ....

A. 0, 2, 3, dan 6

B. 1, 2, 3, dan 6

C. 0, 2, 3, dan 9

D. 0, 3, 6, dan 9

9. Jika pada jam p-an berlaku operasi 8 – 3 – 7 = 9, maka nilai p adalah ....

A. 13

B. 11

C. 9

D. 7

10. Jika pada jam k-an berlaku operasi 4(3 – 5) = 8, maka nilai k adalah ....

A. 4

B. 8

C. 12

D. 16

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{5} \times 100\%$$

Makna dari tingkat penguasaan Anda adalah:

90% - 100% = Baik Sekali
80% - 89% = Baik
70% - 79% = Cukup
< 70% = Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

Aritmatika Modular

A. PENGERTIAN ARITMETIKA MODULAR

Dalam aritmetika jam, lambang bilangan untuk bilangan paling besar dapat diganti dengan nol. Jika demikian maka aritmetika jam menjadi aritmetika modular. Bahasan aritmetika modular yang dibicarakan pada saat ini hanya terbatas pada bilangan bulat positif. Dalam aritmetika modular peranan nol sama dengan peranan bilangan terbesar pada arimetika jam. Sebagai contoh 8 + 7 = 7 (dalam aritmetika jam delapanan) dan 0 + 7 = 7 (dalam aritmetika modularnya), sedangkan 8 x 7 = 8 (dalam aritmetika jam delapanan) dan 0 x 7 = 0 (dalam aritmetika modularnya).

Dalam aritmetika jam tigaan, hanya mempunyai lambang bilangan 1, 2, dan 3, sedangkan pada aritmetika modular hanya mempunyai lambang bilangan-bilangan 0, 1, dan 2. Dalam aritmetika jam empatan hanya mempunyai lambang bilangan 1, 2, 3, dan 4, sedangkan dalam aritmetika modular empatan hanya mempunyai lambang bilangan 0, 1, 2, dan 3.

Jadi, jika bicara tentang aritmetika jam n-an, maka lambang bilangan yang ada hanya 1, 2, 3, ..., dan n, sedangkan jika bicara tentang aritmetika modular n-an, lambang bilangan yang ada itu hanyalah 0, 1, 2, 3, ..., dan n-1 di mana bilangan-bilangan yang ditulis dengan lambang bilangan 0, 1, 2, 3, ..., dan n-1 itu merupakan sisa pembagian bilangan-bilangan oleh n.

Sekali lagi perlu diingat bahwa aritmetika jam itu sama saja dengan aritmetika modular, hanya bilangan terbesar dan nol yang berbeda. Agar lebih jelas, berikut ini dibuat tabel pertambahan dan perkalian untuk aritmetika modular tigaan dan limaan.

Tabel 3.5

Aritmetika Modular Tigaan

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

x	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

Tabel 3.5

Aritmetika Modular Limaan

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

x	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	1	3
3	0	3	1	4	2
4	0	4	3	2	1

Telah dijajaki bahwa baik pada aritmetika jam maupun pada aritmetika modular, operasi tambah, kurang, dan kali bersifat tertutup. Sedangkan pengerjaan bagi tidak tertutup.

Perhatikan aritmetika modular n-an dengan n merupakan bilangan prima, misalnya n = 7. Apakah operasi pembagian pada aritmetika modular tujuhan bersifat tertutup?

Untuk melihat tertutup tidaknya operasi pembagian, cukup membuat tabel perkalian untuk aritmetika modular tujuhan. Pada aritmetika modular tujuhan hanya ada lambang bilangan 0, 1, 2, 3, 4, 5, dan 6. Tabel perkaliannya bisa lihat sebagai berikut:

Tabel 3.6

Tabel Perkalian pada Aritmetika Modular Tujuhan

x	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6
2	0	2	4	6	1	3	5
3	0	3	6	2	5	1	4
4	0	4	1	5	2	6	3
5	0	5	3	1	6	4	2
6	0	6	5	4	3	2	1

Pada aritmetika modular tujuhan itu untuk setiap bilangan (kecuali nol) ada bilangan lain yang merupakan kebalikannya, yaitu 1 kebalikan dari 1, 2 kebalikan dari 4, 3 kebalikan dari 5, 4 kebalikan dari 2, 5 kebalikan dari 3, dan 6 kebalikan dari 6. Apa sebabnya?

Sebabnya karena pada aritmetika modular tujuhan itu 1 x 1 = 1, 2 x 4 = 1, 3 x 5 = 1 dan 6 x 6 = 1. Ini berarti bahwa pada aritmetika modular n-an, setelah bilangan nol dikeluarkan, operasi bagi bersifat tertutup jika n merupakan bilangan prima.

Contoh 1:

Dengan menggunakan permukaan jam, pada aritmetika modular delapanan, carilah:

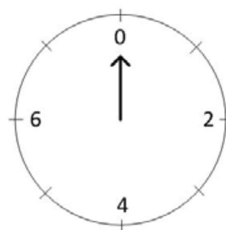
(1) 4 + 5.

(2) 3 – 4.

(3) 3 x 5.

(4) 4 : 5.

Penyelesaian:



Gambar 3.5

(1) $4 + 5 = 1$.

Mulai dari 0 melangkah searah dengan arah jarum jam sebanyak 4 selang dilanjutkan dengan 5 selang.

(2) $3 – 4 = 7$.

Mulai dari 0 melangkah sebanyak 3 selang searah dengan arah jarum jam, diikuti 4 selang langkah berlawanan arah jarum jam.

(3) $3 \times 2 = 6$.

Mulai dari 0 melangkah searah dengan arah jarum jam 3 langkah masing-masing langkah terdiri dari 2 selang.

(4) $4 : 3 = 4$.

Mulai dari 4 melangkah berlawanan arah jarum jam terdiri dari 3 selang, sampai kembali ke-0. Untuk sampai ke-0 ini diperlukan 4 langkah.

B. Kongruensi

Menjajaki pembahasan bagian ini, marilah ambil sebuah contoh. Andaikan hari kedua bulan tertentu jatuh pada hari Senin, kemudian kita ingin mengetahui hari apa tanggal 25 bulan itu.

Jika tidak ada kalender, penyelesaiannya dapat dilakukan sebagai berikut:
Satu minggu terdiri dari 7 hari, karena itu tanggal 25, 18, 11, dan 4 jatuh pada hari yang sama. Karena pada tanggal 2 bulan itu jatuh pada hari Senin, maka tanggal 4 jatuh pada hari Rabu. Jadi tanggal 25 bulan itu jatuh pada hari Rabu.

Cara di atas dilakukan dengan pengurangan berulang, maksudnya adalah bahwa 4 itu diperoleh dari 25 dengan jalan mengurangkan 7 secara berulang dari 25. Tetapi pengurangan secara berulang itu sama saja dengan pembagian. Maka 4 juga dapat diperoleh dengan jalan membagi 25 oleh 7 (4 merupakan sisanya). Tanggal 25, 18, 11, dan 4 jatuh pada hari yang sama karena jika 25, 18, 11, dan 4 dibagi dengan 7 sisanya sama, yaitu 4.

Aritmetika jam merupakan bentuk lain dari aritmetika bilangan bulat. Dalam aritmetika bilangan bulat ini jumlah $a + b$ dan perkalian $a \times b$ dari bilangan bulat a dan b didefinisikan sebagai sisa pembagian oleh bilangan bulat m, dengan $m \neq 0$.

Aritmetika modular yang sudah dibahas berdasar kepada *kongruen modulo* yang disimbolkan dengan notasi $\equiv$. Misalnya $x \equiv 2$ (modulo 3), dibaca x kongruen dengan 2 modulo 3, artinya x itu adalah semua bilangan bulat yang jika dibagi 3 bersisa 2. Penulisan $x \equiv 2$ (modulo 3) lebih biasa ditulis dengan $x \equiv 2 \pmod 3$.

Jika dua bilangan bulat a dan b dibagi dengan bilangan asli m dan bersisa sama, maka dikatakan bahwa a kongruen dengan b modulo m dan ditulis a $\equiv$ b (mod m), atau b kongruen dengan a modulo m dan ditulis b $\equiv$ a (mod m).

Jadi jika a dan b dua bilangan bulat (positif, negatif, atau nol) dan m sebuah bilangan asli, maka a $\equiv$ b (mod m) secara sederhana berarti bahwa (a – b) itu habis dibagi m. Atau dengan perkataan lain jika a $\equiv$ b (mod m) maka a – b = km dengan k merupakan bilangan bulat. Secara formal didefinisikan sebagai berikut:

Definisi:

Dua bilangan bulat *a* dan *b* kongruen modulo *m* jika dan hanya jika:

$m \mid (a - b)$ (dibaca: m membagi $(a - b)$).

Jika *a* tidak kongruen dengan *b* modulo *m*, maka dituliskan dengan:

a $\not\equiv$ b (mod m).

Contoh 2:

(1) 17 $\equiv$ 9 (mod 8), sebab 17 dan 9 jika dibagi 8 masing-masing bersisa sama, yaitu 1. Juga dapat dilihat bahwa (17 – 9) merupakan kelipatan 8.

(2) 43 $\equiv$ 7 (mod 9), sebab 43 dan 7 jika dibagi 9 masing-masing bersisa sama, yaitu 7. Juga dapat dilihat bahwa (43 - 16) merupakan kelipatan 9.

(3) 37 $\not\equiv$ 5 (mod 6), sebab (37 – 5) bukan merupakan kelipatan 6

C. Sifat-Sifat Relasi Kongruensi

Relasi dengan tanda $\equiv$ pada a $\equiv$ b (mod m) dinamakan relasi kongruensi. Relasi kongruensi mempunyai sifat-sifat yang sama seperti relasi kesamaan. Misalkan a, b, c, dan d adalah bilangan bulat dan m adalah bilangan asli. Relasi kongruensi mempunyai sifat-sifat sebagai berikut:

(1) Refleksif, yaitu a $\equiv$ a (mod m)

Sebab a – a = 0 kelipatan m, yaitu 0 = 0 x m.

(2) Simetri.

Jika a $\equiv$ b (mod m) maka b $\equiv$ a (mod m). Ini akibat langsung dari definisi.

(3) Transitif.

Jika a $\equiv$ b (mod m) dan b $\equiv$ c (mod m) maka a $\equiv$ c (mod m).

Buktinya silahkan Anda coba sebagai latihan.

D. Sifat-Sifat Operasi Hitung Pada Kongruensi

(1) Jika $a \equiv b \pmod{m}$, maka untuk c adalah sebarang bilangan bulat berlaku $(a + c) \equiv (b + c) \pmod{m}$.

Contoh 3:

$47 \equiv 11 \pmod{9}$, misalkan jika diambil c = 5 maka:

$(47 + 5) \equiv (11 + 5) \pmod{9}$, karena 52 – 16 = 36 merupakan kelipatan 9.

(2) Jika $a \equiv b \pmod{m}$ dan $c \equiv d \pmod{m}$ maka $(a + c) \equiv (b + d) \pmod{m}$.

Contoh 4:

$47 \equiv 11 \pmod{9}$ dan $56 \equiv 29 \pmod{9}$ maka:

$(47 + 56) \equiv (11 + 29)$ mod 9, karena 103 – 40 = 63 merupakan kelipatan 9.

(3) Jika $(a + c) \equiv (b + c) \pmod{m}$ maka $a \equiv b \pmod{m}$.

Contoh 5:

$(42 + 5) \equiv (6 + 5) \pmod{9}$ maka:

$42 \equiv 6 \pmod{9}$, karena 42 – 6 = 36 merupakan kelipatan 9.

(4) Jika $a \equiv b \pmod{m}$, maka untuk c adalah sebarang bilangan bulat berlaku $ac \equiv bc \pmod{m}$.

Contoh 6:

$35 \equiv 8 \pmod{3}$, misalkan diambil c = 4 maka:

$(35 \times 4) \equiv (8 \times 4) \pmod{3}$, karena $(35 \times 4) - (8 \times 4) = 140 - 32 = 108$ merupakan kelipatan 3.

(5) Jika $a \equiv b \pmod{m}$ dan $c \equiv d \pmod{m}$ maka $ac \equiv bd \pmod{m}$.

Contoh 7:

$7 \equiv 4 \pmod{3}$ dan $11 \equiv 5 \pmod{3}$ maka:

$7 \times 11 = 4 \times 5 \pmod{3}$, $7 \times 11 - 4 \times 5 = 77 - 20 = 57$ habis dibagi 3.

(6) Jika $ac \equiv bc \pmod{m}$ maka tidak selalu $a \equiv b \pmod{m}$.

Contoh 8:

$39 \equiv 15 \pmod{12}$

$13 \times 3 \equiv 5 \times 3 \pmod{12}$

$13 \not\equiv 5 \pmod{12}$.

E. Relatif Prima

Dua buah bilangan bulat a dan b dikatakan *relatif prima* jika FPB(a, b) = 1.

Contoh 9:

(1) 20 dan 3 relatif prima sebab FPB(20, 3) = 1.

(2) 7 dan 11 relatif prima karena FPB(7, 11) = 1.

(3) 20 dan 5 tidak relatif prima sebab FPB(20, 5) = 5 $\neq$ 1.

Jika a dan b relatif prima, maka terdapat bilangan bulat m dan n sedemikian sehingga $ma + nb = 1$

Contoh 10:

Bilangan 20 dan 3 adalah relatif prima karena FPB(20, 3) =1, atau dapat ditulis 2.20 + (–13).3 = 1 , dengan m = 2 dan n = –13. Tetapi 20 dan 5 tidak relatif prima karena FPB(20, 5) = 5 $\neq$ 1 sehingga 20 dan 5 tidak dapat dinyatakan dalam m.20 + n.5 = 1.

F. Kongruensi Linier

Sudah diketahui bahwa jika $ac \equiv bc$ (mod m) maka tidak selalu $a \equiv b$ (mod m). Supaya $ac \equiv bc$ (mod m) selalu berlaku $a \equiv b$ (mod m) maka c dan m harus merupakan bilangan yang relatif prima.

Dalil:

Jika $ac \equiv bc$ (mod m) dan d merupakan faktor persekutuan terbesar (FPB) dari c dan m, maka $a \equiv b(mod\frac{m}{d}$).

Contoh 11:

Sederhanakanlah 30 $\equiv$ 48 (mod 9).

Penyelesaian :

30 $\equiv$ 48 (mod 9)

5 x 6 $\equiv$ 8 x 6 (mod 9), karena FPB dari 6 dan 9 sama dengan 3 maka 5 x 6 $\equiv$ 8 x 6 (mod 9) menjadi 5 $\equiv$ 8 (mod 3).

Jika bilangan bulat dibagi oleh 3 maka sisanya adalah 0, 1, atau 2. Atau bilangan bulat itu telah dibagi menjadi 3 kelas yang berbeda, yaitu kelas yang kongruen dengan 0 (mod 3),

kelas yang kongruen dengan 1 (mod 3) dan kelas yang kongruen dengan 2 (mod 3). Dikatakan bahwa kumpulan bilangan bulat itu telah dipisahkan menjadi tiga set bilangan yang disebut *kelas-kelas residu modulo 3*. Jadi kelas-kelas residu modulo 3 itu adalah:

[0] = {..., -9, -6, -3, 0, 3, 6, 9, ...}.

[1] = {..., -8, -5, -2, 1, 4, 7, 10, ...}.

[2] = {..., -7, -4, -1, 2, 5, 8, 11, ...}.

Pada umumnya dalam kongruensi modulo m, dengan m bilangan bulat tertentu yang lebih besar dari 1, kumpulan bilangan bulat itu terbagi menjadi m kelas, yang disebut kelas-kelas residu modulo m, di mana sebarang dua unsur dari kelas yang sama adalah kongruen, sedangkan unsur-unsur dari kelas-kelas yang berbeda tidak kongruen.

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Apakah $123 \equiv 17$ (mod *3*).
2. Buktikan bahwa jika a $\equiv$ b (mod m) dan b $\equiv$ c (mod m) maka a $\equiv$ c (mod m).
3. Jika $5 \equiv 3$ (mod *2*), tunjukkan bahwa $100 \equiv 36$ (mod *2*).
4. Sederhanakanlah $120 \equiv 168$ (mod 24).

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban , kemudian cocokkanlah jawaban dengan kunci jawaban berikut:

1. Bukan. Karena 123 – 17 = 106, dan 106 bukan merupakan kelipatan dari 3.
2. Bukti:

   a $\equiv$ b (mod m), maka $a - b = k_1.m$

   b $\equiv$ c (mod m), maka $\underline{b - c = k_2.m}$ +

   $a - c = (k_1 + k_2)m$

   Karena $a - c = (k_1 + k_2)m$, maka a $\equiv$ c (mod m).
3. $5 \equiv 3$ (mod 2) maka $20 \equiv 12$ (mod 2)

   dari $5 \equiv 3$ (mod 2) dan $20 \equiv 12$ (mod 2), maka didapat :

   $5 \times 20 \equiv 3 \times 12$ (mod 2)

100 $\equiv$ 36 (mod 2).

4. 120 $\equiv$ 168 (mod 24)

   5 x 24 $\equiv$ 7 x 24 (mod 24)

   Kemudian kita cari FPB 24 dan 24, dan didapat 24, sehingga:

   5 x 24 $\equiv$ 7 x 24 (mod 24) menjadi:

   $$5 \equiv 7\left(\bmod \frac{24}{24}\right)$$

   $$5 \equiv 7 (\bmod 1)$$

   Jadi, bentuk sederhana dari 120 $\equiv$ 168 (mod 24) adalah 5 $\equiv$ 7 (mod 1).

Rangkuman

1. Aritmetika modular bisa didapatkan dari aritmetika jam, yaitu dengan melakukan penggantian lambang bilangan paling besar oleh bilangan nol.
2. Dalam aritmetika modular peranan nol sama dengan peranan bilangan terbesar pada arimetika jam. Sehingga untuk aritmetika jam tigaan, lambang bilangan yang digunakan 1, 2, dan 3, sedangkan pada aritmetika modular lambang bilangannya adalah 0, 1, dan 2.
3. Pada aritmetika modular, operasi tambah, kurang, dan kali bersifat tertutup, sedangkan operasi bagi tidak bersifat tertutup.
4. Misalnya x $\equiv$ 2 (modulo 3), dibaca x kongruen dengan 2 modulo 3, artinya x itu adalah semua bilangn bulat yang jika dibagi 3 bersisa 2. Penulisan x $\equiv$ 2 (modulo 3) lebih biasa ditulis dengan x $\equiv$ 2 (mod 3).
5. Jika dua bilangan bulat a dan b bagi dengan bilangan asli m dan bersisa sama, maka dikatakan bahwa a kongruen dengan b modulo m dan ditulis a $\equiv$ b (mod m), atau b kongruen dengan a modulo m dan ditulis b $\equiv$ a (mod m).
6. Jadi jika a dan b dua bilangan bulat (positif, negatif, atau nol) dan m sebuah bilangan asli, maka a $\equiv$ b (mod m) secara sederhana berarti bahwa (a – b) itu habis dibagi m.

7. Dua bilangan bulat *a* dan *b* kongruen modulo *m* jika dan hanya jika *m* | (*a* – *b*). Sedangkan *j*ika *a* tidak kongruen dengan *b* modulo *m*, maka dituliskan dengan a $\not\equiv$ b (mod m).
8. Sifat-sifat Relasi Kongruensi

   Misalkan a, b, c, dan d adalah bilangan bulat dan m adalah bilangan asli. Relasi kongruensi mempunyai sifat-sifat sebagai berikut:

   a. Refleksif, yaitu a $\equiv$ a (mod m).

b. Simetri.
   Jika a $\equiv$ b (mod m) maka b $\equiv$ a (mod m).
c. Transitif.
   Jika a $\equiv$ b (mod m) dan b $\equiv$ c (mod m) maka a $\equiv$ c (mod m).

9. Sifat-sifat Operasi Hitung pada Kongruensi
   a. Jika $a \equiv b \pmod{m}$, maka untuk c adalah sebarang bilangan bulat berlaku $(a + c) \equiv (b + c) \pmod{m}$.
   b. Jika $a \equiv b \pmod{m}$ dan $c \equiv d \pmod{m}$ maka $(a + c) \equiv (b + d) \pmod{m}$.
   c. Jika $(a + c) \equiv (b + c) \pmod{m}$ maka $a \equiv b \pmod{m}$.
   d. Jika $a \equiv b \pmod{m}$, maka untuk c adalah sebarang bilangan bulat berlaku $ac \equiv bc \pmod{m}$.
   e. Jika $a \equiv b \pmod{m}$ dan $c \equiv d \pmod{m}$ maka $a.c) \equiv b.d \pmod{m}$.
   f. Jika $ac \equiv bc \pmod{m}$ maka tidak selalu $a \equiv b \pmod{m}$.

10. Dua buah bilangan bulat a dan b dikatakan *relatif prima* jika $(a, b) = 1$. Jika a dan b relatif prima, maka terdapat bilangan bulat m dan n sedemikian sehingga $ma + nb = 1$.
11. Jika $ac \equiv bc \pmod{m}$ dan d merupakan faktor persekutuan terbesar (FPB) dari c dan m, maka $a \equiv b(mod \frac{m}{d}$).
12. Suatu kongruensi modulo m, dengan m bilangan bulat tertentu yang lebih besar dari 1, akan membagi kumpulan bilangan bulat menjadi m kelas, yang disebut kelas-kelas residu modulo m.

TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Dari bilangan-bilangan berikut, pasangan bilangan yang relatif prima adalah ...
   A. 7 dan 17
   B. 6 dan 16
   C. 5 dan 15
   D. 4 dan 14
2. Jika $27 \equiv 5 \pmod{m}$, maka nilai m yang memenuhi adalah ...
   A. 5
   B. 4
   C. 3
   D. 2
3. Jika $a \equiv 11 \pmod{3}$, maka nilai a yang memenuhi adalah ...
   A. 4
   B. 5
   C. 6
   D. 7
4. Jika $19 \equiv b \pmod{8}$, maka nilai b yang memenuhi adalah ...
   A. 25
   B. 27
   C. 29
   D. 31
5. Nilai x yang memenuhi $13x \equiv 9 \pmod{25}$ adalah ...
   A. 9
   B. 12
   C. 18
   D. 21
6. Nilai $x = 5$ adalah merupakan penyelesaian dari ...
   A. $5x \equiv 7 \pmod{8}$
   B. $7x \equiv 3 \pmod{4}$
   C. $11x \equiv 5 \pmod{4}$
   D. $3x \equiv 13 \pmod{5}$

7. Nilai x yang memenuhi $(x + 15) \equiv 7 (\text{mod } 6)$ adalah ...

A. 10

B. 15

C. 20

D. 25

8. Nilai a dan b yang memenuhi $a \equiv 23 (\text{mod } b)$ adalah ...

A. $a = 9$ dan $b = 5$

B. $a = 7$ dan $b = 5$

C. $a = 5$ dan $b = 4$

D. $a = 3$ dan $b = 5$

9. Bentuk sederhana dari $45 \equiv 195 \ (\text{mod } 10)$ adalah ...

A. $5 \equiv 17 \ (\text{mod } 5)$

B. $3 \equiv 13 \ (\text{mod } 2)$

C. $3 \equiv 8 \ (\text{mod } 5)$

D. $5 \equiv 3 \ (\text{mod } 2)$

10. Bilangan bulat positif terkecil yang memenuhi $7x \equiv 5 (\text{mod } 4)$ adalah ...

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{5} \times 100\%$$

Makna dari tingkat penguasaan Anda adalah:

90% - 100%	= Baik Sekali
80% - 89%	= Baik
70% - 79%	= Cukup
< 70%	= Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

Aritmatika Sosial

A. Pengertian Bunga Tunggal

Bunga adalah uang jasa yang dibayarkan atas suatu pinjaman atau atas suatu investasi (simpanan) dari bank, koperasi, atau pribadi. Bunga dari suatu modal biasanya dinyatakan dengan persentase, dan diperhitungkan untuk setiap periode waktu tertentu sesuai dengan kesepakatan bersama, misalnya satu hari, satu bulan, satu tahun, dan sebagainya. Apabila bunga yang dibayarkan pada setiap periode waktu tertentu dengan besar modal yang dijadikan dasar perhitungan bunga untuk setiap periode waktu tersebut selalu tetap, maka bunga tersebut dinamakan *bunga tunggal*.

B. Metode Perhitungan Bunga Tunggal

Rumus yang digunakan untuk menghitung bunga tunggal adalah sebagai berikut:

B = M x b x n

dengan:

B = bunga tunggal.

M = modal.

b = suku bunga (persentase bunga).

n = waktu.

Waktu (n) dapat dihitung dalam tahun, bulan, dan hari, sehingga rumus tersebut menjadi:

(1) Rumus bunga tunggal jika n dalam tahun:

B = M x b x n

(2) Rumus bunga tunggal jika n dalam bulan:

$$B = M \text{ x } b \text{ x } \frac{n}{12}$$

(3) Rumus bunga tunggal jika n dalam hari:

$$B = M \text{ x } b \text{ x } \frac{n}{360}$$

Sedangkan, rumus yang digunakan untuk menghitung besar modal akhir yang harus dikembalikan setelah masa pinjaman selesai adalah sebagai berikut:

$M_n = M + B$

dengan:

M_n = modal akhir.

M = modal awal.

B = bunga.

Agar Anda dapat memahami perhitungan bunga tunggal, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 1:

Pak Hasan meminjam uang untuk modal usaha pertanian kepada sebuah koperasi sebesar Rp 15.000.000,00 dengan suku bunga 11% setahun dan dihitung dengan cara bunga tunggal. Hitunglah besar bunga selama 150 hari!

Penyelesaian:

M = 15.000.000, b = 11%, dan n = 150.

Nilai-nilai tersebut subtitusikan ke rumus:

$$B = M \text{ x } b \text{ x } \frac{n}{360}$$

Diperoleh:

$$M = 15.000.000 \text{ x } 11\% \text{ x } \frac{150}{360} = 687.500$$

Jadi, besar bunga selama 150 hari adalah Rp 687.500,00.

Contoh 2:

Pada suatu transaksi peminjaman modal di suatu bank, Ibu Annisa dan pihak bank bersepakat bahwa perhitungan bunganya berdasarkan bunga tunggal dengan suku bunga 12% setahun dan Ibu Annisa akan mengembalikan seluruh modal dan bunganya setelah 5 tahun. Setelah dihitung ternyata pengembalian seluruh modal dan bunganya setelah 5 tahun tersebut besarnya adalah Rp 16.000.000,00. Berapa rupiah besar pinjaman Ibu Annisa kepada bank tersebut?

Penyelesaian:

b = 12%, n = 5, dan M_5 = 16.000.000.

Nilai-nilai tersebut subtitusikan ke rumus:

$M_n = M + B = M + (M \times b \times n) = M[1 + (b \times n)]$

$$M = \frac{M_n}{1 + (b \text{ x } n)}$$

Diperoleh:

$$M = \frac{16.000.000}{1 + (12\% \text{ x } 5)} = \frac{16.000.000}{1 + 0,6} = \frac{16.000.000}{1,6} = 10.000.000\ .$$

Jadi, besar pinjaman Ibu Annisa kepada bank tersebut adalah Rp 10.000.000,00.

Contoh 3:

Pak Taufik menyimpan modal kepada sebuah koperasi sebesar Rp 3.000.000,00 dengan suku bunga tunggal. Setelah 3 bulan ternyata Pak Taufik menerima bunga sebesar Rp 75.000,00. Berapa persenkah bunga yang dikenakan koperasi dalam satu tahun?

Penyelesaian:

M = 3.000.000, n = 3, dan B = 75.000.

Nilai-nilai tersebut subtitusikan ke rumus:

$$B = M \text{ x } b \text{ x } \frac{n}{12}$$

$$b = \frac{B}{M \text{ x } \frac{n}{12}}$$

Diperoleh:

$$b = \frac{75.000}{3.000.000 \text{ x } \frac{3}{12}} = \frac{75.000}{3.000.000 \text{ x } 0,25} = \frac{75.000}{750.000} = 0,1 = 10\%$$

Jadi, bunga yang dikenakan koperasi dalam satu tahun adalah 10%.

Contoh 4:

Ibu Halimah meminjam uang sebesar Rp 18.000.000,00 dengan suku bunga 9% setahun dan dihitung dengan cara bunga tunggal kepada sebuah bank. Bila setelah 4 tahun Ibu Halimah

merencanakan untuk mengembalikan seluruh uang pinjaman beserta bunganya, berapa rupiah besar uang yang akan diberikan oleh Ibu Halimah?

Penyelesaian:

M = 18.000.000, b = 9%, n = 4

Hitung terlebih dahulu besar bunga, dengan rumus:

B = M x b x n

Diperoleh:

M = 18.000.000 x 9% x 4 = 6.480.000.

Kemudian hitung besar modal akhir, dengan rumus:

M_n = M + B.

Diperoleh:

M_4 = 18.000.000 + 6.480.000 = 24.480.000.

Jadi, besar uang yang akan diberikan oleh Ibu Halimah adalah Rp 24.480.000,00.

Contoh 5:

Seorang pedagang menyimpan modal sebesar Rp 5.000.000,00 atas suku bunga tunggal 10,5% setahun. Agar modal menjadi Rp 6.050.000,00, berapa bulankah modal itu harus disimpan?

Penyelesaian:

M = 5.000.000, b = 10,5%, dan M_n = 6.050.000.

Nilai-nilai tersebut disubtitusikan ke rumus:

$$M_n = M + B = M + (M \text{ x } b \text{ x } \frac{n}{12})$$

$$M_n - M = M \text{ x } b \text{ x } \frac{n}{12}$$

$$12(M_n - M) = M \text{ x } b \text{ x } n$$

$$n = \frac{12(M_n - M)}{M \text{ x } b}$$

Diperoleh:

$$n = \frac{12(6.050.000 - 5.000.000)}{5.000.000 \text{ x } 10{,}5\%} = \frac{12.600.000}{525.000} = 24\,.$$

Jadi, agar modal menjadi Rp 605.000,00, modal itu harus disimpan selama 24 bulan.

C. Pengertian Bunga Majemuk

Bila seseorang menyimpan sejumlah modal di suatu bank, maka pada akhir periode pertama modal tersebut akan menghasilkan bunga. Bunga tersebut bisa diambil atau tidak. Apabila bunga pada periode pertama tersebut tidak diambil, maka pada perhitungan periode kedua bunga tersebut ditambahkan ke modal awal sehingga menjadi modal baru. Modal baru tersebut dijadikan dasar perhitungan bunga untuk periode berikutnya. Modal yang diperbungakan dengan cara tersebut diperbungakan berdasarkan *bunga majemuk*.

D. Metode Perhitungan Bunga Majemuk

Misalkan suatu modal awal (M_0) diperbungakan atas suku bunga majemuk b setahun, maka dapat kita tentukan bahwa:

(1) Modal pada akhir tahun pertama:

$M_1 = M_0 + bM_0$

$\Leftrightarrow \quad M_1 = M_0(1 + b)$

(2) Modal pada akhir tahun kedua:

$M_2 = M_1 + bM_1$

$\Leftrightarrow \quad M_2 = M_0(1 + b) + b[M_0(1 + b)]$

$\Leftrightarrow \quad M_2 = M_0(1 + b)(1 + b)$

$\Leftrightarrow \quad M_2 = M_0(1 + b)^2$

(3) Modal pada akhir tahun ketiga

$M_3 = M_2 + bM_2$

$\Leftrightarrow \quad M_3 = M(1 + b)^2 + b[M(1 + b)^2]$

$\Leftrightarrow \quad M_3 = M(1 + b)^2 (1 + b)$

$\Leftrightarrow \quad M_3 = M(1 + b)^3$

(4) dan seterusnya ...

Sehingga, rumus yang digunakan untuk perhitungan besar modal akhir tahun ke-n adalah:

$M_n = M_0(1 + b)^n$

dengan:

M_n = modal akhir.

M_0 = modal awal.

b = suku bunga (persentase bunga).

n = waktu.

Agar Anda dapat memahami perhitungan bunga majemuk, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 6:

Pak Yusuf mempunyai simpanan sebesar Rp 5.000.000,00 di suatu bank. Pak Yusuf menerima suku bunga majemuk 1,5% sebulan. Berapa jumlah uang yang akan diterima Pak Yusuf setelah 2,5 tahun?

Penyelesaian:

M_0 = 5.000.000, n = 2,5 tahun = 30 bulan, dan b = 1,5%.

Nilai-nilai tersebut disubtitusikan ke rumus:

$$M_n = M_0(1 + b)^n$$

Diperoleh:

$$M_{30} = 5.000.000(1 + 1,5\%)^{30} = 5.000.000(1,015)^{30} = 7.815.401,102.$$

Jadi, jumlah uang yang akan diterima Pak Yusuf setelah 2,5 tahun adalah Rp 7.815.401,102.

Contoh 7:

Sebuah koperasi meminjamkan sejumlah uang kepada Ibu Khodijah yang dihitung atas suku bunga majemuk 11,5% setahun. Setelah 8 tahun Ibu Khodijah harus mengembalikan pinjaman dan bunganya sebesar Rp 25.000.000,00. Berapakah besar pinjaman Ibu Khodijah itu?

Penyelesaian:

b = 11,5%, n = 8, dan M_8 = 25.000.000.

Nilai-nilai tersebut disubtitusikan ke rumus:

$$M_n = M_0(1 + b)^n$$

$$M_0 = \frac{M_n}{(1+b)^n}$$

Diperoleh:

$$M_0 = \frac{25.000.000}{(1+11,5\%)^5} = \frac{25.000.000}{(1,115)^5} = 14.506.601,19.$$

Jadi besar uang yang dipinjam Ibu Khodijah adalah Rp 14.506.601,19.

Contoh 8:

Suatu modal sebesar Rp 2.000.000,00 disimpan atas suku bunga majemuk. Setelah 8 tahun, modal tersebut menjadi Rp 6.556.829,78. Berapa % bunga tiap tahunnya?

Penyelesaian:

M_0 = 2.000.000, n = 8, dan M_8 = 6.556.829,78.

Nilai-nilai tersebut disubtitusikan ke rumus:

$$M_n = M_0(1 + b)^n$$

$$\frac{M_n}{M_0} = (1+b)^n$$

$$(1+b)^n = \frac{M_n}{M_0}$$

$$((1+b)^n)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{M_n}{M_0}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$1+b = \left(\frac{M_n}{M_0}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$b = \left(\frac{M_n}{M_0}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Diperoleh:

$$b = \left(\frac{6.556.829,78}{2.000.000}\right)^{\frac{1}{8}} - 1 = 1,16 - 1 = 0,16 = 16\%$$

Jadi, bunga tiap tahunnya adalah 16%.

Contoh 9:

Seorang pengrajin kayu meminjam modal sebesar Rp 4.000.000,00 atas suku bunga majemuk sebesar 1,5% sebulan. Apabila ia harus mengembalikan pinjaman dan bunga sebesar Rp 5.500.000,00. Berapa bulankah lamanya modal itu dipinjam?

Penyelesaian:

M_0 = 4.000.000, b = 1,5% , dan M_n = 5.500.000.

Nilai-nilai tersebut disubtitusikan ke rumus:

$$M_n = M_0(1 + b)^n$$

$$\frac{M_n}{M_0} = (1+b)^n$$

$$\log\left(\frac{M_n}{M_0}\right) = \log(1+b)^n$$

$$\log\left(\frac{M_n}{M_0}\right) = n\log(1+b)$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{M_n}{M_0}\right)}{\log(1+b)}$$

Diperoleh:

$$n = \frac{\log\left(\frac{5.500.000}{4.000.000}\right)}{\log(1+1{,}5\%)} = 21{,}4\,.$$

Jadi, modal itu dipinjamkan selama 21,4 bulan.

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Sebuah koperasi meminjamkan sejumlah uang kepada Ibu Mimin. Pihak koperasi dan Ibu Mimin bersepakat bahwa perhitungan bunganya berdasarkan bunga tunggal dengan suku bunga 10,25% setahun. Ibu Mimin akan mengembalikan seluruh modal dan bunganya setelah 4,5 tahun. Setelah dihitung seluruh pinjaman dan bunganya selama 4,5 tahun besarnya adalah Rp 12.420.625,00. Berapa rupiah besar pinjaman Ibu Mimin kepada koperasi tersebut?
2. Pak Hasyim menginvestasikan modalnya di sebuah bank sebesar Rp 35.000.000,00 atas suku bunga tunggal 9,5% setahun. Agar modal menjadi sebesar Rp 43.312.500,00, berapa bulankah modal itu harus disimpan?

3. Suatu modal sebesar Rp 17.500.000,00 disimpan Pak Budi di sebuah koperasi atas suku bunga majemuk. Setelah 45 bulan, modal tersebut menjadi Rp 27.218.238,04. Berapa % bunga tiap tahunnya?
4. Pada suatu transaksi peminjaman modal di suatu bank, Pak Yanuar meminjamkan sejumlah uang yang dihitung atas suku bunga majemuk 12,5% setahun. Setelah 75 bulan, Pak Yanuar harus mengembalikan seluruh pinjaman dan bunganya sebesar Rp 20.878.690,92. Berapakah besar pinjaman Pak Yanuar?
5. Seorang agen beras meminjam modal sebesar Rp 8.000.000,00 atas suku bunga majemuk sebesar 11,5% setahun. Apabila ia harus mengembalikan pinjaman dan bunga sebesar Rp 11.709.868,63. Berapa tahunkah modal itu dipinjam?

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. b = 10,25%, n = 4,5, dan $M_{4,5}$ = 12.420.625.

   Nilai-nilai tersebut subtitusikan ke rumus:

   $M_n = M + B = M + (M \times b \times n) = M[1 +(b \times n)]$

   $$M = \frac{M_n}{1+(b \times n)}$$

   Diperoleh:

   $$M = \frac{12.420.625}{1+(10,25\% \times 4,5)} = \frac{12.420.625}{1+0,46125} = \frac{12.420.625}{1,46125} = 8.500.000\,.$$

   Jadi, besar pinjaman Ibu Mimin kepada koperasi tersebut adalah Rp 8.500.000,00.

2. M = 35.000.000, b = 9,5%, dan M_n = 43.312.500.
   Nilai-nilai tersebut disubtitusikan ke rumus:

   $$M_n = M + B = M + (M \times b \times \frac{n}{12})$$

   $$M_n - M = M \times b \times \frac{n}{12}$$

   $$12(M_n - M) = M \times b \times n$$

$$n = \frac{12(M_n - M)}{M \text{ x } b}$$

Diperoleh:

$$n = \frac{12(43.312.500 - 35.000.000)}{35.000.000 \text{ x } 9,5\%} = \frac{99.750.000}{3.325.000} = 30 .$$

Jadi, agar modal menjadi Rp 43.312.500,00, modal itu harus disimpan selama 30 bulan.

3. M_0 = 17.500.000, n = 45 bulan = 3,75 tahun, dan M_8 = 27.218.238,04.

Nilai-nilai tersebut disubtitusikan ke rumus:

$M_n = M_0(1 + b)^n$

$$\frac{M_n}{M_0} = (1+b)^n$$

$$(1+b)^n = \frac{M_n}{M_0}$$

$$((1+b)^n)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{M_n}{M_0}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$1+b = \left(\frac{M_n}{M_0}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$b = \left(\frac{M_n}{M_0}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Diperoleh:

$$b = \left(\frac{27.218.238,04}{17.500.000}\right)^{\frac{1}{3,75}} - 1 = 1,16 - 1 = 0,125 = 12,5\%$$

Jadi, bunga tiap tahunnya adalah 12,5%.

4. b = 12,5%, n = 75 bulan = 6,25 tahun, dan $M_{6,25}$ = 20.878.690,92.

Nilai-nilai tersebut disubtitusikan ke rumus:

$M_n = M_0(1 + b)^n$

$$M_0 = \frac{M_n}{(1+b)^n}$$

Diperoleh:

$$M_0 = \frac{20.878.690,92}{(1+12,5\%)^{6,25}} = \frac{20.878.690,92}{(1,125)^{6,25}} = 10.000.000\ .$$

Jadi besar uang yang dipinjam Ibu Khodijah adalah Rp 14.506.601,19.

5. M_0 = 8.000.000, b = 11,5% , dan M_n = 11.709.868,63.

   Nilai-nilai tersebut disubtitusikan ke rumus:

   $M_n = M_0(1 + b)^n$

$$\frac{M_n}{M_0} = (1+b)^n$$

$$\log\left(\frac{M_n}{M_0}\right) = \log\,(1+b)^n$$

$$\log\left(\frac{M_n}{M_0}\right) = n\,\log\,(1+b)$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{M_n}{M_0}\right)}{\log\,(1+b)}$$

   Diperoleh:

$$n = \frac{\log\left(\frac{11.709.868,63}{8.000.000}\right)}{\log\,(1+11,5\%)} = 3,5\ .$$

   Jadi, modal itu dipinjamkan selama 3,5 tahun.

Rangkuman

1. Bunga tunggal adalah bunga yang dibayarkan pada setiap periode waktu tertentu dengan besar modal yang dijadikan dasar perhitungan bunga untuk setiap periode waktu tersebut selalu tetap.
2. Rumus untuk menghitung bunga tunggal adalah:

   B = M.b.n

   dengan:

   B = bunga tunggal

   M = modal

b = suku bunga (persentase bunga)

n = waktu

3. Rumus untuk menghitung besar modal akhir pada bunga tunggal adalah:

   $M_n = M + B$

   dengan:

   M_n = modal akhir

   M = modal awal

   B = bunga

4. Bunga majemuk adalah bunga yang menghasilkan bunga, yaitu jika bunga pada periode pertama tidak diambil maka pada perhitungan periode kedua bunga tersebut ditambahkan ke modal sehingga menjadi modal baru. Modal baru tersebut dijadikan dasar perhitungan bunga untuk periode berikutnya.

5. Rumus perhitungan bunga majemuk:

   $M_n = M_0(1 + b)^n$

   dengan:

   M_n = modal akhir

   M_0 = modal awal

   b = suku bunga (persentase bunga)

   n = waktu

TES FORMATIF 3

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Sejumlah uang jasa yang dibayarkan atas suatu pinjaman atau atas suatu investasi (simpanan) dari bank, koperasi, atau pribadi dinamakan ...
   A. Discount.
   B. Bunga.
   C. Suku bunga.
   D. Persentase.
2. Bunga yang dibayarkan pada setiap periode waktu tertentu dengan besar modal yang dijadikan dasar perhitungan bunga untuk setiap periode waktu tersebut selalu tetap, dinamakan ...
   A. Bunga berbunga.
   B. Bunga majemuk.
   C. Bunga tetap.
   D. Bunga tunggal.
3. Rumus yang digunakan untuk menghitung modal akhir dengan bunga majemuk adalah ...
   A. $M_0(1 + b) + n$.
   B. $M_0(1 + b) \times n$.
   C. $M_0(1 + b)^n$.
   D. $M_0(1 + b)$.

4. Rumus yang digunakan untuk menghitung bunga tunggal per hari adalah ...
   A. $B = M \text{ x } \frac{b}{350} \text{ x } n$.
   B. $B = M \text{ x } \frac{b}{350}$.
   C. $B = M \text{ x } \frac{b}{360} \text{ x } n$.
   D. $B = M \text{ x } \frac{b}{360}$.

5. Pak Gatot menginvestasikan modalnya sebesar Rp 18.000.000,00 dengan suku bunga tunggal kepada sebuah bank. Setelah 2 tahun Pak Gatot menerima bunga sebesar Rp 4.140.000,00. Berapa persenkah bunga yang dikenakan bank dalam satu tahun?
   A. 10 %.
   B. 10,5%.
   C. 11%.
   D. 11,5%.
6. Seorang penjahit meminjam uang untuk modal usaha kepada sebuah bank sebesar Rp 1.500.000,00 dengan suku bunga 9% setahun dan dihitung dengan cara bunga tunggal. Hitunglah besar bunga selama 20 bulan?
   A. Rp 225.000,00.
   B. Rp 250.000,00.
   C. Rp 275.000,00.
   D. Rp 300.000,00.
7. Ibu Nurul seorang pengusaha catering, menyimpan modal di sebuah koperasi berdasarkan bunga tunggal dengan suku bunga 12% setahun. Ibu Annisa berencana mengambil seluruh modal dan bunganya setelah 5 tahun. Setelah dihitung ternyata seluruh modal dan bunganya setelah 5 tahun tersebut besarnya adalah Rp 25.000.000,00. Berapa rupiah besar modal Ibu Nurul kepada koperasi tersebut?
   A. Rp 16.625.000,00.
   B. Rp 15.625.000,00.
   C. Rp 14.625.000,00.
   D. Rp 13.625.000,00.
8. Seorang penjual makanan, ingin memperluas usahanya. Untuk itu meminjam uang sebesar Rp 8.000.000,00 dengan suku bunga 9,5% setahun dan dihitung dengan cara bunga tunggal kepada sebuah koperasi. Bila setelah 18 bulan penjual makanan tersebut merencanakan untuk mengembalikan seluruh uang pinjaman beserta bunganya, berapa rupiah besar uang yang akan diberikan oleh pedagang makanan tersebut?
   A. Rp 9.120.000,00.
   B. Rp 9.130.000,00.
   C. Rp 9.140.000,00.
   D. Rp 9.150.000,00.

9. Seorang penjual gorengan menginvestasikan keuntungannya ke sebuah bank sebesar Rp 1.500.000,00. Ia menerima suku bunga majemuk sebesar 0,95% sebulan. Berapa jumlah uang yang akan diterima pedagang beras tersebut setelah 1,5 tahun?
   A. Rp 1.778.300,203.
   B. Rp 1.778.400,203.
   C. Rp 1.778.500,203.
   D. Rp 1.778.600,203.
10. Pak Dede meminjam sejumlah uang kepada sebuah bank yang dihitung atas suku bunga majemuk 10% setahun. Setelah 6 tahun Pak Dede harus mengembalikan pinjaman dan bunganya sebesar Rp 13.286.707,50. Berapakah besar pinjaman Pak Dede?
   A. Rp 7.250.000,00
   B. Rp 7.500.000,00.
   C. Rp 7.750.000,00.
   D. Rp 8.000.000,00.

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{5} \times 100\%$$

Makna dari tingkat penguasaan Anda adalah:

90% - 100%	= Baik Sekali
80% - 89%	= Baik
70% - 79%	= Cukup
< 70%	= Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

KUNCI JAWABAN TES FORMATIF

Tes Formatif 1

1. C. 2.
2. B. 2.
3. A. 1.
4. C. 3.
5. D. 3.
6. A. 2.
7. C. Jawaban A dan B kedua-duanya salah.
8. D. 0, 3, 6, dan 9.
9. B. 11.
10. D. 16.

Tes Formatif 2

1. A. 7 dan 17.
2. D. 2.
3. B. 5.
4. B. 27.
5. C. 18.
6. B. $7x \equiv 3 (\text{mod } 4)$.
7. A. 10.
8. D. $a = 3$ dan $b = 5$.
9. B. $3 \equiv 13$ (mod 2).
10. B. 3.

Tes Formatif 3

1. B. Bunga.
2. D. Bunga tunggal.
3. C. $M_0(1 + b)^n$.
4. C. $B = M \text{ x } \frac{b}{360} \text{ x } n$.
5. D. 11,5%.
6. A. Rp 225.000,00.
7. B. Rp 15.625.000,00.
8. C. Rp 9.140.000,00.
9. A. Rp 1.778.300,203.
10. B. Rp 7.500.000,00.

MODUL 4

BANGUN-BANGUN GEOMETRI

Bangun-bangun Geometri

Pendahuluan

Modul ini adalah modul ke-4 dalam mata kuliah Matematika. Isi modul ini membahas tentang bangun-bangun geometri.

Modul ini terdiri dari 3 kegiatan belajar. Pada kegiatan belajar 1 akan dibahas mengenai kedudukan titik, garis, dan bidang pada ruang. Pada kegiatan belajar 2 akan dibahas mengenai luas bangun datar. Terakhir, pada kegiatan belajar 3 akan dibahas mengenai volume dan luas permukaan bangun ruang.

Setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat memahami kedudukan titik, garis, dan bidang pada ruang; memahami konsep luas da volume.

Secara khusus setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat:

1. menjelaskan pengertian titik, garis, dan bidang
2. menentukan kedudukan titik terhadap garis
3. menentukan kedudukan titik terhadap bidang
4. menentukan dua garis yang berimpit, sejajar, berpotongan, dan bersilangan
5. menentukan kedudukan garis terhadap bidang
6. menentukan bidang yang berimpit, sejajar, dan berpotongan
7. menjelaskan pengertian luas
8. menentukan luas daerah bangun datar
9. menjelaskan pengertian luas permukaan
10. menentukan luas permukaan bangun ruang
11. menjelaskan pengertian volume
12. menentukan volume bangun ruang

Petunjuk Belajar

1. Bacalah dengan cermat pendahuluan modul ini sehingga Anda memahami tujuan dan bagaimana mempelajari modul ini.
2. Bacalah uraian materi dalam modul ini, tandailah kata-kata penting yang merupakan kunci. Pahami setiap konsep dalam uraian materi dengan mempelajari contoh-contohnya.
3. Jika mengalami kesulitan dalam mempelajari modul ini, diskusikanlah dengan teman-teman Anda atau dengan tutor.
4. Pelajari sumber-sumber lain yang relevan untuk memperluas wawasan.

5. Kerjakan soal-soal latihan dalam modul ini tanpa melihat petunjuk jawaban latihan terlebih dahulu. Apabila mengalami kesulitan, barulah Anda melihat petunjuk jawaban latihan.
6. Kerjakan soal-soal tes formatif dan periksa tingkat kemampuan Anda dengan mencocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban tes formatif. Ulangilah pengerjaan tes formatif ini sampai Anda benar-benar dapat mengerjakan semua soal-soal tes formatif ini dengan benar.

Selamat Belajar, Semoga Sukses!

Kedudukan Titik,Garis dan Bidang Pada Ruang

A. Pengertian Titik, Garis, dan Bidang

(1) Titik

Secara geometri, titik adalah unsur geometri yang paling sederhana. Namun, "titik" bukan main pentingnya, sebab semua unsur lainnya terdiri dari titik-titik. Titik adalah sesuatu yang punya kedudukan, tetapi titik tidak punya ukuran. Titik biasanya direpresentasikan dengan sebuah noktah ".", dan diberi nama dengan menggunakan huruf kapital seperti A, B, atau C, dan seterusnya.

Gambar 4.1 memperlihatkan dua buah titik, yaitu titik B dan titik Q.



Gambar 4.1

(2) Garis

Garis adalah himpunan titik-titik yang anggotanya adalah dua titik atau lebih. Titik-titik tersebut berderet ke kedua arah yang berlawanan sampai jauh tak terhingga. Model atau representasi suatu garis misalnya seutas benang kecil lurus yang dapat diperpanjang kedua arah yang berlawanan sampai jauh tak terhingga. Garis hanya mempunyai ukuran panjang. Garis diberi nama dengan menggunakan huruf kecil seperti g, h, k, dan seterusnya, atau AB, AC, BC, dan seterusnya.

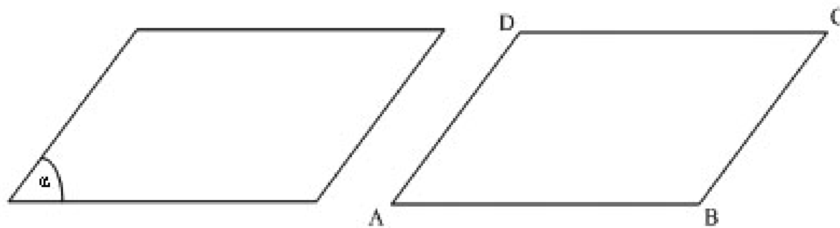
Gambar 4.2 memperlihatkan dua buah garis, yaitu garis AB dan garis g.



Gambar 4.2

(3) Bidang

Bidang adalah himpunan titik-titik, lebih dari dua buah titik dan tidak semuanya terletak pada sebuah garis. Pada sebuah bidang, terdiri dari banyak sekali garis. Model sebuah bidang adalah permukaan sebuah meja rata misalnya yang dapat diperlebar ke semua arah. Bidang mempunyai ukuran panjang dan lebar. Bidang diberi nama dengan menyebutkan titik-titik sudut dari bidang tersebut atau memakai huruf α, β, γ, dan seterusnya. Gambar 4.3 memperlihatkan dua buah bidang, yaitu bidang α dan bidang ABCD.



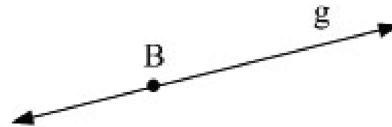
Gambar 4.3

B. Kedudukan Titik Dan Garis

(1) Titik Terletak pada Bidang

Sebuah titik dikatakan terletak pada garis, jika titik tersebut dapat dilalui oleh garis.

Gambar 4.4 memperlihatkan titik B terletak pada garis g.

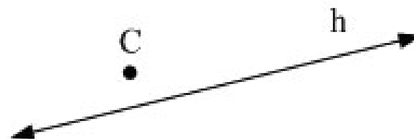


Gambar 4.4

(2) Titik Terletak di luar Garis

Sebuah titik dikatakan terletak di luar garis, jika titik tersebut tidak dapat dilalui garis.

Gambar 4.5 memperlihatkan Titik C terletak di luar garis h

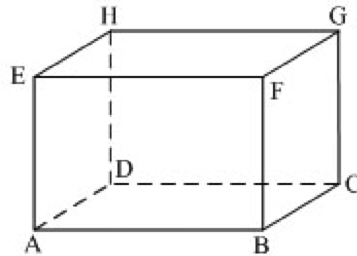


Gambar 4.5

Agar lebih memahami kedudukan titik dan garis, coba Anda perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 1:

Perhatikan gambar 4.6, sebutkan titik yang terletak pada garis CD dan di luar garis CD.



Gambar 4.6

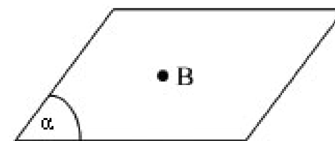
Penyelesaian:

Titik yang terletak pada garis CD adalah titik C dan D, sedangkan titik di luar garis CD adalah titik A, B, E, F, H dan G.

C. Kedudukan Titik Dan Bidang

(1) Titik Terletak pada Bidang

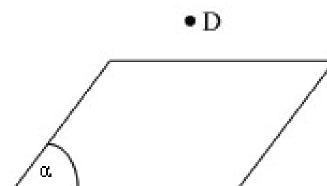
Sebuah titik dikatakan terletak pada bidang, jika titik tersebut dapat dilalui oleh bidang. Gambar 4.7 memperlihatkan titik B terletak pada bidang α.



Gambar 4.7

(2) Titik di Luar Bidang

Sebuah titik dikatakan terletak di luar bidang, jika titik tersebut tidak dapat dilalui oleh bidang. Gambar 4.8 memperlihatkan titik D terletak di luar bidang α.

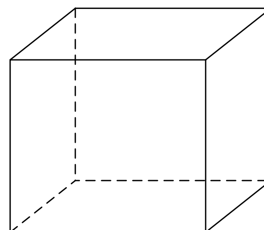


Gambar 4.8

Agar Anda dapat memahami kedudukan titik dan bidang, pelajarilah contoh berikut.

Contoh 2:

Perhatikan gambar 4.9, sebutkan titik yang terletak pada bidang ABCD dan di luar bidang ABCD?



Gambar 4.9

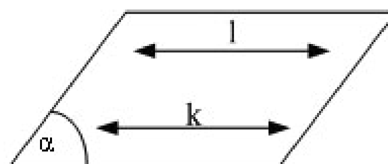
Penyelesaian:

Titik yang terletak pada bidang ABCD adalah titik A, B, C, dan D, sedangkan titik di luar bidang ABCD adalah titik E, F, G, dan H.

D. Kedudukan Dua Garis

(1) Dua Garis Sejajar

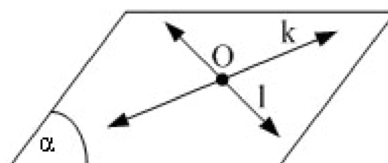
Dua buah garis dikatakan sejajar, jika dua buah garis tersebut sebidang dan tidak mempunyai titik persekutuan. Gambar 4.10 memperlihatkan garis k dan l sejajar.



Gambar 4.10

(2) Dua Garis Berpotongan

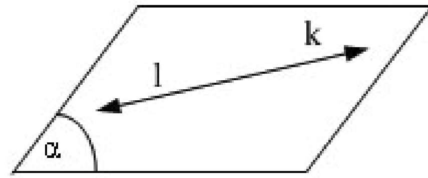
Dua buah garis dikatakan berpotongan, jika dua buah garis tersebut sebidang dan mempunyai satu titik persekutuan, yang dinamakan titik potong. Gambar 4.11 memperliharkan garis k dan l berpotongan



Gambar 4.11

(3) Dua Garis Berimpit

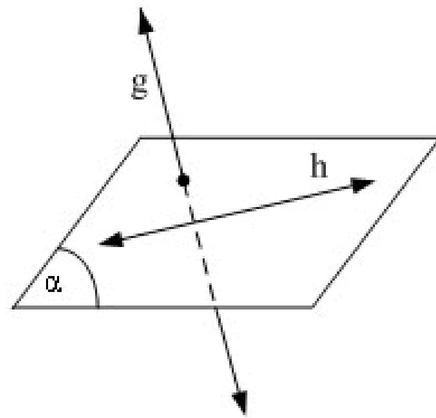
Dua buah garis dikatakan berimpit, jika jarak antara kedua garis tersebut adalah nol. Gambar 4.12 memperlihatkan garis k dan l berimpit.



Gambar 4.12

(4) Dua Garis Bersilangan

Dua buah garis dikatakan bersilangan, jika dua buah garis tersebut tidak sebidang atau melalui kedua garis tersebut tidak dapat dibuat sebuah bidang datar. Gambar 4.13 memperlihatkan garis g dan h bersilangan



Gambar 4.13

Agar Anda dapat memahami kedudukan dua garis, pelajarilah contoh berikut.

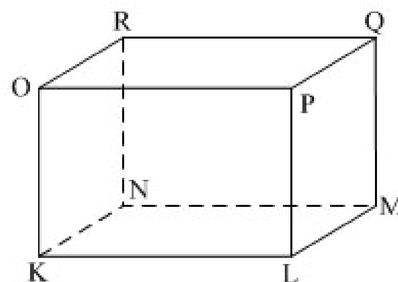
Contoh 3:

Perhatikan gambar 4.14.

a. Sebutkan tiga pasang garis yang sejajar.

b. Sebutkan tiga pasang garis yang berpotongan.

c. Sebutkan tiga pasangan garis yang bersilangan.



Gambar 4.14

Penyelesaian:.

a. Tiga pasang garis yang sejajar adalah KL sejajar NM, OP sejajar RQ, dan KN sejajar LM.

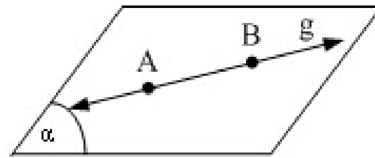
b. Tiga pasang garis yang berpotongan adalah KM berpotongan dengan LN, OL berpotongan dengan KP, dan NQ berpotongan dengan RM.

c. Tiga pasang garis yang bersilangan adalah RN bersilangan dengan KL, OK bersilangan dengan LM, PL bersilangan dengan KN.

E. Kedudukan Garis Dan Bidang

(1) Garis Terletak pada Bidang

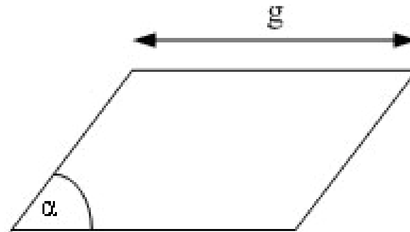
Sebuah garis dikatakan terletak pada bidang, jika setiap titik pada garis tersebut juga terletak pada bidang. Gambar 4.15 memperlihatkan garis g terletak pada bidang α.



Gambar 4.15

(2) Garis Sejajar Bidang

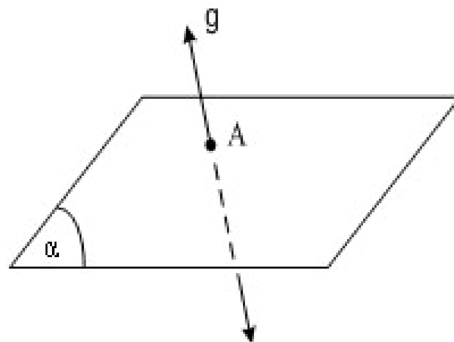
Sebuah garis dikatakan sejajar bidang, jika garis dan bidang tidak mempunyai satu pun titik persekutuan. Gambar 1.16 memperlihatkan garis g sejajar bidang α.



Gambar 1.16

(3) Garis Memotong (Menembus) Bidang

Sebuah garis dikatakan memotong (menembus) bidang, jika garis dan bidang mempunyai satu titik persekutuan yang dinamakan titik potong atau titik tembus. Gambar 4.17 memperlihatkan garis g memotong bidang α di titik A.



Gambar 4.17

Agar Anda dapat memahami kedudukan garis dan bidang, pelajarilah contoh berikut.

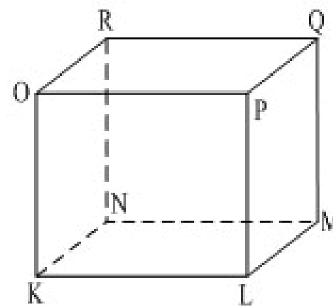
Contoh 4:

Perhatikan gambar 4.18.

a. Sebutkan empat garis yang terletak pada bidang NMQR.

b. Sebutkan dua garis yang menembus bidang NLPR.

c. Sebutkan empat garis yang sejajar dengan bidang KNRO.



Gambar 4.18

Penyelesaian:

a. Empat garis yang terletak pada bidang NMQR adalah NM, MQ, QR, dan RN.

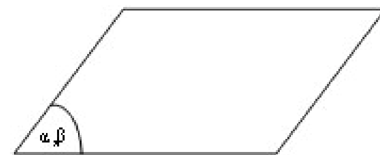
b. Dua garis yang menembus bidang NLPR adalah KQ dan OM.

c. Empat garis yang sejajar dengan bidang KNRO antara lain PL, QM, LM, dan PQ.

F. Kedudukan Dua Bidang

(1) Dua Bidang Berimpit

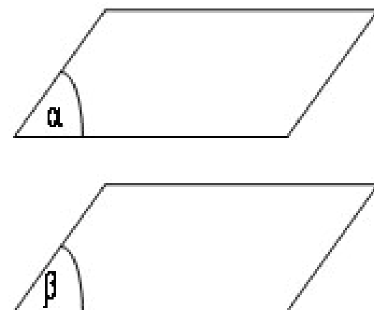
Dua bidang dikatakan berimpit, jika setiap titik terletak pada kedua bidang. Gambar 4.19 memperlihatkan bidang α dan bidang β berimpit.



Gambar 4.19

(2) Dua Bidang Sejajar

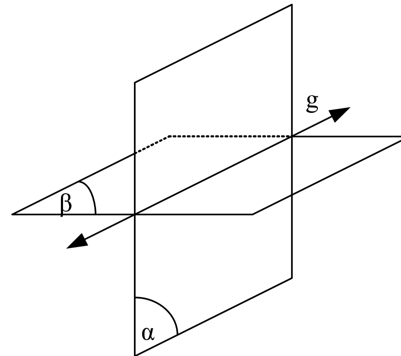
Dua bidang dikatakan sejajar, jika kedua bidang tersebut tidak mempunyai satu pun titik persekutuan. Gambar 4.20 memperlihatkan bidang α dan bidang β sejajar.



Gambar 4.20

(3) Dua Bidang Berpotongan

Dua bidang dikatakan berpotongan, jika kedua bidang tersebut mempunyai sebuah garis persekutuan. Gambar 4.21 memperlihatkan bidang α dan bidang β berpotongan.



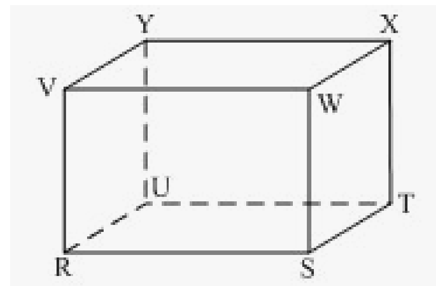
Gambar 4.21

Agar Anda dapat memahami kedudukan dua bidang, pelajarilah contoh berikut.

Contoh 5:

Perhatikan gambar 4.22.

a. Sebutkan tiga pasang bidang yang sejajar.
b. Sebutkan tiga pasang bidang yang berpotongan.



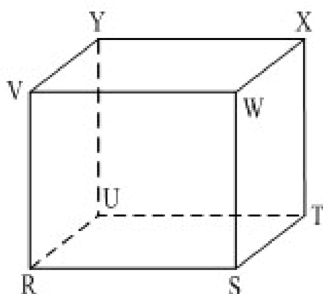
Gambar 4.22

Penyelesaian:

a. Tiga pasang bidang yang sejajar adalah bidang RSTU dengan VWXY, bidang RUYV dengan STXW , dan bidang RSWV dengan UTXY.
b. Tiga pasang bidang yang berpotongan adalah RSXY dengan VWTU, RWXU dengan STYV, dan RTXV dengan SUYW.

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!



1. a. Sebutkan titik-titik yang terletak pada garis UY.
   b. Sebutkan titik- titik di luar garis ST.
2. a. Sebutkan titik-titik yang terletak pada bidang UTXY.
   b. Sebutkan titik-titik di luar bidang VWXY.
3. a. Sebutkan dua pasang garis yang sejajar.
   b. Sebutkan dua pasang garis yang berpotongan.
   c. Sebutkan dua pasang garis yang bersilangan.
4. a. Sebutkan empat garis yang terletak pada bidang STXW.
   b. Sebutkan empat garis yang sejajar dengan bidang RUYV.
   c. Sebutkan dua garis yang menembus bidang RTXV.
5. a. Sebutkan dua pasang bidang yang sejajar.
   b. Sebutkan dua pasang bidang yang berpotongan.

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. a. Titik-titik yang terletak pada garis UY adalah titik U dan Y.
   b. Titik- titik di luar garis ST adalah titik R, U, V, W, X, dan Y.
2. a. Titik-titik yang terletak pada bidang UTXY adalah titik U, T, X, dan Y.
   b. Titik-titik di luar bidang VWXY adalah titik R, S, T, dan U.
3. a. Dua pasang garis yang sejajar adalah garis RS sejajar UT dan VW sejajar YX.

b. Dua pasang garis yang berpotongan adalah garis UW berpotongan dengan SY dan RX berpotongan dengan VT.

c. Dua pasang garis yang bersilangan adalah garis YU bersilangan dengan RS dan VR bersilangan dengan ST.

4. a. Empat garis yang terletak pada bidang STXW adalah garis ST, TX, XW, dan WS.

   b. Empat garis yang sejajar dengan bidang RUYV adalah garis ST, TX, XW, dan WS.

   c. Dua garis yang menembus bidang RTXV adalah garis SY dan UW.

5. a. Dua pasang bidang yang sejajar adalah bidang RSTU sejajar VWXY dan RUYV dan STXW.

   b. Dua pasang bidang yang berpotongan adalah bidang RTXV berpotongan dengan USWY dan VWTU berpotongan dengan XYRS.

Rangkuman

1. Titik adalah unsur geometri yang paling sederhana. Titik adalah sesuatu yang punya kedudukan, tetapi titik tidak punya ukuran. Titik biasanya direpresentasikan dengan sebuah noktah ".", dan diberi nama dengan menggunakan huruf kapital seperti A, B, atau C, dan seterusnya.
2. Garis adalah himpunan titik-titik yang anggotanya adalah dua titik atau lebih. Titik-titik tersebut berderet ke kedua arah yang berlawanan sampai jauh tak terhingga. Garis dapat diperpanjang kedua arah yang berlawanan sampai jauh tak terhingga. Garis hanya mempunyai ukuran panjang. Garis diberi nama dengan menggunakan huruf kecil seperti g, h, k, dan seterusnya, atau AB, AC, BC, dan seterusnya.
3. Bidang adalah himpunan titik-titik, lebih dari dua buah titik dan tidak semuanya terletak pada sebuah garis. Pada sebuah bidang, terdiri dari banyak sekali garis. Bidang dapat diperlebar ke semua arah. Bidang mempunyai ukuran panjang dan lebar. Bidang diberi nama dengan menyebutkan titik-titik sudut dari bidang tersebut atau memakai huruf α, β, γ, dan seterusnya.
4. Kedudukan titik dan garis:
   a. Titik terletak pada garis.
      Sebuah titik dikatakan terletak pada garis, jika titik tersebut dapat dilalui oleh garis.
   b. Titik di luar garis.

Sebuah titik dikatakan terletak di luar garis, jika titik tersebut tidak dapat dilalui garis.

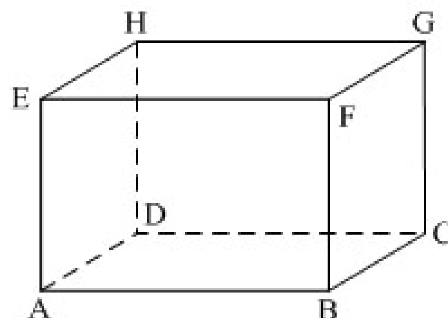
5. Kedudukan titik dan bidang:
   a. Titik terletak pada bidang.
      Sebuah titik dikatakan terletak pada bidang, jika titik tersebut dapat dilalui oleh bidang.
   b. Titik di luar bidang.
      Sebuah titik dikatakan terletak di luar bidang, jika titik tersebut tidak dapat dilalui oleh bidang.
6. Kedudukan dua garis:
   a. Dua garis sejajar.
      Dua buah garis dikatakan sejajar, jika dua buah garis tersebut sebidang dan tidak mempunyai titik persekutuan.
   b. Dua garis berpotongan.
      Dua buah garis dikatakan berpotongan, jika dua buah garis tersebut sebidang dan mempunyai satu titik persekutuan, yang dinamakan titik potong.
   c. Dua garis berimpit.
      Dua garis dikatakan berimpit, jika jarak antara kedua garis tersebut adalah nol.
   d. Dua garis bersilangan.
      Dua buah garis dikatakan bersilangan, jika dua buah garis tersebut tidak sebidang atau melalui kedua garis tersebut tidak dapat dibuat sebuah bidang datar.
7. Kedudukan garis dan bidang:
   a. Garis terletak pada bidang.
      Sebuah garis dikatakan terletak pada bidang, jika setiap titik pada garis tersebut juga terletak pada bidang.
   b. Garis sejajar bidang.
      Sebuah garis dikatakan sejajar bidang, jika garis dan bidang tidak mempunyai satu pun titik persekutuan.
   c. Garis memotong (menembus) bidang.
      Sebuah garis dikatakan memotong (menembus) bidang, jika garis dan bidang mempunyai satu titik persekutuan yang dinamakan titik potong atau titik tembus.

8. Kedudukan dua bidang:
   a. Dua bidang berimpit.
      Dua bidang dikatakan berimpit, jika setiap titik terletak pada kedua bidang.
   b. Dua bidang sejajar.
      Dua bidang dikatakan sejajar, jika kedua bidang tersebut tidak mempunyai satu pun titik persekutuan.
   c. Dua bidang berpotongan.
      Dua bidang dikatakan berpotongan, jika kedua bidang tersebut mempunyai sebuah garis persekutuan.

TES FORMATIF 1

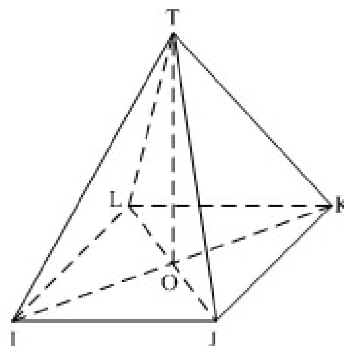
Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Titik-titik berikut berada di luar bidang ABGH, kecuali ....



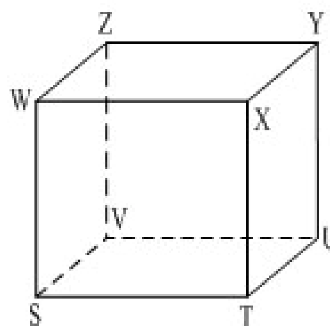
   A. Titik E
   B. Titik F
   C. Titik C
   D. Titik G

2. Pernyataan-pernyataan berikut benar, kecuali ....



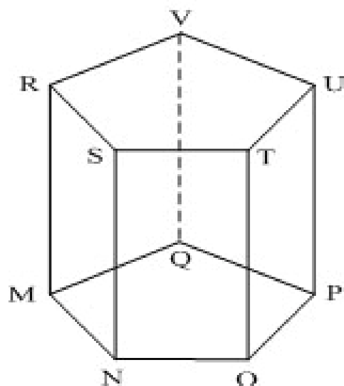
   A. Titik O terletak pada bidang TIK.
   B. Titik O terletak pada bidang TJK.
   C. Titik O terletak Pada bidang IJKL.
   D. Titik O terletak pada bidag TLJ.

3. Pasangan garis berikut saling bersilangan, kecuali ....



   A. ZV dengan TU.
   B. WX dengan YU.
   C. SY dengan WU.
   D. ZY dengan XT.

4. Pernyataan-pernyataan berikut benar, kecuali ....



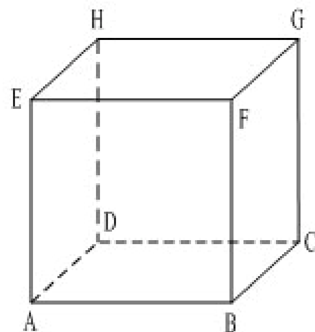
A. Garis NV menembus bidang MOTR.

B. Garis RP menembus bidang OTVQ.

C. Garis SU menembus bidang MQVR.

D. Garis MU menembus bidang NQVS.

5. Pasangan bidang berikut saling berpotongan, kecuali ....



A. ABFE dengan DCHG.

B. BCHE dengan ADGF.

C. ABGH dengan CDEF.

D. ACGE dengan DBFH.

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{5} \times 100\%$$

Makna dari tingkat penguasaan Anda adalah:

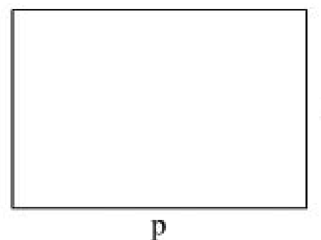
90% - 100% = Baik Sekali
80% - 89% = Baik
70% - 79% = Cukup
< 70% = Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

Luas Bangun Datar

A. Luas Daerah Persegipanjang

Persegipanjang mempunyai sisi-sisi berhadapan yang sejajar dan sama panjang, mempunyai diagonal-diagonal yang sama panjang dan saling berpotongan di tengah, dan keempat sudutnya siku-siku.



Gambar 4.23

Luas daerah persegipanjang adalah: L = p x l.

Contoh 1:

Hitunglah luas daerah persegipanjang yang panjangnya adalah 15 m dan lebarnya adalah 2,25 m.

Penyelesaian:

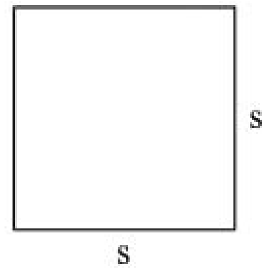
Persegi panjang, p = 15 m, dan l = 2,25 m.

L = 15 x 2,25 = 33,75 m^2.

Jadi, luas daerah persegipanjang tersebut adalah 33,75 m^2.

B. Luas Daerah Persegi

Persegi adalah persegipanjang istimewa yang semua sisinya sama panjang, semua sudutnya dibagi dua sama besar oleh diagonal-diagonalnya, dan diagonal-diagonalnya saling berpotongan dengan sudut siku-siku.



Gambar 4.24

Luas daerah persegi adalah: L = s x s.

Contoh 2:

Hitunglah daerah persegi yang panjang sisinya adalah 4,7 m.

Penyelesaian:

Persegi dan s = 4,7 m.

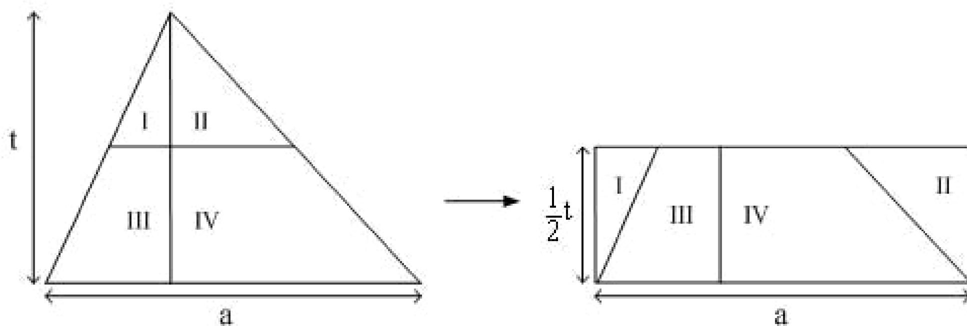
L = 4,7 x 4,7 = 22,09 m^2.

Jadi, luas daerah persegi tersebut adalah 22,09 m^2.

C. LUAS DAERAH SEGITIGA

Segitiga adalah bangun datar yang terdiri dari tiga buah ruas garis yang sepasang-sepasang titik-titik ujungnya bersekutu.

Prinsip Luas Daerah Persegipanjang



Gambar 4.25

Gambar 4.25 memperlihatkan gambar suatu segitiga dengan panjang sisi alas a dan tinggi t. Untuk mencari rumus luas daerah segitiga dengan memakai rumus luas daerah persegipanjang, potonglah daerah I dan daerah II dengan tinggi $\frac{1}{2}$t. Kemudian pindahkan potongan daerah I dan daerah II sedemikian rupa sehingga terbentuk daerah persegipanjang dengan panjang a dan lebar $\frac{1}{2}$t. Sehingga luas daerah persegipanjang tersebut adalah:

$L = a \times \frac{1}{2} t = \frac{1}{2} \times a \times t.$

Karena daerah persegipanjang diperoleh dari daerah segitiga, maka luas daerah segitiga sama dengan luas daerah persegipanjang. Jadi, luas daerah segitiga adalah:

$L = \frac{1}{2} \times a \times t.$

Kesimpulan:

Luas daerah segitiga adalah: $L = \frac{1}{2} \times a \times t.$

Contoh 3:

Hitunglah luas daerah segitiga sama kaki yang panjang alasnya adalah 5,8 cm dan tingginya adalah 2,2 cm.

Penyelesaian:

Segitiga, a = 5,8 cm, dan t = 2,2 cm.

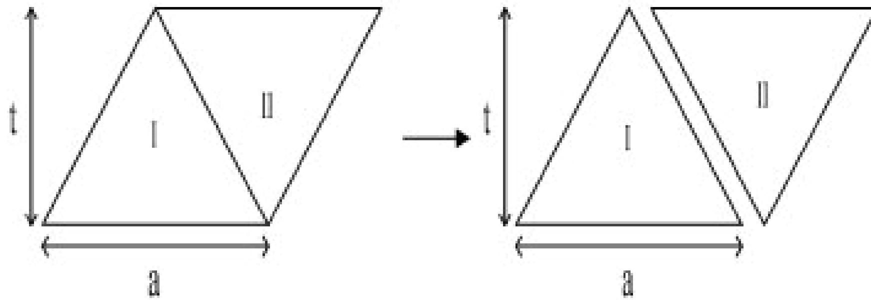
$L = \frac{1}{2} \times 5{,}8 \times 2{,}2 = 6{,}38\ cm^2.$

Jadi, luas daerah segitiga tersebut adalah 6,38 cm^2.

D. Luas Daerah Jajargenjang

Jajargenjang adalah segiempat yang setiap pasang sisi yang berhadapannya sejajar.

(1) Prinsip Luas Daerah Segitiga



Gambar 4.26

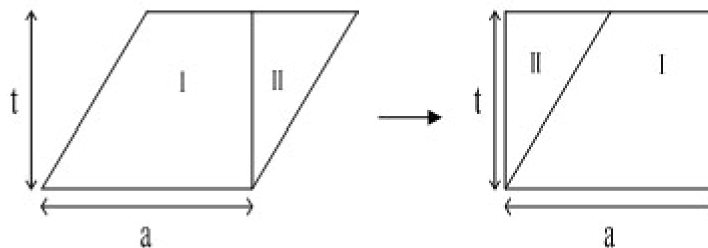
Gambar 4.26 memperlihatkan gambar suatu jajargenjang dengan panjang alasnya a dan tingginya t. Untuk mencari rumus luas daerah jajargenjang dengan memakai rumus luas daerah segitiga, potonglah daerah jajargenjang tersebut menjadi dua daerah segitiga yang kongruen (sama bentuk dan ukuran), yaitu segitiga I dan segitiga II dengan panjang alasnya a dan tingginya t. Karena segitiga I kongruen dengan segitiga II, maka luas daerah segitiga I sama dengan luas daerah segitiga II, yaitu:

$L = \frac{1}{2} \times a \times t.$

Karena daerah jajargenjang diperoleh dari dua daerah segitiga yang kongruen, maka luas daerah jajargenjang sama dengan dua kali luas daerah segitiga. Jadi, luas daerah jajargenjang adalah:

$L = 2 \times (\frac{1}{2} \times a \times t) = a \times t.$

(2) Prinsip Luas Daerah Persegipanjang



Gambar 4.27

Gambar 4.27 memperlihatkan gambar suatu jajargenjang dengan panjang salah satu sisi-sisinya a dan tingginya t. Untuk mencari rumus luas daerah jajargenjang dengan memakai rumus luas daerah persegipanjang, potonglah daerah II dengan tinggi t. Kemudian pindahkan potongan daerah II sedemikian rupa sehingga terbentuk daerah persegipanjang dengan panjang a dan lebar t. Sehingga luas daerah persegipanjang tersebut adalah:

$$L = a \times t.$$

Karena daerah persegipanjang diperoleh dari daerah jajargenjang, maka luas daerah jajargenjang sama dengan luas daerah persegipanjang. Jadi, luas daerah jajargenjang adalah:

$$L = a \times t.$$

Kesimpulan:

Luas daerah jajargenjang adalah: $L = a \times t$.

Contoh 4:

Hitunglah luas daerah jajargenjang yang panjang alasnya adalah 8,5 cm dan tingginya adalah 6,25 cm.

Penyelesaian:

Jajargenjang, a = 8,5 cm, dan t = 6,2 cm.

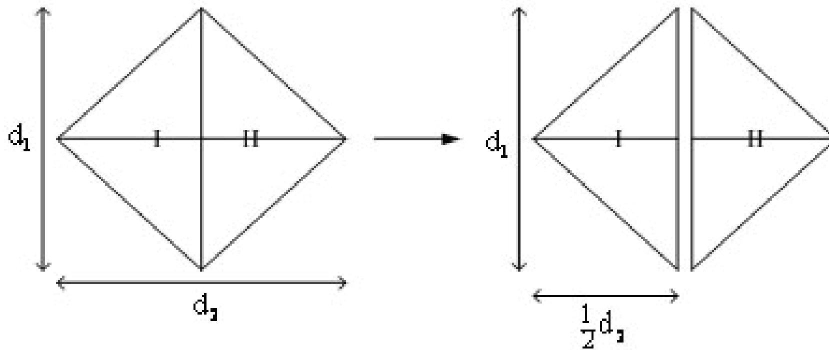
$L = 8{,}5 \times 6{,}2 = 52{,}7\ cm^2$.

Jadi, luas jajargenjang tersebut adalah $52{,}7\ cm^2$.

E. Luas Daerah Belahketupat

Belahketupat adalah segiempat yang semua sisinya sama panjang.

(1) Prinsip Luas Daerah Segitiga



Gambar 4.28

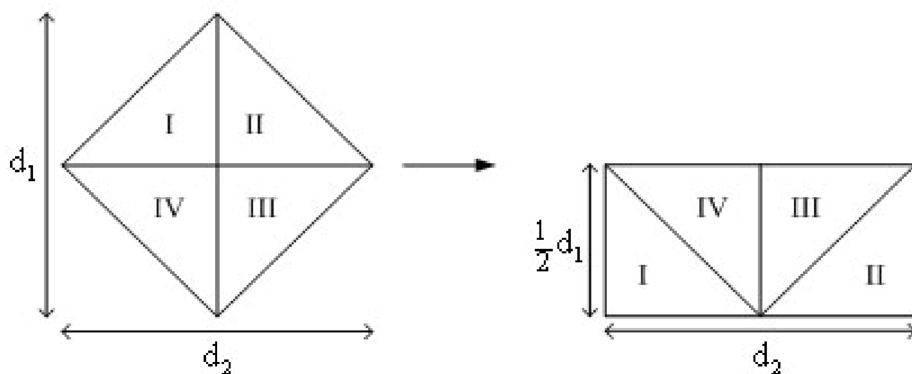
Gambar 4.28 memperlihatkan gambar suatu belahketupat dengan panjang diagonal-diagonalnya masing-masing adalah d_1 dan d_2. Untuk mencari rumus luas daerah belahketupat dengan memakai rumus luas daerah segitiga, potonglah daerah belahketupat tersebut menjadi dua daerah segitiga yang kongruen (sama bentuk dan ukuran), yaitu segitiga I dan segitiga II dengan panjang alasnya d_1 dan tingginya $\frac{1}{2}d_2$. Karena segitiga I kongruen dengan segitiga II, maka luas daerah segitiga I sama dengan luas daerah segitiga II, yaitu:

$L = \frac{1}{2} \times d_1 \times (\frac{1}{2} d_2)$.

Karena daerah belahketupat diperoleh dari dua daerah segitiga yang kongruen, maka luas daerah belahketupat sama dengan dua kali luas daerah segitiga. Jadi, luas daerah belahketupat adalah:

$L = 2 (\frac{1}{2} \times d_1 \times (\frac{1}{2} d_2)) = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$.

(2) Prinsip Luas Daerah Persegipanjang



Gambar 4.29

Gambar 4.29 memperlihatkan gambar suatu belah ketupat dengan panjang diagonal-diagonalnya masing-masing adalah d_1 dan d_2. Untuk mencari rumus luas daerah belahketupat dengan memakai rumus luas daerah persegipanjang, potonglah daerah I dan daerah II dengan tinggi $\frac{1}{2}d_1$. Kemudian pindahkan potongan daerah I dan daerah II sedemikian rupa sehingga terbentuk daerah persegipanjang dengan panjang d_2 dan lebar $\frac{1}{2}d_1$. Sehingga luas daerah persegipanjang tersebut adalah:

$$L = d_2 \times \frac{1}{2} d_1 = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2.$$

Karena daerah persegipanjang diperoleh dari daerah belahketupat, maka luas daerah belahketupat sama dengan luas daerah persegipanjang. Jadi, luas daerah belahketupat adalah:

$$L = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2.$$

Kesimpulan:

Luas daerah belahketupat adalah: $L = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$.

Contoh 5:

Hitunglah luas daerah belahketupat yang panjang diagonal-diagonalnya adalah 11 cm dan 17 cm.

Penyelesaian:

Belahketupat, d_1 = 11 cm, dan d_2 = 17 cm.

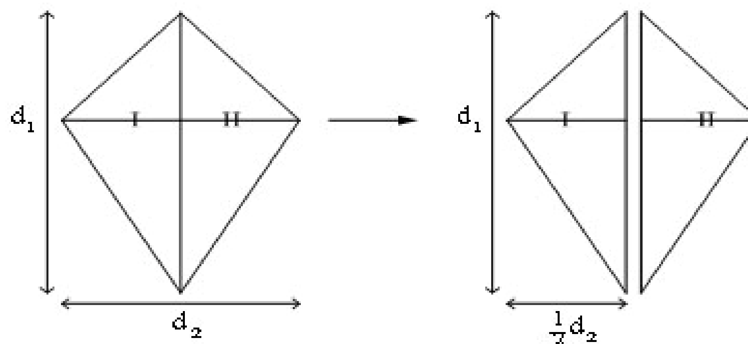
L = $\frac{1}{2}$ x 11 x 17 = 93,5 cm^2.

Jadi, luas daerah belahketupat tersebut adalah 93,5 cm^2.

F. Luas Daerah Layang-Layang

Layang-layang adalah segiempat yang dibentuk oleh dua buah segitiga sama kaki yang alasnya sama panjang dan berimpit.

(1) Prinsip Luas Daerah Segitiga



Gambar 4.30

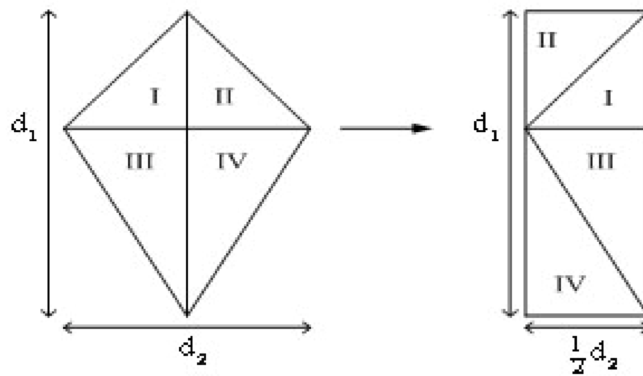
Gambar 4.30 memperlihatkan gambar suatu layang-layang dengan panjang diagonal-diagonalnya masing-masing adalah d_1 dan d_2. Untuk mencari rumus luas daerah layang-layang dengan memakai rumus luas daerah segitiga, potonglah daerah layang-layang tersebut menjadi dua daerah segitiga yang kongruen (sama bentuk dan ukuran), yaitu segitiga I dan segitiga II dengan panjang alas d_1 dan tinggi $\frac{1}{2}d_2$. Karena segitiga I kongruen dengan segitiga II, maka luas daerah segitiga I sama dengan luas daerah segitiga II, yaitu:

L = $\frac{1}{2}$ x d_1 x ($\frac{1}{2}d_2$).

Karena daerah layang-layang diperoleh dari dua daerah segitiga yang kongruen, maka luas daerah layang-layang sama dengan dua kali luas daerah segitiga. Jadi, luas daerah layang-layang adalah:

$L = 2\ (\frac{1}{2} \times d_1 \times (\frac{1}{2} d_2)) = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2.$

(2) Prinsip Luas Daerah Persegipanjang



Gambar 4.31

Gambar 4.31 memperlihatkan gambar suatu layang-layang dengan panjang diagonal-diagonalnya masing-masing adalah d_1 dan d_2. Untuk mencari rumus luas daerah layang-layang dengan memakai rumus luas daerah persegipanjang, potonglah daerah II dan daerah IV. Kemudian pindahkan potongan daerah II dan daerah IV sedemikian rupa sehingga terbentuk daerah persegipanjang dengan panjang $\frac{1}{2} d_2$ dan lebar d_1. Sehingga luas daerah persegipanjang tersebut adalah:

$L = \frac{1}{2} d_2 \times d_1 = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2.$

Karena daerah persegipanjang diperoleh dari daerah layang-layang, maka luas daerah layang-layang sama dengan luas daerah persegipanjang. Jadi, luas daerah layang-layang adalah:

$L = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2.$

Kesimpulan:

Luas daerah layang-layang adalah: L = $\frac{1}{2}$ x d_1 x d_2.

Contoh 6:

Hitunglah luas daerah layang-layang yang panjang diagonal-diagonalnya adalah 16 cm dan 19 cm.

Penyelesaian:

Layang-layang, d_1 = 16 cm, dan d_2 = 19 cm.

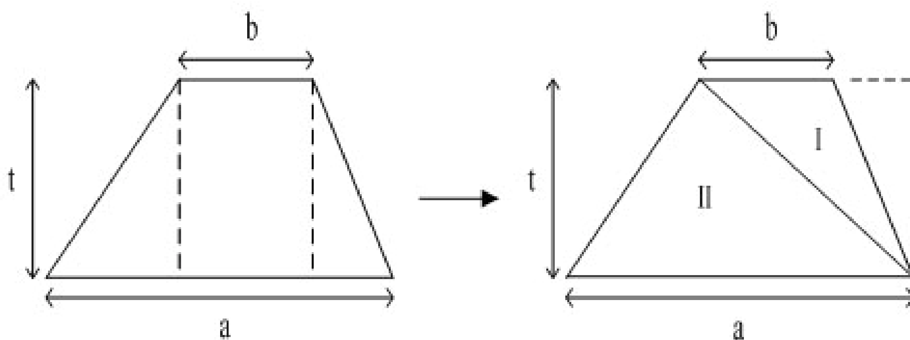
L = $\frac{1}{2}$ x 16 x 19 = 152 cm^2.

Jadi, luas daerah layang-layang tersebut adalah 152 cm^2.

G. Luas Daerah Trapesium

Trapesium adalah segiempat yang memiliki tepat satu pasang sisi yang sejajar.

(1) Prinsip Luas Daerah Segitiga



Gambar 4.32

Gambar 4.32 memperlihatkan gambar suatu trapesium dengan panjang sisi-sisi sejajarnya masing-masing adalah a dan b. Untuk mencari rumus luas daerah layang-layang dengan memakai rumus luas daerah segitiga, potonglah daerah trapesium menjadi daerah segitiga I dengan panjang alasnya b dan tingginya t serta segitiga II dengan panjang alasnya a

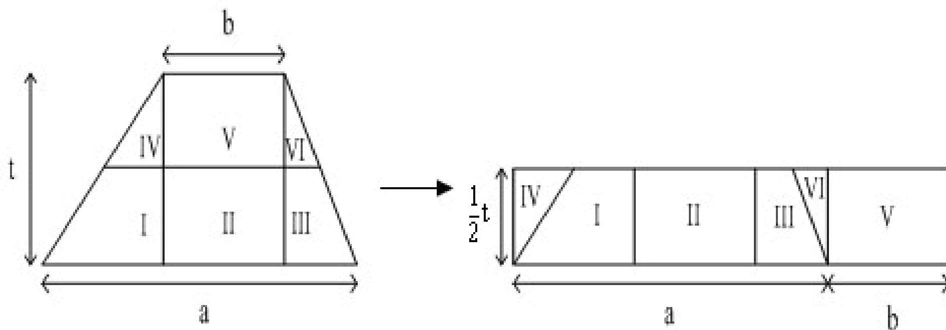
dan tingginya t. Sehingga diperoleh, luas daerah segitiga I dan segitiga II masing-masing adalah:

$L\Delta_{I} = \frac{1}{2}$ x b x t dan $L\Delta_{II} = \frac{1}{2}$ x a x t.

Karena daerah trapesium diperoleh dari daerah segitiga I dan segitiga II, maka luas daerah layang-layang sama dengan luas daerah segitiga I ditambah luas daerah segitiga II. Jadi, luas daerah belahketupat adalah:

$L = (\frac{1}{2} \times b \times t) + (\frac{1}{2} \times a \times t) = \frac{1}{2} \times t \times (a + b) = \frac{1}{2} \times (a + b) \times t.$

(2) Prinsip Luas Daerah Persegipanjang



Gambar 4.33

Gambar 4.33 memperlihatkan gambar suatu trapesium dengan panjang sisi-sisi sejajarnya masing-masing adalah a dan b. Untuk mencari rumus luas daerah trapesium dengan memakai rumus luas daerah persegipanjang, potonglah daerah IV, daerah V, dan daerah IV dengan tinggi $\frac{1}{2}$t. Kemudian pindahkan potongan daerah IV, daerah V, dan daerah IV sedemikian rupa sehingga terbentuk daerah persegipanjang dengan panjang (a + b) dan lebar $\frac{1}{2}$t. Sehingga luas daerah persegipanjang tersebut adalah:

$L = (a + b) \times \frac{1}{2}t = \frac{1}{2} \times (a + b) \times t.$

Karena daerah persegipanjang diperoleh dari daerah trapesium, maka luas daerah trapesium sama dengan luas daerah persegipanjang. Jadi, luas daerah trapesium adalah:

$L = \frac{1}{2} x (a + b) x t.$

Kesimpulan:

Luas daerah trapesium adalah: $L = \frac{1}{2} x (a + b) x t.$

Contoh 7:

Hitunglah luas trapesium yang panjang sisi-sisi sejajarnya adalah 7 cm dan 12 cm serta tingginya adalah 5 cm.

Penyelesaian:

Trapesium, a = 7 cm, b = 12 cm, dan t = 5 cm.

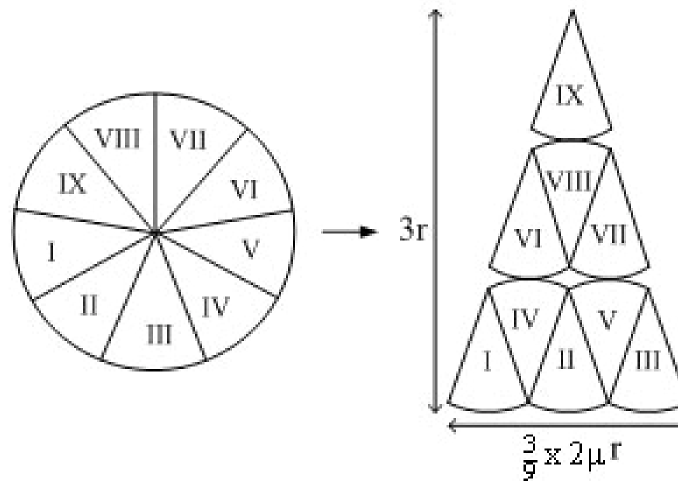
$L = \frac{1}{2} x (7 + 12) x 5 = 47,5 cm^2.$

Jadi, luas daerah trapesium tersebut adalah 47,5 cm^2.

H. Luas Daerah Lingkaran

Lingkaran adalah tempat kedudukan titik-titik pada bidang yang berjarak sama dari sebuah titik tertentu pada bidang itu.

(1) Prinsip Luas Daerah Segitiga



Gambar 4.34

Gambar 4.34 memperlihatkan gambar suatu lingkaran dengan jari-jari r dan keliling lingkaran $2\mu r$. Untuk mencari rumus luas daerah lingkaran dengan memakai rumus luas daerah segitiga, bagilah daerah lingkaran tersebut dalam 9 juring yang sama besar. Kemudian susun potongan juring-juring tersebut sedemikian rupa sehingga terbentuk daerah segitiga dengan panjang alasnya $\frac{3}{9} \times 2\mu r$ dan tingginya r. Sehingga luas daerah segitiga tersebut adalah:

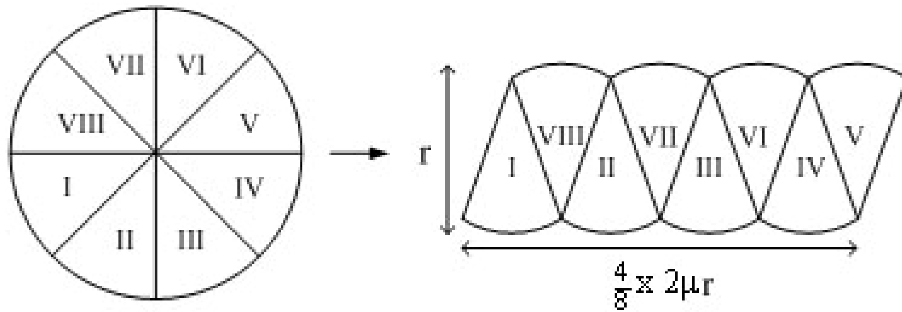
$L = \frac{1}{2} \times (\frac{3}{9} \times 2\mu r) \times 3r = \mu r^2$.

Agar bangun yang diperoleh dapat menyerupai segitiga, maka kita harus membagi daerah lingkaran tersebut menjadi juring-juring yang sangat kecil.

Karena daerah segitiga diperoleh dari daerah lingkaran, maka luas daerah lingkaran sama dengan luas daerah segitiga. Jadi, luas daerah lingkaran adalah:

$L = \mu r^2$.

(2) Prinsip Luas Daerah Persegipanjang



Gambar 4.35

Gambar 4.35 memperlihatkan gambar suatu lingkaran dengan jari-jari r dan keliling lingkaran $2\mu r$. Untuk mencari rumus luas daerah lingkaran dengan memakai rumus luas daerah persegipanjang, bagilah daerah lingkaran tersebut dalam 8 juring yang sama besar. Kemudian susun potongan juring-juring tersebut sedemikian rupa sehingga terbentuk daerah persegipanjang dengan panjang $\frac{4}{8} \times 2\mu r$ dan lebar r. Sehingga luas daerah persegipanjang tersebut adalah:

$L = (\frac{4}{8} \times 2\mu r) \times r = \mu r^2$.

Agar bangun yang diperoleh dapat menyerupai persegipanjang, maka kita harus membagi daerah lingkaran tersebut menjadi juring-juring yang sangat kecil.

Karena daerah persegipanjang diperoleh dari daerah lingkaran, maka luas daerah lingkaran sama dengan luas daerah persegipanjang. Jadi, luas daerah lingkaran adalah:

$L = \mu r^2$.

Kesimpulan:

Luas daerah lingkaran adalah: $L = \mu r^2$.

Contoh 7:

Hitunglah luas daerah lingkaran yang jari-jarinya adalah 10 cm jika pendekatan untuk μ = 3,14.

Penyelesaian:

Lingkaran, r = 10 cm, dan μ = 3,14.

L = 3,14 x 10^2 = 314 cm^2.

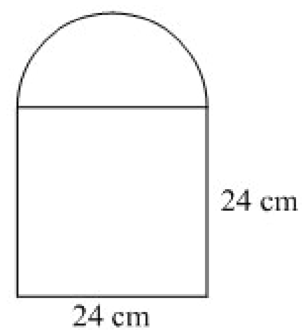
Jadi, luas daerah lingkaran tersebut adalah 314 cm^2.

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

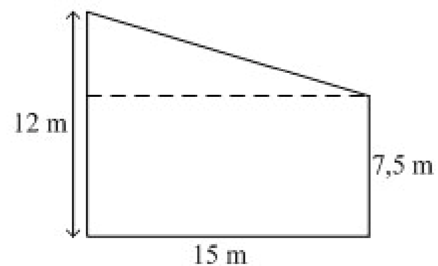
1. Perhatikan gambar di samping.

   Gambar berikut menunjukkan bangun suatu jendela kecil yang terdiri dari persegi yang panjang sisinya 24 cm dan setengah lingkaran. Hitunglah luas daerah jendela kecil tersebut.



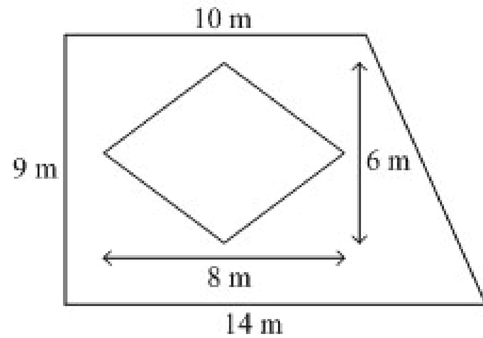
2. Perhatikan gambar di samping.

   Gambar berikut menunjukkan suatu sawah yang terdiri dari persegipanjang dan segitiga. Hitunglah luasnya.



3. Perhatikan gambar di samping.

   Gambar berikut menunjukkan suatu tanah yang ditanami rumput berbentuk trapesium yang di tengah-tengahnya terdapat bangunan berbentuk belahketupat. Hitunglah luas tanah yang ditanami rumput tersebut.



Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. Persegi dan s = 24 cm. Sehingga, L = 24 x 24 = 576 cm^2.

   Setengah lingkaran dan r = 12 cm. Sehingga, L = 3,14 x 12 x 12 = 452,16 cm^2.

   Luas daerah keseluruhan = 576 + 452,16 = 1028,16 cm^2.

   Jadi, luas daerah jendela kecil tersebut adalah 1028,16 cm^2.

2. Persegipanjang, p = 15 m, dan l = 12 m. Sehingga, L = 15 x 12 = 180 m^2.

   Segitiga, a = 15 m, dan t = 4,5 m. Sehingga, L = $\frac{1}{2}$ x 15 x 4,5 = 33,75 m^2.

   Luas daerah keseluruhan = 180 + 33,75 = 213,75 m^2.

   Jadi, luas sawah tersebut adalah 213,75 m^2.

3. Trapesium, a = 10 m, b = 14 m, dan t = 9 m.

   Sehingga, L = $\frac{1}{2}$ (10 + 14) x 9 = 108 m^2.

   Belahketupat, d_1 = 6 m, dan d_2 = 8 m. Sehingga, L = $\frac{1}{2}$ x 6 x 8 = 24 m^2.

   Luas tanah yang ditanami rumput = 108 – 24 = 84 m^2.

   Jadi, luas tanah yang ditanami rumput adalah 84 m^2.

Rangkuman

1. Luas daerah persegi panjang = p x l.
2. Luas daerah persegi = s x s.
3. Luas daerah segitiga = $\frac{1}{2}$ x a x t.
4. Luas daerah jajargenjang = a x t.
5. Luas daerah belahketupat = $\frac{1}{2}$ x d_1 x d_2.
6. Luas daerah layang-layang = $\frac{1}{2}$ x d_1 x d_2.
7. Luas daerah trapesium = $\frac{1}{2}$ x (a + b) x t.
8. Luas daerah lingkaran = μr^2.

TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Suatu layang-layang luas daerahnya adalah 225 cm^2. Jika panjang salah satu diagonalnya adalah 18 cm, berapakah panjang diagonal lainnya?

   A. 25 cm. C. 27 cm.

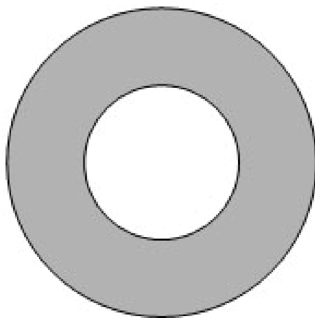
   B. 26 cm. D. 28 cm.

2. Suatu jajargenjang luas daerahnya sama dengan luas daerah persegi yang panjang sisinya 12 cm. Jika panjang alas jajargenjang adalah 12,5 cm, tentukan tinggi jajargenjang tersebut.

   A. 9,52 cm. C. 11,52 cm.

   B. 10,52 cm. D. 12,52 cm.

3. Perhatikan gambar berikut:

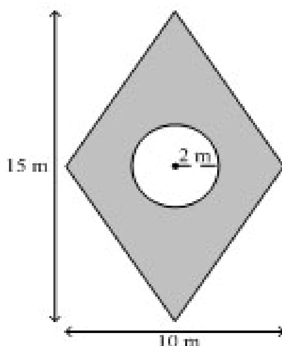


Jika lingkaran luar mempunyai jari-jari 7 cm, sedangkan lingkaran dalam mempunyai jari-jari 3 cm, dan $\pi = 3,14$ maka luas daerah yang diarsir adalah ....

   A. 124,5 cm^2. C. 128,4 cm^2.

   B. 125,6 cm^2. D. 132,5 cm^2.

4. Perhatikan gambar berikut:

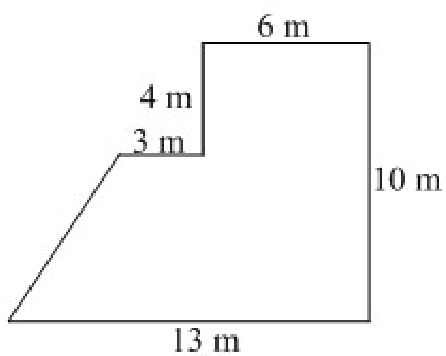


Sebuah taman dipasang batu alam berbentuk belah ketupat, di tengah-tengahnya dibangun kolam ikan. Luas taman yang dipasang batu alam adalah ....

   A. 32,44 m^2. C. 52,44 m^2.

   B. 42,44 m^2. D. 62,44 m^2

5. Perhatikan gambar berikut:



Gambar tanah milik Pak Mulyana tampak dalam gambar. Sawah tersebut akan dijual dengan harga Rp 150.000,00. Berapa rupiahkah uang yang akan diterima oleh Pak Mulyana?

A. Rp 13.000.000,00 C. Rp 14.000.000,00

B. Rp 13.500.000,00 D. Rp 14.500.000,00

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{5} \times 100\%$$

Makna dari tingkat penguasaan Anda adalah:

90% - 100% = Baik Sekali
80% - 89% = Baik
70% - 79% = Cukup
< 70% = Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

Volume dan Luas Permukaan Bangun Ruang

A. Volume Bangun Ruang

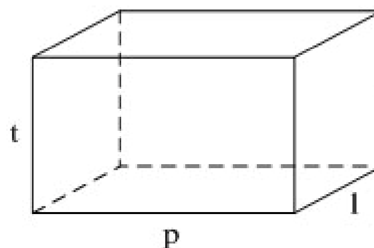
(1) Volume Balok

Balok adalah bangun ruang yang mempunyai enam buah sisi dan masing-masing sisinya merupakan persegipanjang.

Pada gambar 4.36 tampak balok dengan panjang rusuk p, lebar l, dan tinggi t.

Volume balok adalah: V = p x l x t = L x t

dengan L = p x l = luas alas.



Gambar 4.36

Contoh 1:

Suatu balok panjangnya 4 cm, lebarnya 5 cm, dan tingginya 6 cm. Hitunglah volumenya.

Penyelesaian:

Balok, p = 4 cm, l = 5 cm, dan t = 6 cm.

Sehingga, V = 4 x 5 x 6 = 120 cm^3.

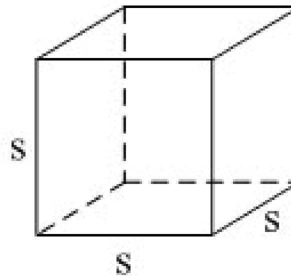
Jadi, volume balok tersebut adalah 120 cm^3.

B. Volume Kubus

Kubus adalah benda ruang yang mempunyai enam buah sisi dan masing-masing sisinya merupakan persegi.

Pada gambar 4.37 tampak kubus dengan panjang sisinya s.

Volume kubus adalah: V = s x s x s = s^3.



Gambar 4.37

Contoh 2:

Suatu kubus panjang rusuknya 8 cm. Hitunglah volumenya.

Penyelesaian:

Kubus dan s = 8 cm.

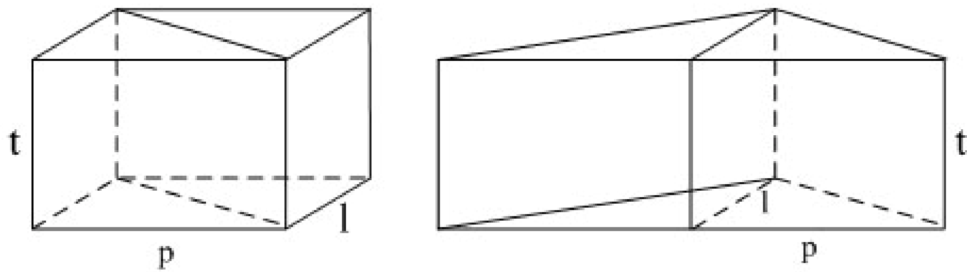
Sehingga, V = 8 x 8 x 8 = 512 cm^3.

Jadi, volume kubus tersebut adalah 512 cm^3.

C. Volume Prisma

Prisma adalah sebuah bangun ruang yang dibatasi oleh bidang alas dan bidang atas yang merupakan segibanyak yang sejajar dan kongruen (sama bentuk dan ukuran) serta dibatasi oleh sisi-sisi tegak yang berupa jajargenjang.

Sebuah prisma diberi nama sesuai dengan nama segibanyak pada bidang alasnya, yaitu jika bidang alas prisma merupakan segitiga, maka prisma tersebut disebut prisma segitiga. Jika bidang alas prisma merupakan segiempat, maka prisma tersebut disebut prisma segiempat, dan seterusnya.



Gambar 4.38

Pada gambar 4.38 tampak sebuah balok dengan panjang rusuk p, lebar l, dan tinggi t. Apabila balok tersebut kita iris vertikal sepanjang bidang diagonal, maka kita peroleh dua buah prisma segitiga yang kongruen (sama bentuk dan ukuran). Selanjutnya, apabila kedua prisma digabungkan maka akan menjadi sebuah prisma segitiga yang baru.

Karena prisma segitiga tersebut diperoleh dari balok, maka rumus volume prisma sama dengan rumus volume balok, V = L x t.

Sehingga, volume prisma adalah: V = L x t, dengan L = luas alas prisma.

Contoh 3:

Suatu prisma tegak alasnya berbentuk persegipanjang yang berukuran 6 cm x 3,5 cm. Apabila tinggi prisma adalah 5 cm, hitunglah volumenya.

Penyelesaian:

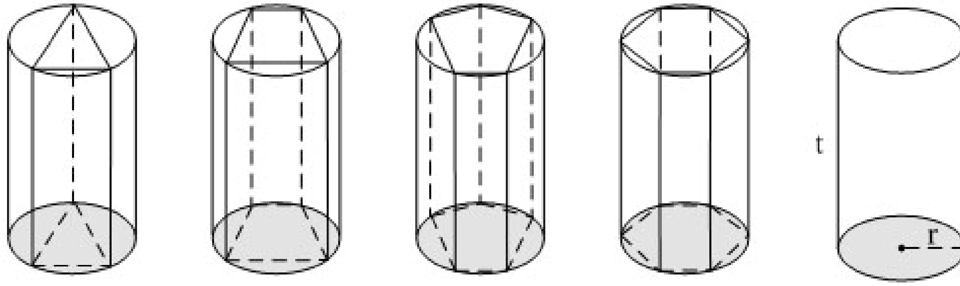
Prisma, alas persegipanjang ukuran 6 cm x 3,5 cm, dan tinggi prisma 5 cm.

Sehingga, V= 6 x 3,5 x 5 = 105 cm^3.

Jadi, volume prisma tersebut adalah 105 cm^3.

D. Volume Tabung

Tabung adalah bangun ruang yang mempunyai tiga buah sisi, yaitu sisi alas dan sisi atas yang masing-masing merupakan daerah lingkaran, serta sisi yang melingkar yang disebut selimut tabung.



Gambar 4.39

Perhatikan gambar 4.39. Bayangkanlah bahwa kita dapat terus-menerus menambah banyaknya sisi pada bidang alas dan atas prisma. Sampai akhirnya kita peroleh prisma dengan bidang alas dan atasnya adalah lingkaran. Sehingga prisma tadi menjadi sebuah tabung.

Karena tabung dapat dianggap sebagai sebuah prisma yang bidang alasnya adalah lingkaran, maka rumus volume tabung sama dengan rumus volume prisma, V = L x t.

Sehingga, volume tabung adalah: $V = L \times t = \mu r^2 \times t$.

Contoh 4:

Suatu tabung tingginya 10 cm dan diameternya 5 cm. Hitunglah volumenya.

Penyelesaian:

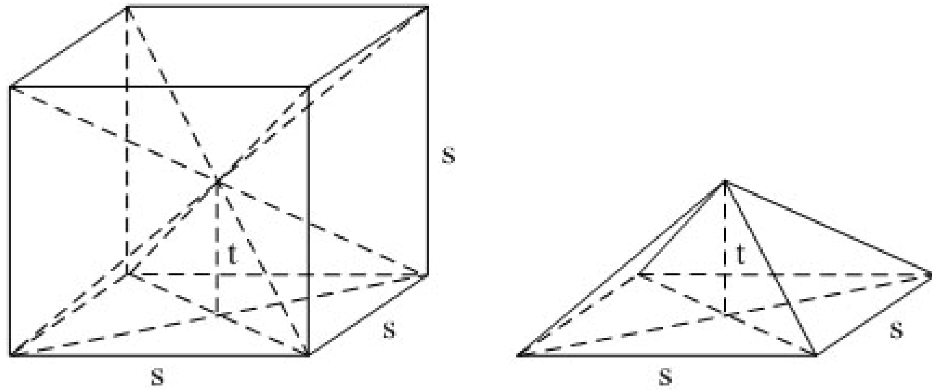
Tabung, tinggi = 10 cm dan jari-jari = 2,5 cm.

Sehingga, $V = 3{,}14 \times (2{,}5)^2 \times 10 = 196{,}25 \text{ cm}^3$.

Jadi, volume tabung tersebut adalah $196{,}25 \text{ cm}^3$.

E. Volume Limas

Limas adalah bangun ruang. Sebuah limas diberi nama sesuai dengan nama segibanyak pada bidang alasnya, yaitu jika bidang alas limas merupakan segitiga, maka limas tersebut disebut limas segitiga. Jika bidang alas limas merupakan segiempat, maka limas tersebut disebut limas segiempat, dan seterusnya.



Gambar 4.40

Perhatikan, dalam kubus pada gambar 4.40 terdapat enam limas yang mempunyai ukuran yang kongruen. Panjang sisi kubus s, panjang sisi alas limas s dan tingginya t = $\frac{1}{2}$ s.

Volume kubus = s x s x s.

Volume masing-masing limas = $\frac{1}{6}$ volume kubus

= $\frac{1}{6}$ (s x s x s), t = $\frac{1}{2}$ s

= $\frac{1}{6}$ (s^2 x 2t)

= $\frac{1}{3}$ s^2 x t

= $\frac{1}{3}$ L x tinggi.

Sehingga, volume limas adalah: V = $\frac{1}{3}$ L x tinggi.

Contoh 5:

Suatu limas alasnya berbentuk persegi dengan ukuran 7 cm x 8 cm. Apabila tinggi limas 9 cm, hitunglah volumenya.

Penyelesaian:

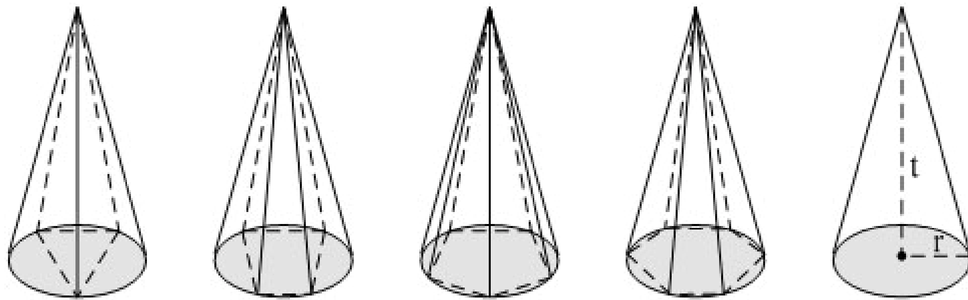
Limas, alas persegipanjang ukuran 7 cm x 8 cm, tinggi limas 9 cm.

Sehingga, V = $\frac{1}{3}$ x (7 x 8) x 9 = 168 cm^3.

Jadi, volume limas tersebut adalah 168 cm^3.

F. Volume Kerucut

Kerucut adalah bangun ruang. Sebuah kerucut dapat dibentuk dari sebuah segitiga siku-siku yang diputar dengan sisi siku-sikunya sebagai pusat putaran.



Gambar 4.41

Perhatikan gambar 4.41. Bayangkanlah bahwa kita dapat terus-menerus menambah banyaknya sisi pada bidang alas limas. Sampai akhirnya kita peroleh limas dengan bidang alasnya adalah lingkaran. Sehingga limas tadi menjadi sebuah kerucut.

Karena kerucut dapat dianggap sebagai sebuah limas yang bidang alasnya adalah lingkaran, maka rumus volume kerucut sama dengan rumus volume limas, V = $\frac{1}{3}$ L x tinggi.

Sehingga, volume kerucut adalah: V = $\frac{1}{3}$ x L x t = $\frac{1}{3}$ x (μ r^2) x t.

Contoh 6:

Suatu kerucut tingginya 16 cm dan diameternya 8 cm. Hitunglah vomumenya.

Penyelesaian:

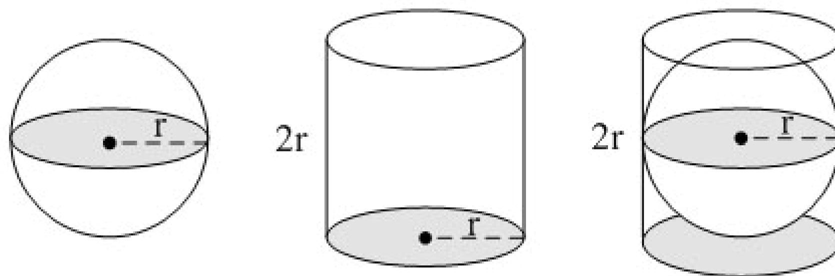
Kerucut, tinggi 16 cm, dan jari-jari 4 cm.

Sehingga, V = $\frac{1}{3}$ x (3,14 x 4^2) x 16 = 267,95 cm^3.

Jadi, volume limas tersebut adalah 267,95 cm^3.

G. VOLUME BOLA

Bola adalah bangun ruang. Sebuah bola dapat dibentuk dari bangun setengah lingkaran yang diputar pada diameternya.



Gambar 4.42

Perhatikan gambar 4.42. Bola dengan jari-jari r dan tabung dengan jari-jari r dan tinggi tabung 2r. Melalui percobaan dengan menuangkan pasir dari bola ke dalam tabung, diperoleh pasir hanya dapat memenuhi $\frac{2}{3}$ tabung, sehingga volume bola adalah $\frac{2}{3}$ dari volume tabung. Sedangkan volume tabung = μr^2 x 2r = $2\mu r^3$, sehingga:

Volume bola = $\frac{2}{3}$ Volume tabung

= $\frac{2}{3}(2\mu r^3)$

= $\frac{4}{3}\mu r^3$.

Sehingga, volume bola adalah: V = $\frac{4}{3}\mu r^3$.

Contoh 7:

Suatu bola diameternya adalah 25 cm. Hitunglah volumenya.

Penyelesaian:

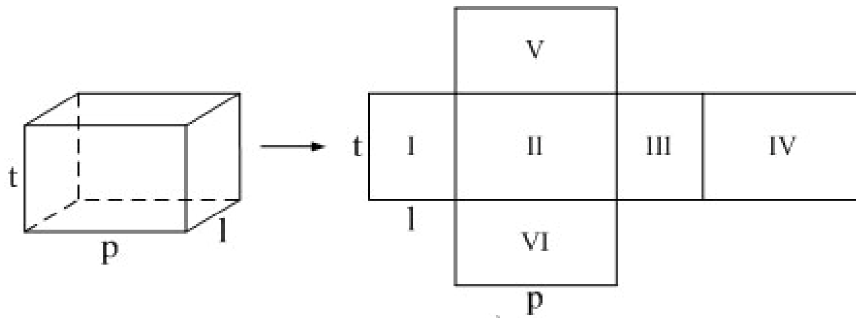
Bola dan jari-jari 12,5 cm.

Sehingga, V = $\frac{4}{3}$ x 3,14 x $12,5^3$ = 8177,08 cm^3.

Jadi, volume bola tersebut adalah 8177,08 cm^3.

B. Luas Permukaan Bangun Ruang

(1) Luas Permukaan Balok



Gambar 4.43

Gambar 4.43 memperlihatkan gambar suatu balok dengan panjang p, lebar l, dan tinggi t. Apabila sisi-sisi pada balok tersebut direbahkan maka diperoleh jaring-jaring balok seperti tampak pada gambar (silahkan Anda cari jaring-jaring balok lainnya). Sehingga terlihat bahwa, balok terdiri dari 6 daerah persegipanjang, yaitu 2 buah daerah persegipanjang dengan panjang p dan lebar t, 2 buah daerah persegipanjang dengan panjang l lebar t, serta 2 buah daerah persegipanjang dengan panjang p dan lebar l.

Perhatikan bahwa, $L_I = L_{III}$, $L_{II} = L_{IV}$, dan $L_V = L_{IV}$, sehingga kita peroleh:

$L = L_I + L_{III} + L_{II} + L_{IV} + L_V + L_{VI}$

$= 2L_I + 2L_{II} + 2L_V$

$= 2(l \times t) + 2(p \times t) + 2(p \times l)$

$= 2(lt + pt + pl)$.

Contoh 8:

Hitunglah luas permukaan balok yang berukuran 3 cm x 4 cm x 5 cm.

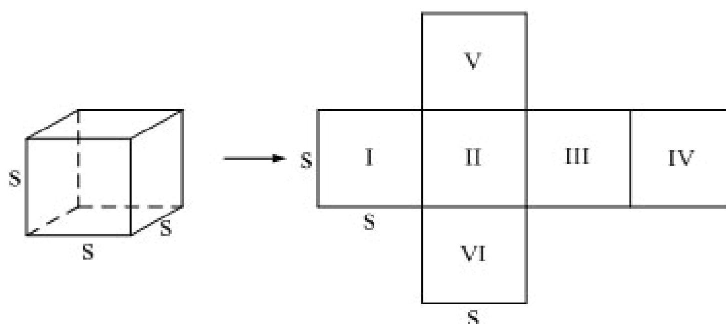
Penyelesaian:

Balok, p = 3m, l = 4 cm, dan t = 5cm.

Sehingga, L = 2 [(4 x 5) + (3 x 5) + (3 x 4)] = 94 cm^2.

Jadi, luas permukaaan balok tersebut adalah 94 cm^2.

(2) Luas Permukaan Kubus



Gambar 4.44

Gambar 4.44 memperlihatkan gambar suatu kubus dengan panjang rusuk s. Apabila sisi-sisi pada kubus tersebut direbahkan maka diperoleh jaring-jaring kubus seperti tampak pada gambar (silahkan Anda cari jaring-jaring kubus lainnya). Sehingga terlihat bahwa, kubus terdiri dari 6 daerah persegi dengan panjang sisinya s.

Perhatikan bahwa, $L_I = L_{II} = L_{III} = L_{IV} = L_V = L_{IV}$, sehingga kita peroleh:

$L = L_I + L_{II} + L_{III} + L_{IV} + L_V + L_{IV}$

$= 6L_I$

$= 6(s \times s)$

$= 6s^2$.

Contoh 9:

Hitunglah luas permukaan kubus yang panjang rusuknya adalah 12 cm.

Penyelesaian:

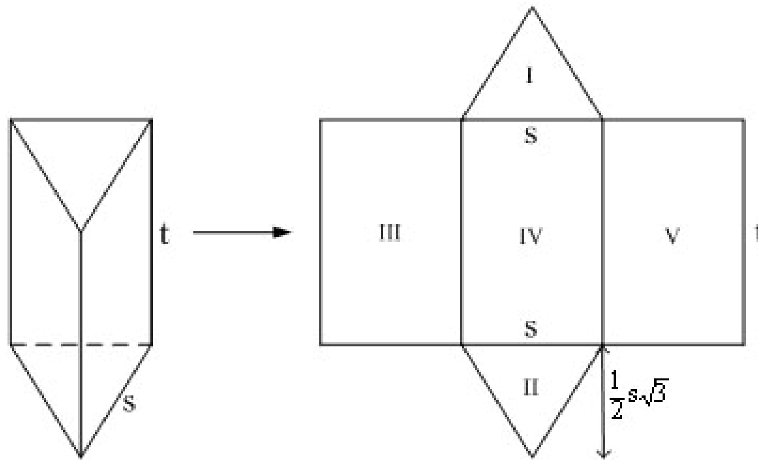
Kubus dan s = 12 cm.

Sehingga, L = 6 x 12^2 = 864 cm^2.

Jadi, luas permukaan kubus tersebut adalah 864 cm^2.

(3) Luas Permukaan Prisma

Untuk menunjukkan luas permukaan prisma kita pilih satu contoh prisma saja, yaitu prisma segitiga beraturan.



Gambar 4.45

Gambar 4.45 memperlihatkan gambar suatu prisma segitiga beraturan dengan panjang rusuk alasnya s, dan tingginya t. Apabila sisi-sisi pada prisma segitiga beraturan tersebut direbahkan maka diperoleh jaring-jaring prisma segitiga beraturan seperti tampak pada gambar (silahkan Anda cari jaring-jaring prisma segitiga beraturan lainnya). Sehingga terlihat bahwa, prisma segitiga beraturan terdiri dari 2 buah daerah segitiga sama sisi dengan panjang rusuknya s dan 3 buah daerah persegipanjang dengan panjangnya s dan lebarnya t.

Perhatikan bahwa, $L_I = L_{II}$ dan $L_{III} = L_{IV} = L_V$, sehingga kita peroleh:

$L = L_I + L_{II} + L_{III} + L_{IV} + L_V$

$= 2L_I + 3L_{III}$

$= 2(\frac{1}{2} s \text{ x } \frac{1}{2}\sqrt{3}s) + 3(s \text{ x } t)$

$= \frac{1}{2}\sqrt{3}s^2 t + 3st.$

Rumus luas permukaan prisma di atas dapat berubah bila jenis prismanya berbeda.

Contoh 10:

Hitunglah luas permukaan prisma segitiga beraturan dengan panjang rusuk alasnya 5 cm dan tingginya 8 cm.

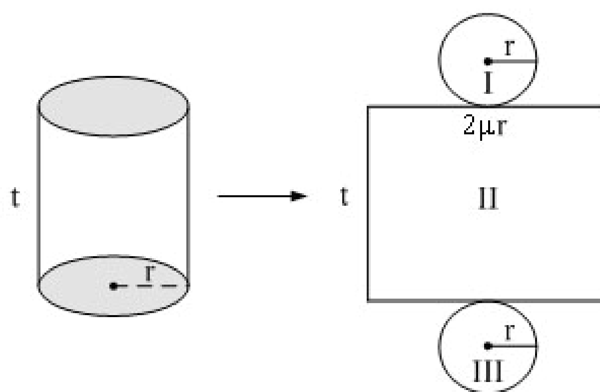
Penyelesaian:

Prisma, alas segitiga sama sisi dengan panjang rusuk adalah 4 cm , dan tinggi prisma adalah 5 cm.

Sehingga, L = $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ x 4^2 x 5 + 3 x 4 x 5 = 129,28 cm^2.

Jadi, luas permukaan prisma tersebut adalah 129,28 cm^2.

(4) Luas Permukaan Tabung



Gambar 4.46

Gambar 4.46 memperlihatkan gambar suatu tabung dengan jari-jarinya r dan tingginya t. Apabila sisi-sisi pada tabung tersebut direbahkan maka diperoleh jaring-jaring tabung seperti tampak pada gambar. Sehingga terlihat bahwa, tabung terdiri dari 2 buah daerah lingkaran dengan jari-jarinya r serta sebuah daerah persegipanjang dengan panjangnya 2μr dan lebarnya t.

Perhatikan bahwa, $L_I = L_{III} = \mu r^2$ dan $L_{II} = 2 \mu r \times t = 2 \mu r t$, sehingga kita peroleh:

$L = L_1 + L_{II} + L_{III}$

$= 2L_I + L_{III}$

$= 2(\mu r^2) + (2 \mu r t)$

$= 2 \mu r(r + t).$

Contoh 11:

Hitunglah luas permukaan tabung dengan yang tingginya 18 cm dan diameternya 14 cm.

Penyelesaian:

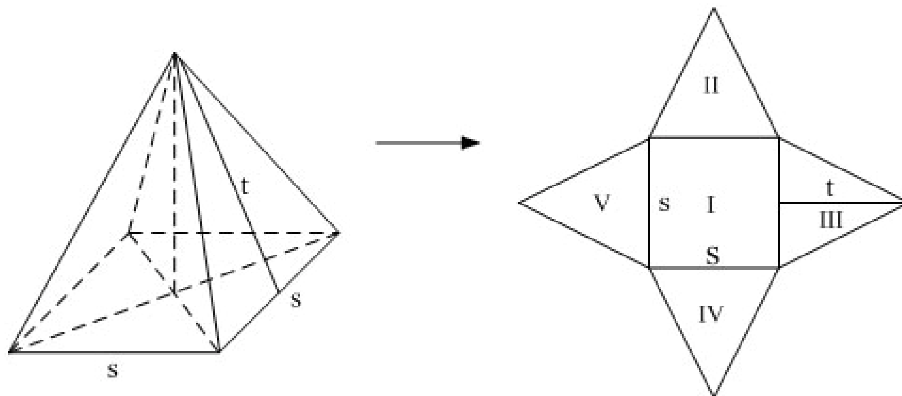
Tabung, tinggi = 18 cm, dan jari-jari 7 cm.

Sehingga, L = (2 x 3,14 x 7) x (7 + 14) = 923,16 cm^2.

Jadi, luas permukaan tabung tersebut adalah 923,16 cm^2.

(5) Luas Permukaan Limas

Untuk menunjukkan luas permukaan limas kita pilih satu contoh limas saja, misalnya limas segiempat beraturan.



Gambar 4.47

Gambar 4.47 memperlihatkan gambar suatu limas segiempat beraturan dengan panjang rusuk alasnya s dan tinggi bidang sisi tegaknya t. Apabila sisi-sisi pada limas tersebut direbahkan maka diperoleh jaring-jaring limas seperti tampak pada gambar (silahkan Anda cari jaring-jaring limas lainnya). Sehingga terlihat bahwa, limas segiempat beraturan terdiri

dari sebuah daerah persegi dengan panjang rusuknya s dan 4 buah daerah segitiga dengan panjang alasnya s dan tingginya t.

Perhatikan bahwa, $L_I = s^2$ dan $L_{II} = L_{III} = L_{IV} = L_V$, sehingga kita peroleh:

$L = L_1 + L_{II} + L_{III} + L_{IV} + L_V$

$= L_I + 4L_{II}$

$= s^2 + 4 \times (\frac{1}{2} s \times t)$

$= s^2 + 2st.$

Rumus luas permukaan limas di atas dapat berubah bila jenis limasnya berbeda.

Contoh 12:

Hitunglah luas permukaan limas segiempat beraturan yang panjang rusuk alasnya 9 cm dan tinggi bidang sisi tegaknya 6 cm.

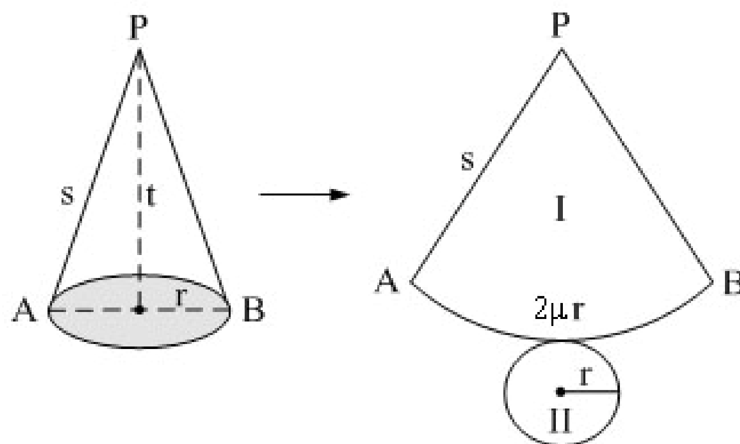
Penyelesaian:

Limas, alasnya persegi dengan panjang rusuk 9 cm, dan tinggi bidang sisi tegaknya 6 cm.

Sehingga, $L = 9^2 + (2 \times 9 \times 6) = 189 \text{ cm}^2$.

Jadi, luas permukaan limas tersebut adalah 189 cm^2.

(6) Luas Permukaan Kerucut



Gambar 4.48

Gambar 4.48 memperlihatkan gambar suatu kerucut dengan jari-jarinya r dan tingginya t. Apabila sisi-sisi pada kerucut tersebut direbahkan maka diperoleh jaring-jaring kerucut seperti tampak pada gambar. Sehingga terlihat bahwa, kerucut terdiri dari sebuah daerah lingkaran dengan jari-jarinya r dan sebuah daerah juring lingkaran dengan panjang busur juring tersebut sama dengan panjang keliling lingkaran alas kerucut, yaitu $2\mu r$.

Perhatikan bahwa, $L_1 = \mu r s$, $L_{II} = \mu r^2$, dan $s = \sqrt{t^2 + r^2}$ sehingga:

$$L = L_1 + L_2$$
$$= \mu r s + \mu r^2$$
$$= \mu r \sqrt{t^2 + r^2} + \mu r^2$$

Contoh 13:

Hitunglah luas permukaan kerucut dengan diameternya adalah 10 cm dan tingginya adalah 12 cm.

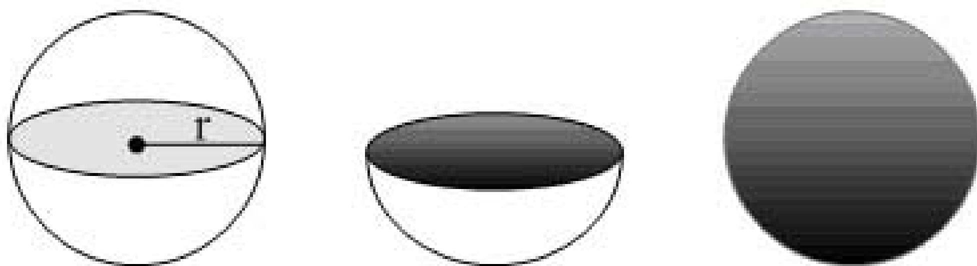
Penyelesaian:

Kerucut, jari-jari 5 cm, dan tinggi 12 cm.

Sehingga, $L = (3{,}14 \times 5\sqrt{12^2 + 5^2}) + (3{,}14 \times 5^2) = 282{,}6 \text{ cm}^2$.

Jadi, luas permukaan kerucut tersebut adalah $282{,}6 \text{ cm}^2$.

(7) Luas Permukaan Bola



Gambar 4.49

Gambar 4.42 memperlihatkan gambar suatu bola dengan jari-jarinya r dan tingginya t. Melalui percobaan, bagi bola tersebut menjadi dua bagian yang sama besar. Ukur luas daerah lingkaran dengan menggunakan benang yang padat. Kemudian ukur luas permukaan bola dengan melilitkan benang yang sama. Setelah dibandingkan, diperoleh bahwa benang yang dipakai untuk melilit bola empat kali lebih panjang dibandingkan dengan benang yang dipakai untuk mengukur luas daerah lingkaran.

L = 4 x Luas daerah lingkaran

$= 4 \mu r^2$.

Contoh 14:

Hitunglah luas permukaan bola dengan diameter 18 cm.

Penyelesaian:

Bola dan jari-jari 9 cm.

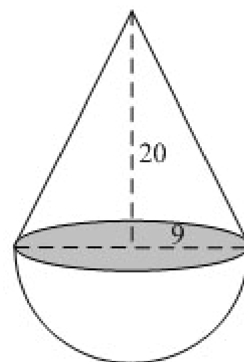
Sehingga, $L = 4 \times 3{,}14 \times 9^2 = 1017{,}36 \text{ cm}^2$.

Jadi, luas permukaan bola tersebut adalah $1017{,}36 \text{ cm}^2$.

Latihan

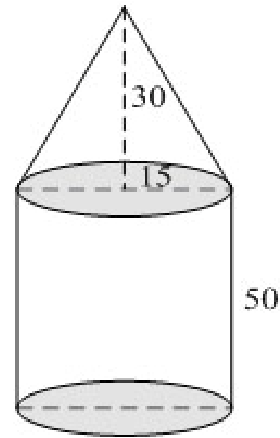
Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Perhatikan gambar di samping.
   Sebuah benda terdiri dari kerucut dan setengah bola, dengan tinggi kerucut 20 cm dan panjang jari-jari bola 9 cm. Hitunglah volume benda tersebut.



2. Suatu kawat yang panjangnya 1 km mempunyai penampang berupa lingkaran dengan diameter 4 mm. Jika 1 cm^2 kawat adalah 8 gram, berapakah berat kawat tersebut?
3. Perhatikan gambar di samping.

   Sebuah benda terdiri dari kerucut dan tabung, dengan tinggi kerucut 30 cm dan panjang jari-jari 15 cm dan tinggi tabung 50 cm. Hitunglah luas permukaan benda tersebut.



Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. Kerucut, t = 20 cm, dan r = 9 cm.

   Sehingga, V = $\frac{1}{3}$ x (3,14 x 9^2) x 20 =1695,6 cm^3.

   Setengah bola dan r = 9 cm.

   Sehingga, V = $\frac{1}{2}$ ($\frac{4}{3}$ x 3,14 x 9^3) = $\frac{1}{2}$ (3052,08) = 1526,04 cm^3.

   Sehingga, volume benda tersebut = 1695,6 + 1526,04 = 3221,64 cm^3.
2. Bayangkan kawat sebagai tabung kurus, sehingga dapat dianggap tinggi tabung tersebut adalah 1 km = 100 m = 100.000 cm, dan jari-jarinya 2 mm = 0,2 cm.

   Sehingga, Volume kawat tersebut adalah:

   $V = \pi r^2 t$

   $= 3,14 \times (0,2)^2 \times 100000$

   $= 12.560\ cm^3$

Karena tiap 1 cm^3 adalah 8 gram, maka berat kawat tersebut adalah:

12560 x 8 = 100.480 gram atau 100,48 kg.

Jadi, berat kawat tersebut adalah 100,48 kg.

3. Kerucut tanpa alas, tinggi = 30 cm, dan jari-jari =15 cm.

   Sehingga, L = 3,14 x 15 x $\sqrt{30^2 + 15^2}$ = 1579,78 cm^3.

   Tabung tanpa tutup, tinggi = 50 cm, dan jari-jari =15 cm.

   Sehingga, L = (2 x 3,14 x 15 x 30) x (3,14 x 15^2) = 3532,5 cm^3.

   Sehingga, luas permukaan benda tersebut = 1579,78+3532,5 = 5112,28 cm^3.

Rangkuman

1. Volume balok = p x l x t.
2. Volume kubus = s^3.
3. Volume prisma = L x t (L = luas alas).
4. Volume tabung = μr^2 x h.
5. Volume limas = $\frac{1}{3}s^2$ x t.
6. Volume kerucut = $\frac{1}{3}(\mu r^2)$ x t.
7. Volume bola = $\frac{4}{3}\mu r^3$.
8. Luas permukaan balok = 2(lt + pt + pl).
9. Luas permukaan kubus = $6s^2$.
10. Luas permukaan prisma segitiga beraturan = $\frac{1}{2}\sqrt{3}s^2$ t + 3st.
11. Luas permukaan tabung = $2\mu r(r + t)$.
12. Luas permukaan limas segitiga beraturan = s^2 + 2st.
13. Luas permukaan kerucut = $\mu r \sqrt{t^2 + r^2} + \mu r^2$.
14. Luas permukaan bola = $4\mu r^2$.

TES FORMATIF 3

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

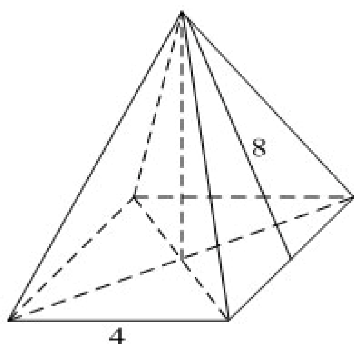
1. Jika suatu prisma mempunyai volume 5625 cm^3 dan luas alas 45 cm^2, maka tinggi prisma tersebut adalah ...

   A. 1,25 m.
   B. 2,25 m.
   C. 3,25 m.
   D. 4,25 m.

2. Sebuah kolam berbentuk balok dengan ukuran 8 m x 6 m x 4 m. Bila kolam tersebut berisi air 2,5 m, berapa liter air yang terdapat di kolam tersebut?

   A. 110.000 liter.
   B. 120.000 liter.
   C. 130.000 liter.
   D. 140.000 liter.

3. Perhatikan gambar berikut ini:



   Luas permukaan limas pada gambar di samping adalah ...

   A. 50 cm^2
   B. 60 cm^2
   C. 70 cm^2
   D. 80 cm^2

4. Suatu bola memiliki volume 14.130 cm^3. Tentukan luas permukaan bola tersebut.

   A. 2824 cm^2.
   B. 2825 cm^2.
   C. 2826 cm^2.
   D. 2827 cm^2.

5. Berapa luas karton yang diperlukan untuk membuat tabung tertutup, jika tinggi tabung tersebut 30 cm dan diameternya 25 cm?

   A. 3333,25 cm^2.
   B. 3334,25 cm^2.
   C. 3335,25 cm^2.
   D. 3336,25 cm^2.

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{5} \times 100\%$$

Makna dari tingkat penguasaan Anda adalah:

90% - 100% = Baik Sekali
80% - 89% = Baik
70% - 79% = Cukup
< 70% = Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

KUNCI JAWABAN TES FORMATIF

Tes Formatif 1

1. D. Titik G
2. B. Titik O terletak pada bidang TJK.
3. C. SY dengan WU.
4. C. Garis SU menembus bidang MQVR.
5. A. ABFE dengan DCHG.

Tes Formatif 2

1. A. 25 cm.
2. C. 11,52 cm.
3. B. 125,6 cm^2.
4. D. 62,44 m^2.
5. B. Rp 13.500.000,00

Tes Formatif 3

1. A. 1,25 m.
2. B. 120.000 liter.
3. D. 80 cm^2.
4. C. 2826 cm^2.
5. D. 3336,25 cm^2.

SATUAN PENGUKURAN DAN PERBANDINGAN

MODUL

5

Satuan Pengukuran dan Perbandingan

Pendahuluan

Modul ini adalah modul ke-5 dalam mata kuliah Matematika. Isi modul ini membahas tentang pengukuran dan perbandingan.

Modul ini terdiri dari 3 kegiatan belajar. Pada kegiatan belajar 1 akan dibahas mengenai satuan panjang, satuan luas, satuan volume. Pada kegiatan belajar 2 akan dibahas mengenai satuan kecepatan dan satuan debit. Terakhir, pada kegiatan belajar 3 akan dibahas mengenai perbandingan.

Setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat memahami konsep tentang satuan panjang, satuan luas, satuan volume, satuan berat, satuan, satuan waktu, satuan kecepatan, satuan debit,

Secara khusus setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat:

1. meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan panjang
2. meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan luas
3. meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan volume
4. meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan berat
5. meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan waktu
6. meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan kecepatan
7. meyelesaikan soal-soal perhitungan satuan debit
8. menyebutkan pengertian perbandingan
9. meyelesaikan soal-soal perhitungan perbandingan senilai
10. meyelesaikan soal-soal perhitungan skala
11. meyelesaikan soal-soal perhitungan perbandingan berbalik nilai

Petunjuk Belajar

1. Bacalah dengan cermat pendahuluan modul ini sehingga Anda memahami tujuan dan bagaimana mempelajari modul ini.
2. Bacalah uraian materi dalam modul ini, tandailah kata-kata penting yang merupakan kunci. Pahami setiap konsep dalam uraian materi dengan mempelajari contoh-contohnya.
3. Jika mengalami kesulitan dalam mempelajari modul ini, diskusikanlah dengan teman-teman Anda atau dengan tutor.
4. Pelajari sumber-sumber lain yang relevan untuk memperluas wawasan.

5. Kerjakan soal-soal latihan dalam modul ini tanpa melihat petunjuk jawaban latihan terlebih dahulu. Apabila mengalami kesulitan, barulah Anda melihat petunjuk jawaban latihan.
6. Kerjakan soal-soal tes formatif dan periksa tingkat kemampuan Anda dengan mencocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban tes formatif. Ulangilah pengerjaan tes formatif ini sampai Anda benar-benar dapat mengerjakan semua soal-soal tes formatif ini dengan benar.

Selamat Belajar, Semoga Sukses!

Satuan Panjang, Satuan Luas dan Satuan Volume

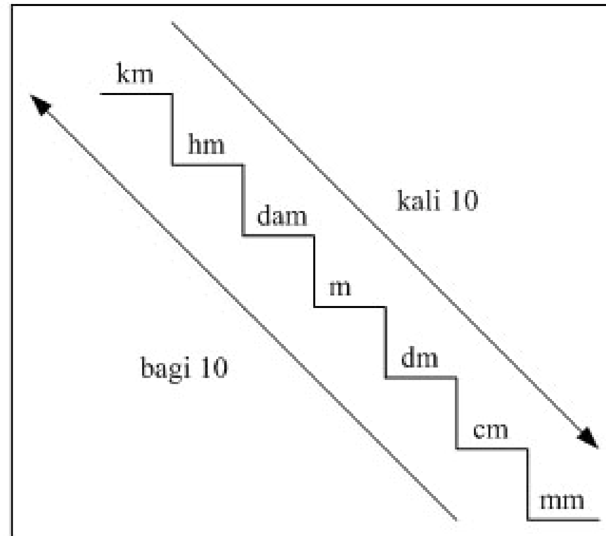
A. Satuan Panjang

Kebanyakan negara di dunia menggunakan sistem metrik. Dalam satuan ini, satuan dasar panjang adalah meter. Pada suatu meteran kayu, 1 meter dibagi menjadi 100 sentimeter. Pada penggaris, Anda dapat melihat bahwa 1 sentimeter dibagi menjadi 10 milliliter. Ukuran panjang yang lebih besar adalah kilometer, 1 kilometer sama dengan 1000 meter.

Meter mula-mula ditetapkan di Perancis dalam tahun 1790, tidak lama setelah revolusi Perancis. Panjangnya sama dengan seperempat puluh juta meridian bumi. Di kebanyakan negara disimpan batang logam yang panjangnya tepat satu meter. Batang logam itu disebut meter baku. Di Indonesia meter baku disimpan di Jawatan Metrologi di Bandung. Sekarang meter diukur dengan panjang gelombang dari garis merah jingga dari spektrum gas krypton 86 (1 meter = 1.650.763,73 kali panjang gelombang itu).

Satuan m biasa digunakan untuk menentukan panjang kain, lebar lapangan sepakbola, tinggi menara mesjid, dan lain-lain. Selain satuan meter, untuk menentukan jarak antara dua titik pada gambar, lebar buku, panjang keramik, dan lain-lain biasa digunakan satuan sentimeter. Sedangkan untuk menyatakan jarak yang cukup jauh, misalnya jarak antara dua kota, profinsi, pulau, dan lain lain biasa digunakan satuan kilometer.

Selengkapnya, satuan panjang dapat dinyatakan dalam kilometer (km), hektometer (hm), dekameter (dam), meter (m), desimeter (dm), dan millimeter (mm). Untuk memudahkan, hubungan antar satuan panjang tersebut dinyatakan dengan gambar tangga satuan panjang sebagai berikut:



Gambar 5.1

Tangga satuan panjang di atas artinya, setiap turun tangga satu tingkat dikali 10, sedangkan setiap naik tangga satu tingkat dibagi 10. Dengan demikian diperoleh hubungan sebagai berikut:

(1) 1 km = 100 dam = 10.000 cm.

(2) 1 hm = 100 m = 10.000 cm.

(3) 1 mm = 0,01 dm = 0,0001 dam.

(4) 1 cm = 0,01 m = 0,00001 km.

Agar Anda dapat memahami hubungan antar satuan panjang, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 1:

Isilah titik-titik berikut ini dengan bilangan yang tepat!

a. 5 km = ... dam.

b. 230 cm = ... m.

c. 0,4 km + 7,5 hm = ... dm.

d. 85 dm – 15 mm = ... m.

Penyelesaian:

a. 5 km = 500 dam.

b. 230 cm = 2,3 m.
c. 0,4 km + 7,5 hm = 4000 + 7500 dm = 11.500 dm.
d. 85 dm – 15 mm = 8,5 m – 0,015 m = 8,485 m.

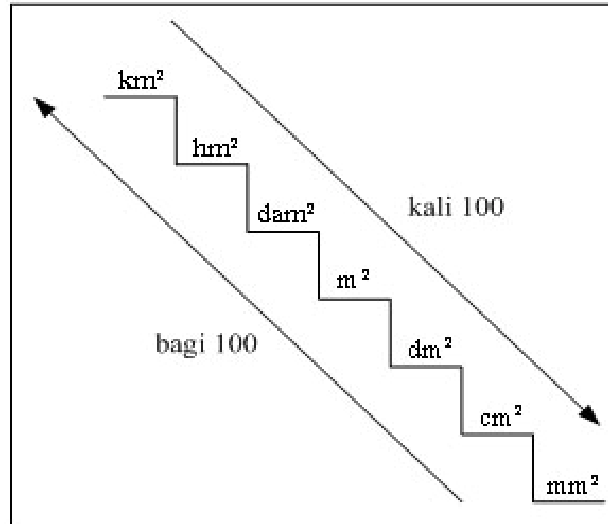
Contoh 2:
Suatu mesjid dikelilingi oleh pagar. Panjang pagar depan 25 m, panjang pagar belakang 30 m, panjang pagar samping kiri dan kanan masing-masing 35 m. Berapa hm panjang seluruh pagar mesjid tersebut?

Penyelesaian:
Panjang pagar depan = 0,25 hm.
Panjang pagar samping kiri dan kanan masing-masing = 0,35 hm.
Panjang pagar belakang = 0,3 hm.
Panjang seluruh pagar mesjid = 0,25 hm + 2(0,35 hm) + 0,3 hm
= 0,25 hm + 0,7 hm + 0,3 hm
= 1,25 hm.
Jadi, panjang seluruh pagar mesjid adalah 1,25 hm.

B. SATUAN LUAS

Pada umumnya satuan luas yang biasa digunakan adalah m^2 dan km^2. Satuan m^2 biasa digunakan untuk menentukan luas ruangan, luas bangunan, luas tanah, dan lain-lain. Sedangkan satuan km^2 biasa digunakan untuk menentukan luas kota, luas profinsi, luas pulau, dan lain sebagainya.

Selengkapnya, satuan luas dapat dinyatakan dalam kilometer persegi (km^2), hektometer persegi (hm^2), dekameter persegi (dam^2), meter persegi (m^2), desimeter persegi (dm^2), dan millimeter persegi (mm^2). Untuk memudahkan, hubungan antar satuan luas tersebut dinyatakan dengan gambar tangga satuan luas sebagai berikut:



Gambar 5.2

Tangga satuan luas di atas artinya, setiap turun tangga satu tingkat dikali 100, sedangkan setiap naik tangga satu tingkat dibagi 100. Dengan demikian diperoleh hubungan sebagai berikut:

(1) 1 km^2 = 100 hm^2 = 10.000 dam^2.

(2) 1 m^2 = 100 dm^2 = 10.000 cm^2.

(3) 1 mm^2 = 0,01 cm^2 = 0,0001dm^2.

(4) 1 m^2 = 0,01 dam^2 = 0,0001 hm^2.

Agar Anda dapat memahami hubungan antar satuan luas, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 3:

Isilah titik-titik berikut ini dengan bilangan yang tepat!

a. 360 m^2 = ... hm^2.

b. 1,2 dam^2 = ... dm^2.

c. 0,6 km^2 + 2 hm^2 = ... dam^2.

d. 0,5 dm^2 – 45 cm^2 = ... mm^2.

Penyelesaian:

a. 360 m^2 = 0,036 hm^2.

b. 1,2 dam^2 = 12.000 dm^2.

c. 0,6 km^2 + 2 hm^2 = 6000 dam^2 + 200 dam^2 = 6200 dam^2.

d. 0,5 dm^2 – 45 cm^2 = 5.000 mm^2 – 4.500 cm^2 = 9500 mm^2.

Contoh 4:

Pak Maman akan membangun sebuah mushola berbentuk persegipanjang di rumahnya dengan panjang 5 m dan lebar 4 m. Berapa dm^2 luas mushola tersebut?

Penyelesaian:

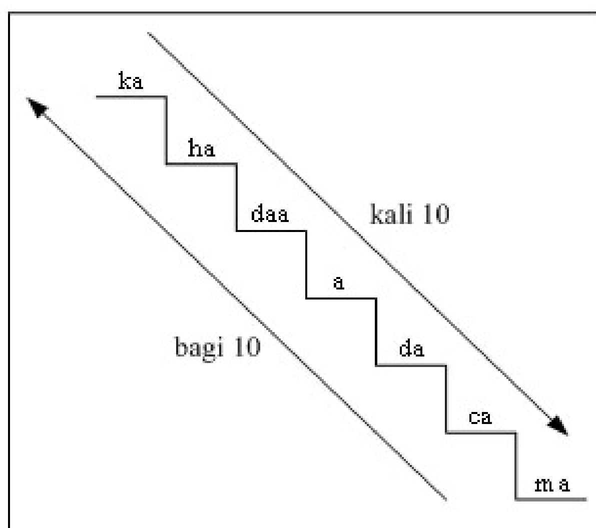
Luas = 5 m x 4 m

= 20 m^2

= 2000 dm^2.

Jadi, luas mushola tersebut adalah 2000 dm^2.

Selain satuan-satuan luas di atas, dikenal pula satuan-satuan luas yang lain, yaitu kiloare (ka), hektoare (ha), dekaare (daa), are (a), desiare (da), sentiare (ca), dan milliare (ma). Untuk memudahkan, hubungan antar satuan luas tersebut dinyatakan dengan gambar tangga satuan luas sebagai berikut:



Gambar 5.3

Tangga satuan luas di atas artinya, setiap turun tangga satu tingkat dikali 10, sedangkan setiap naik tangga satu tingkat dibagi 10. Dengan demikian diperoleh hubungan sebagai berikut:

(1) 1 ka = 10 ha = 100 daa.

(2) 1 a = 10 da = 100 ca.

(3) 1 ma = 0,1 ca = 0,001 da.

(4) 1 da = 0,1 a = 0,01 daa.

Satuan are biasa digunakan untuk mengukur luas tanah, kebun, atau sawah. Satuan are mempunyai hubungan dengan satuan m^2. Hubungan tersebut adalah:

(1) 1 ha = 1 hm^2.

(2) 1 a = 1 dam^2.

(3) 1 ca = 1 m^2.

Agar Anda dapat memahami hubungan antar satuan luas tersebut, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 5:

Isilah titik-titik berikut ini dengan bilangan yang tepat!

a. 64 km^2 = ... ha.

b. 45 da = ... dam^2.

c. 2 da + 35 ma = ... m^2.

d. 18 hm^2 – 3 ha = ... dam^2.

Penyelesaian:

a. 64 km^2 = 6400 hm^2 = 6400 ha.

b. 45 da = 450 ca = 450 m^2 = 45 dam^2.

c. 2 da + 35 ma = 20 ca + 3,5 ca = 23,5 ca = 23,5 m^2.

d. 18 hm^2 – 3 ha = 18 hm^2 – 3 hm^2 = 15 hm^2 = 1500 dam^2.

Contoh 6:

Pak Amri memiliki sebidang tanah berbentuk persegipanjang dengan panjang 175 m dan lebar 150 m. Berapa ha luas tanah Pak Amri?

Penyelesaian:

Luas = 175 m x 150 m

= 26.250 m^2

= 2,625 hm^2

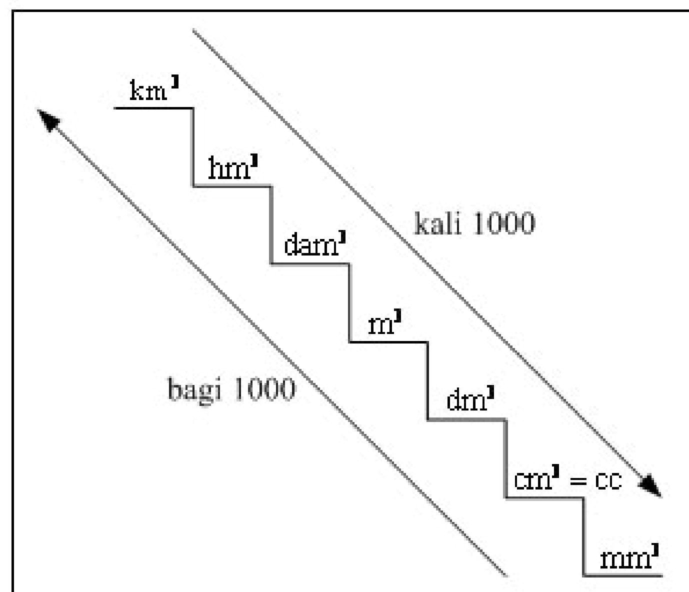
= 2,625 ha.

Jadi, luas tanah Pak Amri adalah 2,625 ha.

C. SATUAN VOLUME

Satuan volume yang sering digunakan adalah m^3. Satuan m^3 biasa digunakan untuk menentukan volume air pada bak mandi, volume balok kayu, volume pasir bangunan, dan lain-lain.

Selengkapnya, satuan volume dapat dinyatakan dalam kilometer kubik (km^3), hektometer kubik (hm^3), dekameter kubik (dam^3), meter kubik (m^3), desimeter kubik (dm^3), dan millimeter kubik (mm^3). Untuk memudahkan, hubungan antar satuan volume tersebut dinyatakan dengan gambar tangga satuan volume sebagai berikut:



Gambar 5.4

Tangga satuan volume di atas artinya, setiap turun tangga satu tingkat dikali 1000, sedangkan setiap naik tangga satu tingkat dibagi 1000. Dengan demikian diperoleh hubungan sebagai berikut:

(1) 1 km^3 = 1000 hm^3 = 1.000.000 dam^3.

(2) $1\ m^3 = 1000\ dm^3 = 1.000.000\ cm^3$.

(3) $1000\ mm^3 = 1\ cm^3 = 0{,}001\ dm^3$.

(4) $1000\ m^3 = 1\ dam^3 = 0{,}001\ hm^3$.

Agar Anda dapat memahami hubungan antar satuan volume, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 7:

Isilah titik-titik berikut ini dengan bilangan yang tepat!

a. $8{,}5\ km^3 = ...\ hm^3$.

b. $3500\ cm^3 = ...\ dm^3$.

c. $3{,}4\ dam^3 + 196\ m^3 = ...\ m^3$.

d. $0{,}56\ cm^3 – 145\ mm^3 = ...\ mm^3$.

Penyelesaian:

a. $8{,}5\ km^3 = 8500\ hm^3$.

b. $3500\ cm^3 = 3{,}5\ dm^3$.

c. $3{,}4\ dam^3 + 196\ m^3 = 3400\ m^3 + 196\ m^3 = 3596\ m^3$.

d. $0{,}56\ cm^3 – 145\ mm^3 =560\ mm^3 – 145\ mm^3 = 415\ m^3$.

Contoh 8:

Suatu kolam ikan berbentuk balok memiliki panjang 8 m, lebar 7 m, dan dalam 3 m. Kolam ikan tersebut hanya diisi air $\frac{2}{3}$ nya. Berapa dam^3 volume air dalam kolam ikan tersebut?

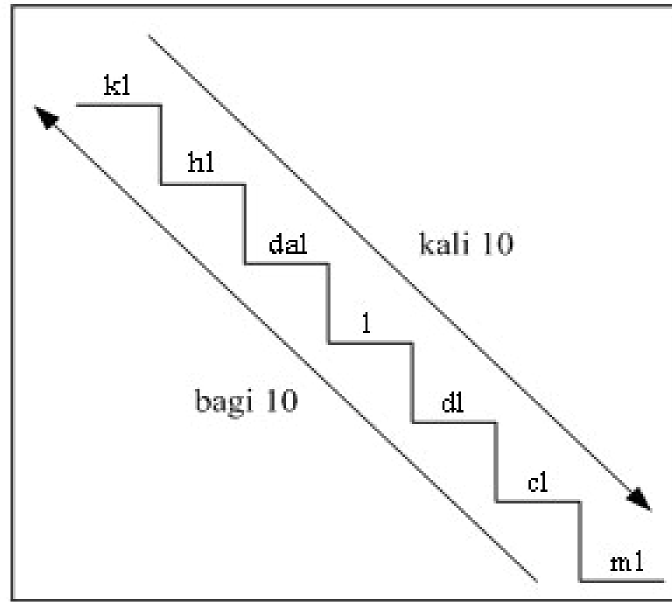
Penyelesaian:

Volume kolam = $8\ m \times 7\ m \times 3\ m = 168\ m^3$.

Volume air kolam = $\frac{2}{3}(168\ m^3) = 112\ m^3 = 0{,}112\ dam^3$.

Jadi, volume air dalam kolam ikan tersebut adalah $0{,}112\ dam^3$.

Selain satuan-satuan volume di atas, dikenal pula satuan-satuan volume yang lain, yaitu kiloliter (kl), hektoliter (hk), dekaliter (dal), liter (l), desiliter (dl), sentiliter (cl), dan milliliter (ml). Untuk memudahkan, hubungan antar satuan volume tersebut dinyatakan dengan gambar tangga satuan volume sebagai berikut:



Gambar 5.5

Tangga satuan volume di atas artinya, setiap turun tangga satu tingkat dikali 10, sedangkan setiap naik tangga satu tingkat dibagi 10. Dengan demikian diperoleh hubungan sebagai berikut:

(1) 1 kl = 10 hl = 100 dal.

(2) 1 l = 10 dl = 100 cl.

(3) 100 ml = 10 cl = 1 dl.

(4) 100 l = 10 dal = 1 hl.

Satuan liter biasa digunakan untuk menentukan volume bensin, volume minyak goreng, volume obat, dan lain-lain. Satuan liter mempunyai hubungan dengan satuan m^3. Hubungan tersebut adalah:

(1) 1 kl = 1 m^3.

(2) 1 l = 1 dm^3.

(3) 1 ml = 1 cm^3.

Agar Anda dapat memahami hubungan antar satuan volume tersebut, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 9:

Isilah titik-titik berikut ini dengan bilangan yang tepat!

a. 725 dal = ... m^3.

b. 0,89 dam^3 = ... hl.

c. 2,8 dm^3 + 215 ml = ... cm^3.

d. 4 m^3 + 325 dm^3 = ... l.

Penyelesaian:

a. 725 dal = 7,25 kl = 7,25 m^3.

b. 0,89 dam^3 = 890.000 dm^3 = 890.000 l = 8900 hl.

c. 2,8 dm^3 + 215 ml = 2800 cm^3 + 215 cm^3 = 3015 cm^3.

d. 4 m^3 + 325 dm^3 = 4 m^3 + 0,325 m^3 = 4,325 m^3 = 4,325 kl = 4325 l.

Contoh 10:

Pak Dodi memerlukan 5 galon air untuk acara buka puasa bersama. Di rumahnya masih ada $1\frac{1}{2}$ galon air. Volume air galon adalah 19 liter. Berapa cm^3 volume air galon yang dibutuhkan Pak Dodi?

Penyelesaian:

Air yang dibutuhkan = 5 - $1\frac{1}{2}$ = $3\frac{1}{2}$ galon.

Volume air galon yang dibutuhkan = $3\frac{1}{2}$ x 19 liter

= 66,5 liter

= 66,5 dm^3

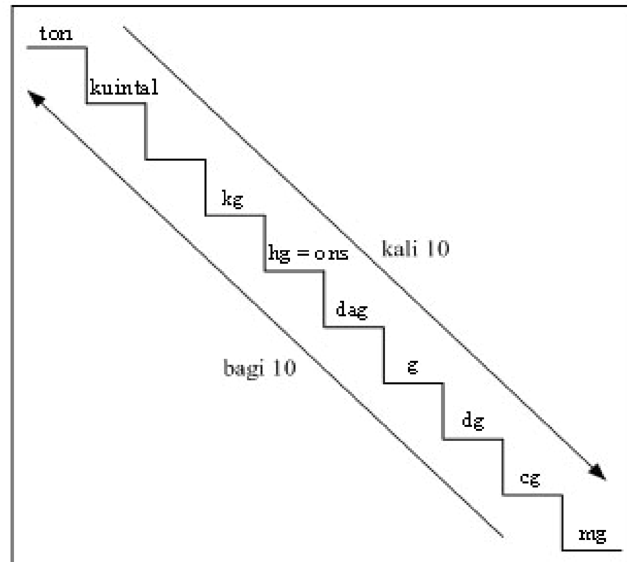
= 66.500 cm^3

Jadi, volume air galon yang dibutuhkan Pak Dodi adalah 66.500 cm^3.

D. SATUAN BERAT

Pada umumnya, dalam kehidupan sehari-hari satuan berat yang sering digunakan adalah ton, kuintal, kilogram, ons, dan gram. Misalnya 1 ton gabah, 1 kuintal beras, 2 kilogram tepung terigu, 5 ons gula pasir, 10 gram garam, dan lain-lain.

Selengkapnya, satuan berat dapat dinyatakan dalam ton, kuintal, kilogram (kg), hektogram (hg) atau ons, dekagram (dag), gram (g), desigram (dg), sentigram (cg), dan milligram (mg). Untuk memudahkan, hubungan antar satuan berat tersebut dinyatakan dengan gambar tangga satuan berat sebagai berikut:



Gambar 5.6

Tangga satuan berat di atas artinya, setiap turun tangga satu tingkat dikali 10, sedangkan setiap naik tangga satu tingkat dibagi 10. Dengan demikian diperoleh hubungan sebagai berikut:

(1) 1 ton = 10 kuintal = 1000 kg.

(2) 1 kg = 10 ons = 1000 g.

(3) 1000 mg = 100 cg = 1 g.

(4) 100 ons = 10 kg = 0,1 kuintal.

Agar Anda dapat memahami hubungan antar satuan berat, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 11:

Isilah titik-titik berikut ini dengan bilangan yang tepat!

a. 1,7 kuintal = ... ons.

b. 240 g = ... kg.

c. 1500 mg + 50 g = ... dag.
d. 0,08 ton – 6,5 kg = ... ons.

Penyelesaian:

a. 1,7 kuintal = 1700 ons.
b. 240 g = 0,24 kg.
c. 1500 mg + 50 g = 0,15 dag + 5 dag = 5,15 dag.
d. 0,08 ton – 6,5 kg = 800 ons – 65 ons = 735 ons.

Contoh 12:

Sebuah kotak berisi 16 kaleng cat. Setiap kaleng berisi 225 g cat dan berat kalengnya 15 g. Apabila berat kotak adalah 50 g, berapa kg berat kotak beserta isinya?

Penyelesaian:

Berat 16 kaleng cat beserta isinya = 16(berat kaleng + berat cat)
= 16(15 g + 225 g)
= 16(240 g)
= 3840 g.

Berat kotak beserta isinya = berat kotak + berat 16 kaleng cat beserta isinya
= 50 g + 3840 g
= 3890 g
= 3,89 kg.

Jadi, berat kotak beserta isinya adalah 3,89 kg.

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Isilah titik-titik berikut ini dengan bilangan yang tepat!
   a. 0,450 hm = ... m = ... cm.
   b. 9600 dm^2 = ... a = ... da.
   c. 7,8 dal = ... dm^3 = ... cm^3.

d. 13 kuintal = ... kg = ... ons.

2. Andi akan membuat model rangka balok berukuran 80 cm x 45 cm x 60 cm. Berapa m besi yang diperlukan untuk membuat model rangka balok tersebut?
3. Pak Herman memiliki dua bidang tanah yang masing-masing berbentuk persegipanjang. Tanah yang pertama berukuran 150 m x 200 m dan tanah yang kedua berukuran 350 m x 250 m. Berapa hektar luas tanah Pak Herman seluruhnya?
4. Sebuah marmer berbentuk persegipanjang mempunyai ukuran 40 cm x 80 cm dan tebalnya 2,5 cm. Berapa dm^3 volume kotak yang dapat memuat 50 buah marmer tersebut?
5. Sebuah pesawat memiliki 16 kursi kelas utama dan 28 kursi kelas ekonomi. Setiap penumpang kelas utama boleh membawa barang seberat 44 kg sedangkan setiap penumpang kelas ekonomi boleh membawa barang seberat 30 kg. Berat rata-rata penumpang adalah 65 kg. Apabila semua kursi terisi, berapa ton berat seluruh penumpang dan barang dalam pesawat tersebut?

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. a. 0,450 hm = 45 m = 4500 cm.
   b. 9600 dm^2 = 0,96 dam^2 = 0,96 a = 9,6 da.
   c. 7,8 dal = 78 l = 78 dm^3 = 78.000 cm^3.
   d. 13 kuintal = 1300 kg = 13.000 ons.
2. Panjang besi = 4 panjang + 4 lebar + 4 tinggi
   = 4(80 cm) + 4(45 cm) + 4(60 cm)
   = 320 cm + 180 cm + 240 cm
   = 740 cm
   = 7,4 m

   Jadi, besi yang diperlukan untuk membuat model rangka balok tersebut adalah 7,4 m.
3. Luas tanah pertama = 150 m x 200 m = 30.000 m^2.
   Luas tanah kedua = 350 m x 250 m =87.500 m^2.
   Luas keseluruhan = 30.000 m^2 + 87.500 m^2
   = 117.500 m^2
   = 11,75 hm^2
   = 11,75 ha.

Jadi, luas tanah Pak Herman seluruhnya adalah 11,75 ha.

4. Volume sebuah marmer = 40 cm x 85 cm x 2,5 cm

   = 8500 cm^3

   = 8,5 dm^3.

   Volume 50 buah marmer = 50 x 8,5 dm^3

   = 425 dm^3.

   Jadi, volume kotak yang dapat memuat 50 buah marmer tersebut adalah 425 dm^3.

5. Berat penumpang dan barang pada kelas utama:

   16(65 kg + 44 kg) = 16(109 kg)

   = 1744 kg.

   Berat penumpang dan barang pada kelas ekonomi:

   28(65 + 30 kg) = 28(95 kg)

   = 2660 kg.

   Berat seluruh penumpang dan barang dalam pesawat:

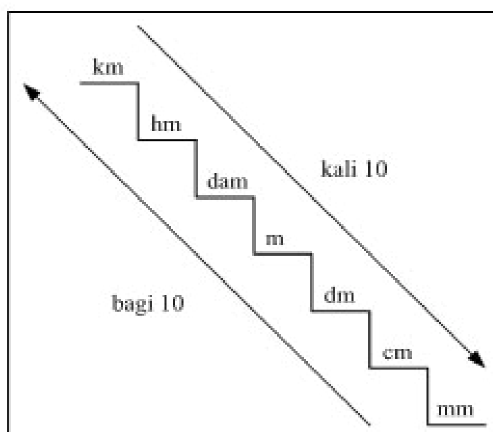
   1744 kg + 2660 kg = 4404 kg

   = 4,404 ton.

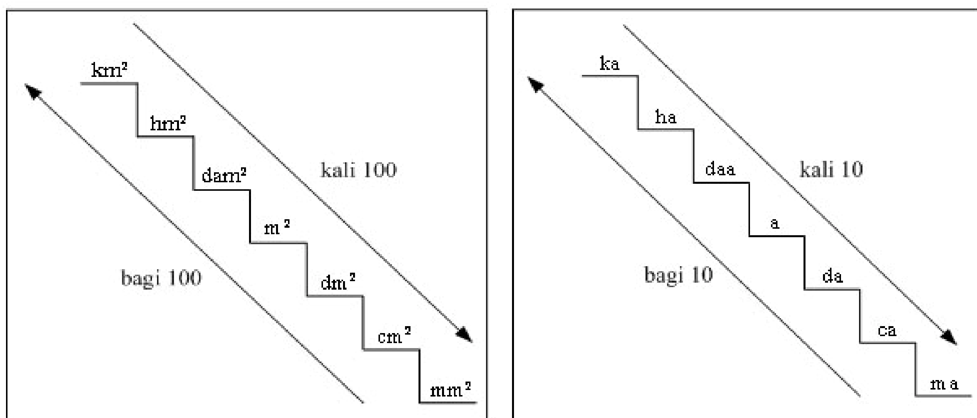
   Jadi, berat seluruh penumpang dan barang dalam pesawat tersebut adalah 4,404 ton.

RANGKUMAN

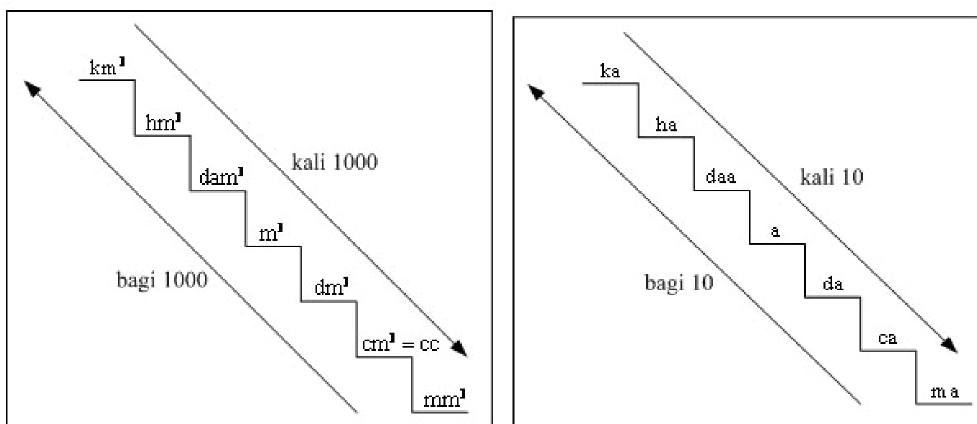
1. Hubungan antar satuan panjang dapat dinyatakan dengan gambar tangga satuan panjang sebagai berikut:
2.



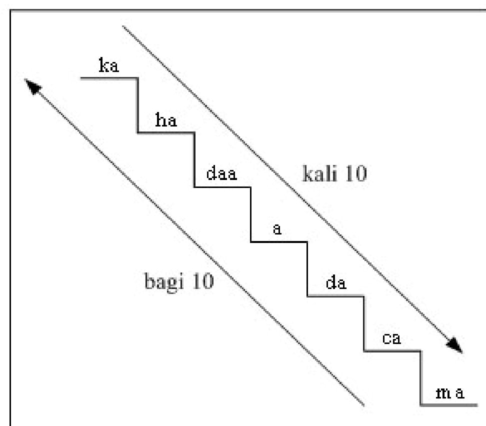
3. Hubungan antar satuan luas dapat dinyatakan dengan gambar tangga satuan luas sebagai berikut:



4. Hubungan antar satuan volume dapat dinyatakan dengan gambar tangga satuan volume sebagai berikut:



5. Hubungan antar satuan berat dapat dinyatakan dengan gambar tangga satuan berat sebagai berikut:



TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. 6 m + 0,9 dm + 0,03 cm = ... cm.

   A. 9,0903 cm.
   B. 60,903 cm.
   C. 609,03 cm.
   D. 6090,3 cm.

2. 24000 dam^2 – 85 ha = ... ka.

   A. 15,5 ka.
   B. 1,55 ka.
   C. 0,155 ka.
   D. 0,0155 ka.

3. 2,7 dm^3 – 30 cm^3 + 814 ml = ... cl.

   A. 3,484 cl.
   B. 34,84 cl.
   C. 348,4 cl.
   D. 3484 cl.

4. 15 kuintal + 1350 ons = ... kg.

   A. 1,635 kg.
   B. 16,35 kg.
   C. 163,5 kg.
   D. 1635 kg.

5. Shifa mempunyai pita sepanjang 5,5 m, kemudian diminta adik sepanjang 35 dm, dan oleh kakak diberi 450 cm. Berapa meter panjang pita Shifa sekarang?

   A. 7,5 m
   B. 6,5 m
   C. 5,5 m.
   D. 4,5 m.

6. Sebuah taman berbentuk persegipanjang mempunyai ukuran panjang 65 m dan lebar 40 m. Di tengah taman dibuat kolam air mancur berbentuk persegi dengan ukuran 5 m x 5 m. Sisanya ditanami berbagai tanaman hias. Berapa dam^2 luas taman yang ditanami berbagai tanaman hias?

   A. 2575 dam^2.
   B. 257,5 dam^2
   C. 25,75 dam^2.
   D. 2,575 dam^2.

7. Sebuah tangki minyak goreng berbentuk balok panjangnya 80 cm, lebarnya 60 cm, dan tingginya 70 cm. Apabila diisi $\frac{1}{3}$ nya, berapa literkah minyak goreng yang dapat dimuat oleh tangki tersebut?

   A. 1220 liter.
   B. 112 liter.
   C. 11,2 liter.
   D. 1,12 liter.

8. Kantin sekolah menjual 250 kantong kacang setiap bulannya. Setiap kantong beratnya 50 g. Berapa ons kacang yang terjual dalam 3 bulan?

   A. 375 ons.
   B. 37,5 ons.
   C. 3,75 ons.
   D. 0,375 ons.

9. Pak Farhan mempunyai sebidang sawah berbentuk persegi panjang dengan ukuran 60 m x 75 m. Untuk keperluan modal usaha, Pak Farhan menjual $\frac{1}{4}$ bagiannya. Berapa ha luas sawah Pak Farhan sekarang?

   A. 0,03375 ha.
   B. 0,3375 ha.
   C. 3,375 ha.
   D. 33,75 ha.

10. Suatu wadah kosong dapat menampung air 3 dm^3. Apabila satu gelas berisi 250 ml air, berapa gelas yang dibutuhkan untuk mengisi wadah kosong tersebut?

   A. 12 gelas.
   B. 13 gelas.
   C. 14 gelas.
   D. 15 gelas.

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{5} \times 100\%$$

Makna dari tingkat penguasaan Anda adalah:

90% - 100% = Baik Sekali
80% - 89% = Baik
70% - 79% = Cukup
< 70% = Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

Satuan Kecepatan dan Satuan Debit

A. Satuan Waktu

Satuan waktu digunakan untuk menentukan berapa lama waktu yang diperlukan seseorang dalam menempuh suatu jarak tertentu. Satuan-satuan waktu yang biasa digunakan adalah jam, menit, dan detik.

Waktu dalam satu hari biasanya dilakukan dari pukul 00.00 sampai 24.00. Waktu diukur mulai tengah malam. Tengah malam ditulis pukul 00.00, sebagai permulaan hari. Tengah hari ditulis pukul 12.00. Sedangkan sebagai akhir hari ditulis pukul 24.00. Misalnya pukul setengah delapan pagi ditulis 07.30. Dua angka pertama menunjukkan jam dan dua angka terakhir menunjukkan menit.

Hubungan antar satuan waktu selengkapnya dapat dinyatakan sebagai berikut:

(1) 1 hari = 24 jam.

(2) 1 jam = 60 menit.

(3) 1 menit = 60 detik.

(4) 1 jam = 3600 detik.

Agar Anda dapat memahami hubungan antar satuan waktu, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 1:

Isilah titik-titik berikut ini dengan bilangan yang tepat!

a. 4 jam = ... menit.

b. 8 menit = ... detik.

c. 45 menit = ... jam.

d. 30 detik = ... menit.

Penyelesaian:

a. 4 jam = 240 menit.

b. 8 menit = 480 detik.

c. 45 menit = $\frac{45}{60}$ jam = $\frac{3}{4}$ jam.

d. 30 detik = $\frac{30}{60}$ menit = $\frac{1}{2}$ menit.

Contoh 2:

Isilah titik-titik berikut ini dengan bilangan yang tepat!

a. 5 jam + 30 menit = ... menit.

b. $2\frac{1}{2}$ jam - 45 menit = ... menit.

c. 3 jam + 120 menit = ... jam.

d. $4\frac{1}{3}$ jam - 75 menit = ... jam.

Penyelesaian:

a. 5 jam + 30 menit = 300 menit + 30 menit = 330 menit.

b. $2\frac{1}{2}$ jam - 45 menit = 150 menit - 45 menit = 105 menit.

c. 3 jam + 120 menit = 3 jam + $\frac{120}{60}$ jam = 3 jam + 2 jam = 5 jam.

d. $4\frac{1}{3}$ jam - 90 menit = $4\frac{1}{3}$ jam - $\frac{90}{60}$ jam = $4\frac{1}{3}$ jam - $1\frac{1}{2}$ jam = $2\frac{5}{6}$ jam.

Contoh 3:

Jelaskan artinya!

a. 05.45.
b. 13.30.
c. 17.15.
d. 21.50.

Penyelesaian:

a. 05.45, artinya 5 jam 45 menit setelah tengah malam atau pukul 5 lebih 45 menit pagi.
b. 13.30, artinya 13 jam 30 menit setelah tengah malam atau pukul 1 lebih 30 menit siang.
c. 17.15, artinya 17 jam 15 menit setelah tengah malam atau pukul 5 lebih 15 menir sore.
d. 21.50, artinya 21 jam 50 menit setelah tengah malam atau pukul 9 lebih 50 menit malam.

Contoh 4:

Sebuah mobil berangkat dari kota Bandung pukul 05.45 dan tiba di kota Yogyakarta pukul 14.30. Berapa lama perjalanan dari kota Bandung menuju kota Yogyakarta?

Penyelesaian:

Mobil berangkat dari kota Bandung pukul 05.45 dan tiba di kota Yogyakarta pukul 14.30. Maka lama perjalanan adalah selisih dari 05.45 dan 14.30, yang dapat dihitung sebagai berikut:

05.45 sampai 06.00 lamanya 15 menit.

06.00 sampai 14.30 lamanya 8 jam 30 menit

Sehingga, jumlah waktu adalah 8 jam 45 menit.

Jadi, lama perjalanan dari kota Bandung menuju kota Yogyakarta adalah 8 jam 45 menit.

B. Satuan Kecepatan

Sesuatu yang bergerak pasti mempunyai kecepatan, seperti mobil yang melaju, angin yang bertiup, anak yang berenang, dan lain sebagainya. Kecepatan merupakan jarak yang ditempuh dibagi dengan waktu yang diperlukan untuk menempuh jarak tersebut.

Apabila kecepatan itu tetap, maka jarak yang ditempuh sebanding dengan waktu yang diperlukan untuk menempuh jarak tersebut. Dalam banyak perjalanan, kecepatan tidaklah tetap. Misalkan, seorang pengendara mobil yang berjalan dari kota Bandung menuju kota Jakarta, karena keadaan jalan di beberapa tempat berbeda, maka kecepatan berubah-ubah. Sehingga, yang dimaksud kecepatan di sini adalah kecepatan rata-rata.

Apabila kecepatan rata-rata, jarak yang ditempuh, dan waktu tempuh masing-masing kita sebut v, s, dan t, maka hubungan antara v, s, dan t dapat dinyatakan dengan rumus:

$$v = \frac{s}{t} \text{ atau } s = v \text{ x } t \text{ atau } t = \frac{s}{v}$$

Satuan dari kecepatan adalah satuan jarak (panjang) yang ditempuh dibagi dengan satuan waktu yang diperlukan untuk menempuh jarak tersebut. Satuan jarak dan satuan waktu yang biasa digunakan adalah m dan detik, sehingga satuan kecepatan menjadi:

$$\text{satuan kecepatan} = \frac{\text{satuan jarak}}{\text{satuan waktu}} = \frac{\text{m}}{\text{detik}}$$

Satuan jarak dan satuan waktu lainnya yang sering digunakan adalah km dan jam, sehingga satuan kecepatan menjadi:

$$\text{satuan kecepatan} = \frac{\text{satuan jarak}}{\text{satuan waktu}} = \frac{\text{km}}{\text{jam}}$$

Agar Anda dapat memahami mengenai satuan kecepatan, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 5:

Sebuah kereta api menempuh jarak 650 km dalam waktu 6 jam 30 menit. Berapakah kecepatan rata-rata kereta api tersebut?

Penyelesaian:

Jarak yang ditempuh (d) = 650 km.

Waktu tempuh (t) = 6 jam 30 menit = $6\frac{1}{2}$ jam.

Sehingga, kecepatan rata-rata (t):

$$t = \frac{650}{6\frac{1}{2}} = 100 \ .$$

Jadi, kecepatan rata-rata kereta api tersebut adalah 100 km/jam.

Contoh 6:

Sebuah bus berjalan dari kota X ke kota Y dengan kecepatan rata-rata 65 km/jam selama 2 jam 15 menit. Berapakah jarak dari kota X ke kota Y?

Penyelesaian:

Kecepatan rata-rata (v) = 65 km/jam.

Waktu tempuh (t) = 2 jam 15 menit = $2\frac{1}{4}$ jam.

Sehingga, jarak tempuh (d):

$$d = 65 \times 2\frac{1}{4} = 146{,}25.$$

Jadi, jarak dari kota X ke kota Y adalah 146,25 km.

Contoh 7:

Sebuah motor melaju dengan kecepatan rata-rata 50 km/jam. Jarak yang ditempuh adalah 125 km. Berapa lamakah waktu yang diperlukan untuk menempuh jarak tersebut?

Penyelesaian:

Kecepatan rata-rata (v) = 50 km/jam.

Jarak yang ditempuh (s) = 125 km.

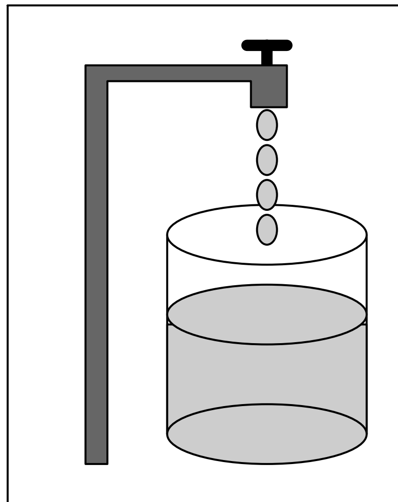
Sehingga, waktu tempuh (t):

$$t = \frac{125}{50} = 2\frac{1}{2}\ .$$

Jadi, waktu yang diperlukan untuk menempuh jarak tersebut adalah $2\frac{1}{2}$ jam.

C. Satuan Debit

Misalkan kita menampung air dari kran ke ember. Banyaknya air yang keluar dari kran tersebut adalah 15 liter dalam satu menit. Kalimat tersebut seringkali dinyatakan dengan kalimat "debit air yang keluar dari kran adalah 15 liter/menit".



Gambar 5.7

Debit merupakan perbandingan antara volume zat cair dengan waktu. Umumnya digunakan untuk mengukur volume zat cair yang keluar selama waktu tertentu.

$$\boxed{\text{debit} = \frac{\text{volume}}{\text{waktu}}}$$

Satuan dari debit adalah satuan volume dibagi dengan satuan waktu. Satuan volume dan satuan waktu yang biasa digunakan adalah liter dan menit, sehingga satuan debit menjadi:

$$\text{satuan debit} = \frac{\text{satuan volume}}{\text{satuan waktu}} = \frac{\text{liter}}{\text{menit}}$$

Selain satuan-satuan debit di atas, dikenal pula satuan-satuan debit yang lain, yaitu: liter/jam, m^3/jam, cm^3/jam, m^3/ menit, cm^3/detik, dan lain-lain.

Agar Anda dapat memahami mengenai satuan debit, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 8:

Sebuah bak mandi berbentuk balok dengan panjang 100 cm, lebar 80 cm, dan tinggi 60 cm. Bak mandi tersebut semula kosong, kemudian diisi air dari kran selama 10 menit sehingga terisi air sebanyak $\frac{2}{3}$ bak mandi. Berapa liter/menit debit air yang keluar?

Penyelesaian:

Volume bak mandi = 100 cm x 80 cm x 60 cm

= 480.000 cm^3

= 480 dm^3

= 480 liter.

$\frac{2}{3}$ volume bak mandi = $\frac{2}{3}$ x 480 liter = 320 liter.

Waktu = 10 menit.

Diperoleh,

Debit = $\frac{320}{10} = 32$.

Jadi, debit air yang keluar 32 liter/menit.

Contoh 9:

Untuk mengisi sebuah kolam ikan sampai penuh diperlukan waktu $2\frac{1}{2}$ jam. Jika debit air yang keluar dari kran 350 liter/menit. Berapakah m^3 air yang dapat ditampung oleh kolam ikan tersebut?

Penyelesaian:

Waktu = $2\frac{1}{2}$ jam = 150 menit.

Debit air = 350 liter/menit.

Diperoleh,

Volume = 350 x 150 = 52.500 liter = 52.500 dm^3 = 52,5 m^3.

Jadi, air yang dapat ditampung kolam ikan tersebut adalah 52,5 m^3.

Contoh 10:

Sebuah bak penampungan air mempunyai volume 4,5 m^3. Jika debit air yang masuk adalah 50 dm^3/menit, berapa jam waktu yang diperlukan untuk mengisi bak penampungan air sampai penuh?

Penyelesaian:

Volume bak penampungan air = 4,5 m^3 = 4.500 dm^3.

Debit air = 50 dm^3/menit.

Diperoleh,

Waktu = $\frac{4.500}{50} = 90$ menit = $1\frac{1}{2}$ jam.

Jadi, waktu yang diperlukan untuk mengisi bak penampungan air sampai penuh adalah $1\frac{1}{2}$ jam.

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Untuk menempuh kota D dari kota C, sebuah sepeda motor memerlukan waktu 105 menit. Jika sepeda motor tersebut tiba di kota D pada pukul 15.30, maka pada pukul berapakah sepeda motor tersebut berangkat dari kota C?

2. Seorang anak bersepeda dari kota F ke kota G dengan kecepatan rata-rata 25 km/jam. Ia berangkat dari kota F pada pukul 08.30 dan sampai di kota G pada pukul 09.45. Berapakah jarak dari kota F ke kota G?
3. Pada sebuah taman terdapat air terjun buatan. Air yang keluar itu rata-rata sebanyak 120 liter setiap lima menit. Berapa cm^3/detik debit air yang keluar?
4. Sebuah truk berangkat pada pukul 05.30 menuju ke suatu kota yang jaraknya 607,5 km. Truk tersebut sampai di kota yang dituju pada pukul 12.15. Berapakah kecepatan rata-rata truk tersebut?
5. Sebuah tangki penampungan minyak tanah mengalami kebocoran pada dasar tangkinya. Setiap menit volumenya berkurang 0,5 liter. Berapakah m^3 minyak tanah yang keluar selama $1\frac{3}{4}$ jam?

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. Waktu untuk menempuh kota D dari kota C = 105 menit = 1 jam 45 menit.

   Waktu tiba di kota D pukul 15.30.

   Diperoleh,

   waktu berangkat = 15.30 - 01.45 = 13.45.

   Jadi, sepeda motor tersebut berangkat dari kota C pada pukul 13.45.
2. Kecepatan rata-rata 25 km/jam.

   Berangkat dari kota F pada pukul 08.30.

   Sampai di kota G pada pukul 09.45.

   Waktu tempuh = 09.45 – 08.30 = 01.15 = $1\frac{1}{4}$ jam.

   Diperoleh,

   $$s = 25 \times 1\frac{1}{4} = 31,25.$$

   Jadi, jarak dari kota F ke kota G adalah 31,25 km.

3. Debit air = 120 liter/5 menit

= 24 liter/menit

= 24 dm^3/60 detik

= 24.000 cm^3/60 detik

= 400 cm^3/detik.

Jadi, debit air yang keluar adalah 400 cm^3/detik.

4. Jarak tempuh 607,5 km.

Berangkat pada pukul 05.30.

Sampai pada pukul 12.15.

Waktu tempuh = 12.15 – 05.30 = 06.45 = $6\frac{3}{4}$ jam.

Diperoleh,

$$v = \frac{607{,}5}{6\frac{3}{4}} = 90.$$

Jadi, kecepatan rata-rata truk tersebut adalah 90 km/jam.

5. Debit minyak tanah = 0,5 liter/menit.

Waktu = $1\frac{3}{4}$ jam = 105 menit.

Diperoleh,

Volume = 0,5 x 105 = 52,5 liter = 52,5 dm^3 = 0,0525 m^3.

Jadi, minyak tanah yang keluar selama $1\frac{3}{4}$ jam adalah 0,0525 m^3.

Rangkuman

1. Hubungan antar satuan waktu selengkapnya dapat dinyatakan sebagai berikut:

   (1) 1 hari = 24 jam.

   (2) 1 jam = 60 menit.

   (3) 1 menit = 60 detik.

   (4) 1 jam = 3600 detik.

2. Satuan dari kecepatan adalah satuan jarak (panjang) yang ditempuh dibagi dengan satuan waktu yang diperlukan untuk menempuh jarak tersebut.

$$\text{Satuan kecepatan} = \frac{\text{satuan jarak}}{\text{satuan waktu}}$$

3. Satuan dari debit adalah satuan volume dibagi dengan satuan waktu.

$$\text{Satuan debit} = \frac{\text{satuan vol ume}}{\text{satuan wak tu}}$$

TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Berapakah waktu antara pukul 21.35 dengan pukul 04.55 pada hari berikutnya?

   A. 7 jam 15 menit.

   B. 7 jam 20 menit.

   C. 7 jam 25 menit.

   D. 7 jam 30 menit.

2. Sebuah mobil menempuh jarak 45 km dalam waktu 50 menit. Berapa km/jam kecepatan rata-ratanya?

   A. 54 km/jam.

   B. 55 km/jam.

   C. 56 km/jam.

   D. 57 km/jam.

3. Air sebanyak 45 liter akan dialirkan ke suatu tempat. Apabila debit air adalah 250 cm^3/detik, berapa menit waktu yang diperlukan?

   A. 2 menit.

   B. 3 menit.

   C. 4 menit.

   D. 5 menit.

4. Taufan membaca buku cerita setebal 60 halaman dalam waktu $1\frac{1}{4}$ jam. Berapa detik waktu yang digunakan Taufan untuk membaca 3 halaman?

   A. 222 detik.

   B. 223 detik.

   C. 224 detik.

   D. 225 detik.

5. Dalam acara hari kemerdekaan, Ridwan mengikuti lomba lari marathon. Lomba dimulai pukul 07.30 dan Ridwan sampai garis finish pada pukul 08.15. Apabila kecepatan rata-rata Ridwan 20 km/jam, berapa km jarak yang ditempuh dalam lomba lari marathon tersebut?

A. 13 km.

B. 14 km.

C. 15 km.

D. 16 km.

6. Sebuah ember yang mempunyai volume 75 liter telah berisi air setengahnya. Kemudian diisi air kembali dari kran selama 3 menit sehingga berisi air $\frac{3}{4}$nya. Berapa liter/menit debit air yang keluar?

A. 5,25 liter/menit.

B. 6,25 liter/menit.

C. 7,25 liter/menit.

D. 8,25 liter/menit.

7. Apabila sekarang adalah pukul 21.45, maka pernyataan berikut adalah benar, kecuali ...

A. 70 menit sebelumnya adalah pukul 20.35.

B. 55 menit sesudahnya adalah pukul 22.40.

C. 85 menit sebelumnya adalah pukul 20.10.

D. 40 menit sesudahnya adalah pukul 22.25.

8. Seorang anak berjalan ke sekolah selama 15 menit. Jarak dari rumah ke sekolah adalah 1100 meter. Apabila bersepeda, maka akan sampai tiga kali lebih cepat daripada berjalan kaki. Berapa km/jam kecepatan rata-ratanya apabila ia bersepeda?

A. 13,2 km/jam.

B. 13,3 km/jam.

C. 13,4 km/jam.

D. 13,5 km/jam.

9. Kalimat-kalimat berikut ini benar, kecuali ...

A. 25 liter/menit = 416,7 cm^3/detik.

B. 15 liter/jam = 0,25 liter/menit.

C. 90 m^3/menit = 150 cm^3/detik.

D. 180 cm^3/jam = 0,003 liter/menit.

10. Jarak kota S ke kota T adalah 450 km. Bus berangkat dari kota S pukul 06.30. Kecepatan rata-rata bus adalah 60 km/jam. Bus berhenti di dua tempat peristirahatan masing-masing selama 15 menit. Pukul berapa bus sampai di kota T?

A. Pukul 14.00.

B. Pukul 14.15.

C. Pukul 14.30.

D. Pukul 14.45.

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{5} \times 100\%$$

Makna dari tingkat penguasaan Anda adalah:

90% - 100%	= Baik Sekali
80% - 89%	= Baik
70% - 79%	= Cukup
< 70%	= Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

Perbandingan

A. Pengertian Perbandingan

Pada suatu kelas, banyak siswanya adalah 45 orang. Banyak siswa laki-laki adalah 15 orang, sedangkan banyak siswa perempuan adalah 30 orang. Kita dapat membandingkan banyak siswa laki-laki dan banyak siswa perempuan dengan dua cara:

(1) Banyak siswa perempuan 15 lebih banyak daripada banyak siswa laki-laki. Dalam hal ini, kita membandingkannya dengan cara mencari selisihnya.

(2) Banyak siswa perempuan dua kali lipat dari banyak siswa laki-laki. Dalam hal ini, kita membandingkannya dengan cara mencari hasil baginya, yaitu: $\frac{30}{15} = \frac{2}{1}$ atau 2 : 1.

Hasil bagi digunakan untuk mengukur perbandingan antara dua besaran yang sejenis. Perbandingan antara a dengan b, dengan b tidak sama dengan nol adalah $\frac{a}{b}$ atau a : b.

Agar Anda dapat memahami pengertian perbandingan, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 1:

Pada suatu pertandingan bola basket, tim A berhasil memasukkan 25 bola. Sedangkan tim B berhasil memasukkan 40 bola. Berapakah perbandingan antara hasil tim A dengan tim B?

Penyelesaian:

Perbandingan antara hasil tim A dengan tim B adalah: $\frac{25}{40} = \frac{5}{8}$ atau 5 : 8.

Contoh 2:

Dua persegi memiliki panjang sisi berturut-turut 8 cm dan 4 cm. Berapakah perbandingan antara luas persegi pertama dengan luas persegi kedua?

Penyelesaian:

Luas persegi pertama = 8 cm x 8 cm = 64 cm^2.

Luas persegi kedua = 4 cm x 4 cm = 16 cm^2.

Perbandingan antara luas persegi pertama dengan luas persegi kedua adalah:

$\frac{64}{16} = \frac{4}{1}$ atau 4 : 1.

B. Perbandingan Senilai

Agar Anda dapat memahami pengertian perbandingan senilai, perhatikan hubungan antara banyaknya roti dengan harga roti.

Banyaknya Roti		Harga Roti (Rp)
1	⟷	500
2	⟷	1000
3	⟷	1500
4	⟷	2000
10	⟷	5000
n	⟷	500n

Dari daftar ini kita dapat melihat bahwa:

(1) $\frac{\text{Banyak roti pada baris pertama}}{\text{Banyak roti pada baris kedua}} = \frac{1}{2}$.

$\frac{\text{Harga roti pada baris pertama}}{\text{Harga roti pada baris kedua}} = \frac{500}{1000} = \frac{1}{2}$.

(2) $\frac{\text{Banyak roti pada baris ketiga}}{\text{Banyak roti pada baris kelima}} = \frac{3}{10}$.

$\frac{\text{Harga roti pada baris ketiga}}{\text{Harga roti pada baris kelima}} = \frac{1500}{5000} = \frac{3}{10}$.

(3) $\frac{\text{Banyak roti pada baris keempat}}{\text{Banyak roti pada baris keenam}} = \frac{4}{n}$.

$$\frac{\text{Harga roti pada baris keempat}}{\text{Harga roti pada baris keenam}} = \frac{2000}{500n} = \frac{4}{n}.$$

Dengan memperhatikan keterangan di atas, diperoleh perbandingan antara banyak roti dengan harganya adalah sama. Banyak roti dan harganya naik atau turun dengan perbandingan yang sama. Jika banyak roti dikalikan dua, maka harganya juga dikalikan dua. Sebaliknya, jika banyak roti dibagi dua, maka harganya juga dibagi dua. Sehingga dapat dikatakan, bahwa terdapat perbandingan senilai antara banyak roti dengan harganya.

Ada 2 perhitungan dalam perbandingan senilai, yaitu: perhitungan berdasarkan satuan dan perhitungan berdasarkan perbandingan.

(1) Perhitungan Berdasarkan Satuan

Agar Anda dapat memahami pengertian perbandingan senilai berdasarkan satuan, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 3:

Harga 20 batang coklat adalah Rp 25.000,00. Berapa harga 45 batang coklat?

Penyelesaian:

Harga 20 batang coklat adalah: Rp 25.000,00.

Harga 1 batang coklat adalah: $\frac{\text{Rp }25.000{,}00}{20} = \text{Rp }1.250{,}00$.

Jadi, harga 45 batang coklat adalah: 45 x Rp 1.250,00 = Rp 56.250,00.

Contoh 4:

Untuk menempuh jarak 495 km suatu mobil memerlukan 45 liter bensin. Berapakah jarak yang ditempuh apabila mobil tesebut menghabiskan 65 liter bensin?

Penyelesaian:

Mobil memerlukan 45 liter bensin untuk menempuh jarak 495 km.

Mobil memerlukan 1 liter bensin untuk menempuh jarak $\frac{495}{45} = 11$ km.

Jadi, jarak yang ditempuh apabila mobil tersebut menghabiskan 65 liter bensin adalah: 65 x 11 km = 715 km.

(2) Perhitungan Berdasarkan Perbandingan

Agar Anda dapat memahami pengertian perbandingan senilai berdasarkan perbandingan, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 5:

Tumpukan 5 buah batu bata tingginya 25 cm. Berapakah tinggi tumpukan 15 buah batu bata?

Penyelesaian:

Banyaknya Tumpukan		Tinggi Tumpukan (cm)
5	$\longleftrightarrow$	25
15	$\longleftrightarrow$	...

Perbandingan tumpukan batu bata yang kedua terhadap tumpukan batu bata yang pertama adalah $\frac{15}{5}$.

Diperoleh korespondensi:

15	$\longleftrightarrow$	$\frac{15}{5}$ x 25 = 75

Jadi, tinggi tumpukan 15 buah batu bata adalah 75 cm.

Contoh 6:

Suatu perusahaan mempunyai pegawai sebanyak 45 orang. Setiap minggu perusahaan itu mengeluarkan uang untuk gaji pegawainya sebesar Rp 15.750.000,00. Apabila gaji rata-

ratanya sama, berapakah uang yang harus dikeluarkan oleh perusahaan untuk menggaji 35 orang pegawai?

Penyelesaian:

Banyaknya Pegawai		Gaji Pegawai (Rp)
45	⟷	15.750.000
35	⟷	...

Perbandingan banyaknya pegawai yang kedua terhadap banyaknya pegawai yang pertama adalah $\frac{35}{45}$.

Diperoleh korespondensi:

35	⟷	$\frac{35}{45}$ x 15.750.000 = 12.250.000

Jadi, uang yang harus dikeluarkan oleh perusahaan untuk menggaji 35 orang pegawai adalah Rp 12.250.000,00.

C. Skala

Peta, gambar, atau model didasarkan pada perbandingan senilai. Perbandingan antara jarak pada peta, gambar, atau model dengan perbandingan jarak sebenarnya adalah sama.

Agar Anda dapat memahami pengertian skala, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 7:

Suatu peta menggunakan skala 1 : 5000. Tentukan:

a. Jarak pada peta apabila jarak sebenarnya adalah 1 km.

b. Jarak sebenarnya apabila jarak pada peta 12,5 cm.

Penyelesaian:

a. $\frac{\text{Jarak pada peta}}{\text{Jarak sebenarnya}} = \frac{1}{5000}$

Sehingga,

Jarak pada peta = $\frac{1}{5000}$ x jarak sebenarnya

= $\frac{1}{5000}$ x 1 km

= $\frac{1}{5000}$ x 100.000 cm

= 20 cm

Jadi, jarak pada peta adalah 20 cm.

b. Jarak pada peta 12 cm.

Jarak sebenarnya = 5000 x 12,5 cm = 62500 cm = 0,625 km.

Jadi, jarak sebenarnya adalah 0,625 km.

Contoh 8:

Tinggi sebuah patung 6 m dan lebarnya 2,5 m. Jika dibuat model patung dengan lebar 3 cm, berapakah tinggi model patung tersebut?

Penyelesaian:

$$\frac{\text{Tinggi model patung}}{\text{Tinggi patung sebenarnya}} = \frac{\text{Lebar model patung}}{\text{Lebar patung sebenarnya}}$$

Sehingga,

$$\text{Tinggi model patung} = \frac{\text{Lebar model patung}}{\text{Lebar patung sebenarnya}} \text{ x Tinggi patung sebenarnya}$$

= $\frac{3 \text{ m}}{2{,}5 \text{ m}}$ x 6 cm

= 7,2 cm

Jadi, tinggi model patung tersebut adalah 7,2 cm.

D. Perbandingan Berbalik Nilai

Agar Anda dapat memahami pengertian perbandingan berbalik nilai, perhatikan hubungan antara banyaknya pekerja dengan waktu yang diperlukan.

Banyaknya Pekerja		Waktu yang diperlukan (hari)
5	⟷	30
6	⟷	25
10	⟷	15
15	⟷	10
30	⟷	5
N	⟷	$\frac{150}{n}$

Dari daftar ini kita dapat melihat bahwa:

(1) $\frac{\text{Banyak pekerja pada baris pertama}}{\text{Banyak pekerja pada baris kedua}} = \frac{5}{6}$.

$\frac{\text{Waktu pada baris pertama}}{\text{Waktu pada baris kedua}} = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$.

(2) $\frac{\text{Banyak pekerja pada baris ketiga}}{\text{Banyak pekerja pada baris kelima}} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

$\frac{\text{Waktu pada baris ketiga}}{\text{Waktu pada baris kelima}} = \frac{15}{5} = \frac{3}{1}$.

(3) $\frac{\text{Banyak pekerja pada baris keempat}}{\text{Banyak pekerja pada baris keenam}} = \frac{15}{n}$.

$\frac{\text{Waktu pada baris keempat}}{\text{Waktu pada baris keenam}} = \frac{10}{\frac{150}{n}} = \frac{n}{15}$.

Dengan memperhatikan keterangan di atas, diperoleh perbandingan antara banyak pekerja dengan waktu yang diperlukan adalah berbanding terbalik. Jika banyak pekerja dikalikan dua, maka waktu yang diperlukan dibagi dua. Sebaliknya, jika banyak pekerja dibagi dua, maka waktu yang diperlukan dikali dua. Sehingga dapat dikatakan, bahwa terdapat perbandingan berbalik nilai antara banyak pekerja dengan waktu yang diperlukan.

Ada 2 perhitungan dalam perbandingan berbalik nilai, yaitu: perhitungan berdasarkan hasil kali dan perhitungan berdasarkan perbandingan.

(1) Perhitungan Berdasarkan Hasil Kali

Agar Anda dapat memahami pengertian perbandingan berbalik nilai berdasarkan hasil kali, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 9:

Sekaleng biskuit dibagikan kepada 15 anak, masing-masing anak menerima 12 biskuit. Berapa biskuit yang diterima masing-masing anak apabila biskuit tadi dibagikan kepada 20 orang anak?

Penyelesaian:

Banyaknya biskuit dalam kaleng adalah: 15 x 12 biskuit = 180 biskuit.

Jumlah anak 20 orang, maka masing-masing anak akan menerima $\frac{180 \text{ biskuit}}{20} = 9 \text{ biskuit}$.

Jadi, masing-masing anak akan menerima 9 biskuit.

Contoh 10:

Kurniawan mempunyai sejumlah uang. Apabila semua uang tersebut dibelikan buku yang harganya Rp 600,00 sebuah, maka ia akan memperoleh 25 buah buku. Apabila dengan sejumlah uang itu, Kurniawan membeli buku yang harganya Rp 750,00, berapa buah buku yang akan ia peroleh?

Penyelesaian:

Banyaknya uang Kurniawan adalah: Rp 600,00 x 25 = Rp 15.000,00.

Buku yang dibeli harganya Rp 750,00, maka buku yang akan ia peroleh adalah: $\frac{15.000}{750} = 20$ buah buku.

Jadi, buku yang ia peroleh adalah 20 buku.

(2) Perhitungan Berdasarkan Perbandingan

Agar Anda dapat memahami pengertian perbandingan berbalik nilai berdasarkan perbandingan, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 11:

Seseorang bersepeda dengan kecepatan rata-rata 15 km per jam selama 40 menit. Berapakah kecepatan rata-rata sepeda apabila menempuh jarak yang sama selama 30 menit?

Penyelesaian:

Waktu (menit)		kecepatan (km/jam)
40	⟷	15
30	⟷	...

Waktu yang diperlukan berbanding terbalik dengan kecepatan rata-rata. Waktu yang diperlukan berubah dengan faktor $\frac{30}{40} = \frac{3}{4}$, sehingga kecepatan rata-rata berubah dengan faktor $\frac{4}{3}$ (kebalikan dari $\frac{3}{4}$).

Diperoleh korespondensi:

30	⟷	$\frac{4}{3}$ x 15 = 20

Jadi, kecepatan rata-rata sepeda tersebut adalah 20 km/jam.

Contoh 12:

Sebuah jembatan yang rusak dapat selesai diperbaiki oleh 25 pekerja dalam 32 hari. Apabila hanya tersedia 20 pekerja, berapa hari jembatan yang rusak tersebut dapat selesai diperbaiki?

Penyelesaian:

Banyak pekerja		Waktu (hari)
25	⟷	32
20	⟷	...

Banyak pekerja berbanding terbalik dengan waktu yang diperlukan. Banyak pekerja berubah dengan faktor $\frac{20}{25} = \frac{4}{5}$, sehingga waktu yang diperlukan berubah dengan faktor $\frac{5}{4}$ (kebalikan dari $\frac{4}{5}$).

Diperoleh korespondensi:

20	⟷	$\frac{5}{4}$ x 32 = 40

Jadi, jembatan yang rusak tersebut dapat selesai diperbaiki dalam 40 hari.

E. GRAFIK

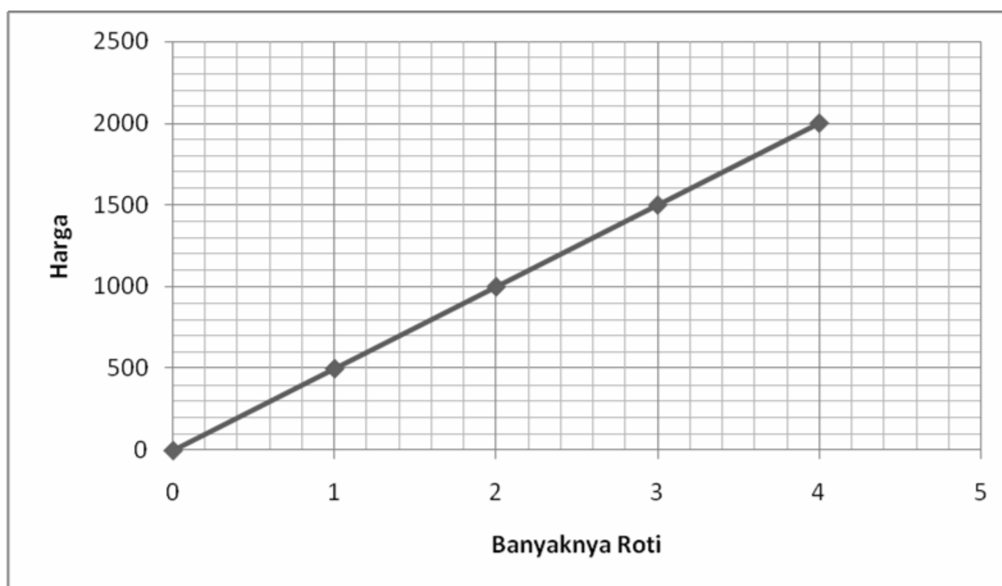
(1) Perbandingan Senilai

Perhatikan hubungan antara banyaknya roti dengan harga roti pada tabel di bawah ini.

Banyaknya Roti	Harga Roti (Rp)
0	0
1	500
2	1000
3	1500
4	2000
5	2500

Dengan memperhatikan tabel di atas, terdapat perbandingan-perbandingan senilai antara banyaknya roti dengan harga roti.

Berikut grafik hubungan antara banyaknya roti dengan harga roti.



Sehingga diperoleh, apabila dua besaran dihubungkan dengan perbandingan-perbandingan senilai, maka grafiknya berupa himpunan titik-titik yang terletak pada suatu garis lurus yang melalui titik pusat.

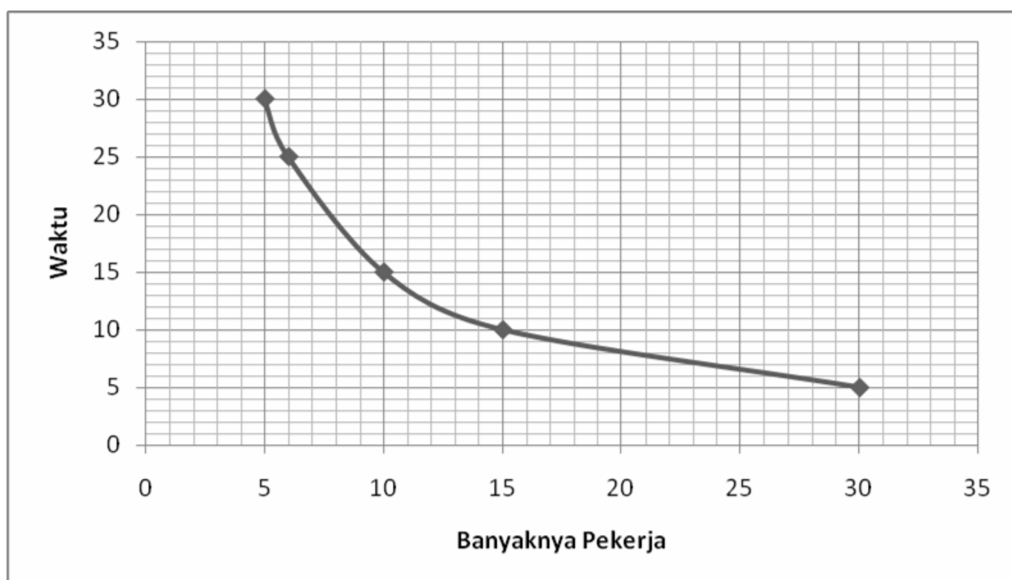
(2) Perbandingan Berbalik Nilai

Perhatikan hubungan antara banyaknya pekerja dengan waktu yang diperlukan pada tabel di bawah ini.

Banyaknya Pekerja	Waktu yang diperlukan (hari)
5	30
6	25
10	15
15	10
30	5

Dengan memperhatikan tabel di atas, terdapat perbandingan-perbandingan berbalik nilai antara banyaknya pekerja dengan waktu yang diperlukan.

Berikut grafik hubungan antara banyaknya pekerja dengan waktu yang diperlukan.



Sehingga diperoleh, apabila dua besaran dihubungkan dengan perbandingan-perbandingan berbalik nilai, maka grafiknya berupa himpunan titik-titik yang tidak terletak pada suatu garis lurus.

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Banyaknya kelereng merah adalah 24 butir dan banyaknya kelereng biru adalah 32 butir.
   a. Tentukan perbandingan antara banyaknya kelereng merah dengan kelereng biru!
   b. Tentukan perbandingan antara banyaknya kelereng merah dengan keseluruhan kelereng!
   c. Tentukan perbandingan antara banyaknya kelereng biru dengan keseluruhan kelereng!

2. Andi membeli 15 botol air mineral seharga Rp. 22.500,00. Berapa yang harus dibayar apabila Andi membeli selusin botol air mineral?

3. Pada suatu peta diketahui bahwa 1 cm mewakili 5 km.
   a. Sebutkan skala yang digunakan pada peta tersebut!
   b. Berapa cm jarak pada peta apabila jarak sebenarnya adalah 20 km?
   c. Berapa km jarak sebenarnya apabila jarak pada peta 1,25 cm?

4. Seorang peternak sapi mempunyai cukup makanan untuk 50 ekor sapi selama 20 hari. Apabila ia menjual 10 ekor sapi, kapankah makanan tersebut akan habis?

5. Perhatikan tabel berikut yang menyatakan hubungan antara kecepatan motor dengan waktu yang diperlukan.

Kecepatan motor (km/jam)	Waktu yang diperlukan (jam)
40	9
45	...
60	...
72	...
90	...

   a. Lengkapi tabel di atas!
   b. Perbandingan-perbandingan apakah antara kecepatan motor dengan waktu yang diperlukan?
   c. Gambarlah grafiknya!

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. a. 24 : 32 = 3 : 4.
   b. 24 : 56 = 3 : 7.
   c. 32 : 56 = 4 : 7.

2. $\frac{15}{12} = \frac{22.500}{y} \Leftrightarrow y = \frac{12 \times 22.500}{15} = 18.000$

Jadi, Andi harus membayar Rp 18.000,00.

3. a. 1 cm: 5 km = 1 : 500.000.

   b. Jarak pada peta = $\frac{1}{500.000}$ x 20 km = 4 cm.

   c. Jarak sebenarnya = 500.000 x 1,25 cm = 625.000 cm = 6,25 km.

4. Banyaknya sapi berbanding terbalik dengan waktu makanan habis.

   Banyaknya sapi berubah dengan faktor $\frac{50}{40} = \frac{5}{4}$.

   Waktu makanan habis berubah dengan faktor $\frac{4}{5}$ (kebalikan dari $\frac{5}{4}$).

   Sehingga, waktu makanan habis = $\frac{4}{5}$ x 20 hari = 16 hari.

5. a. Jika kecepatan motor dikalikan x, maka waktu yang diperlukan dibagi x.

   Jika waktu yang diperlukan dikali x, maka kecepatan motor dibagi x.

   b. Perbandingan berbalik nilai.

   c. Grafiknya berupa himpunan titik-titik yang tidak terletak pada suatu garis lurus.

Rangkuman

1. Perbandingan antara a dengan b, dengan b tidak sama dengan nol adalah $\frac{a}{b}$ atau a : b.
2. Pada perbandingan senilai, perbandingan antara dua besaran adalah sama. Dua besaran naik atau turun dengan perbandingan yang sama. Jika besaran pertama dikalikan dua, maka besaran kedua juga dikalikan dua. Sebaliknya, jika besaran kedua dibagi dua, maka besaran pertama juga dibagi dua.

3. Skala merupakan perbandingan senilai yang menunjukkan:

$$\boxed{\frac{\text{Jarak pada peta, gambar, atau model}}{\text{Jarak sebenarnya}}}$$

4. Pada perbandingan berbalik nilai, perbandingan antara dua besaran adalah berbanding terbalik. Jika besaran pertama dikalikan dua, maka besaran kedua dibagi dua. Sebaliknya, jika besaran pertama dibagi dua, maka besaran kedua dikali dua.

5. Grafik perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai:
   a. Apabila dua besaran dihubungkan dengan perbandingan-perbandingan senilai, maka grafiknya berupa himpunan titik-titik yang terletak pada suatu garis lurus yang melalui titik pusat.
   b. Apabila dua besaran dihubungkan dengan perbandingan-perbandingan berbalik nilai, maka grafiknya berupa himpunan titik-titik yang tidak terletak pada suatu garis lurus.

TES FORMATIF 3

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Manakah yang merupakan perbandingan senilai?
   A. Banyaknya penjahit dengan pakaian yang selesai.
   B. Banyaknya karyawan dengan jam yang diperlukan.
   C. Banyaknya kambing dengan waktu untuk menghabiskan rumput.
   D. Banyaknya bensin yang diperlukan mobil dengan jarak yang ditempuh.

2. Dua lingkaran memiliki jari-jari masing-masing 5 cm dan 15 cm. Perbandingan antara luas lingkaran pertama dengan luas lingkaran kedua adalah ...
   A. 1 : 3.
   B. 1 : 5.
   C. 1 : 7.
   D. 1 : 9.

3. Suatu mobil bergerak dengan kecepatan tetap. Apabila setiap 3 jam mobil tersebut menempuh 45 km, berapakah jarak yang ditempuh mobil tersebut selama 5 jam?
   A. 65 km.
   B. 75 km.
   C. 85 km.
   D. 95 km.

4. Skala dari suatu gambar rencana adalah 1 : 200.000. Berapakah panjang pada gambar rencana yang menyatakan 16,5 km?
   A. 8,25 cm.
   B. 7,25 cm.
   C. 6,25 cm.
   D. 5,25 cm.

5. Ibu mempunyai uang untuk membeli buku sebanyak 20 buah dengan harga Rp 1250,00 sebuah. Apabila ia membeli buku dengan harga Rp 500,00 sebuah, berapa banyak buku yang bisa diperoleh dengan uang yang dimilikinya?

   A. 60.

   B. 55.

   C. 50.

   D. 45.

6. Shafa membagikan permen kepada Nurul dan Dila dengan perbandingan 3 : 5. Jika Nurul memperoleh 15 butir permen, berapa butir permen yang diperoleh Dila?

   A. 15.

   B. 25.

   C. 35.

   D. 45.

7. Pada suatu acara pesta, 8 buah bolu gulung disajikan untuk menjamu 24 orang tamu. Berapa buah bolu gulung yang diperlukan untuk menjamu 36 orang tamu?

   A. 10.

   B. 11.

   C. 12.

   D. 13.

8. Satu gerbong kereta api panjangnya 8 m dan lebarnya 3 m. Apabila model kereta api dibuat dengan panjang 12 cm, berapakah lebar model kereta api tersebut?

   A. 4,5 cm.

   B. 5,5 cm.

   C. 6,5 cm.

   D. 7,5 cm.

9. Seorang pemborong memperkirakan dapat menyelesaikan suatu pekerjaan dalam waktu 11 bulan dengan 96 pekerja. Apabila ia ingin menyelesaikan pekerjaan tersebut dalam waktu 8 bulan, berapa pekerja yang diperlukan?
   A. 130 orang.
   B. 131 orang.
   C. 132 orang.
   D. 133 orang.

10. Seseorang berjalan 150 langkah dengan jarak yang ditempuhnya 120 m. Berapakah jarak yang ditempuhnya apabila ia berjalan 250 langkah?
    A. 200 m.
    B. 210 m.
    C. 220 m.
    D. 230 m.

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 3 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 3.

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \text{x} 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90% -100% = baik sekali
80% - 89% = baik
70% - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Modul 6, Kegiatan Belajar 1. SELAMAT! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 3, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

KUNCI JAWABAN TES FORMATIF

Tes Formatif 1

1. C. 609,03 cm.
2. A. 15,5 ka.
3. C. 348,4 cl.
4. D. 1635 kg.
5. B. 6,5 m.
6. C. 25,75 dam^2.
7. B. 112 liter.
8. A. 375 ons.
9. D. 33,75 ha.
10. D. 12 gelas.

Tes Formatif 2

1. B. 7 jam 20 menit.
2. A. 54 km/jam.
3. B. 3 menit.
4. D. 225 detik.
5. C. 15 km.
6. B. 6,25 liter/menit.
7. C. 85 menit sebelumnya adalah pukul 20.10.
8. A. 13,2 km/jam.
9. C. 90 m^3/menit = 150 cm^3/detik.
10. C. Pukul 14.30.

Tes Formatif 3

1. D. Banyaknya bensin yang diperlukan mobil dengan jarak yang ditempuh.
2. D. 1 : 9.
3. B. 75 km.
4. A. 8,25 cm.
5. C. 50.
6. B. 25.
7. C. 12.
8. A. 4,5 cm.
9. C. 132 orang.
10. A. 200 m.

MODUL 6

KESEBANGUNAN DAN KEKONGRUENAN

Kesebangunan dan Kekongruenan

Pendahuluan

Modul ini adalah modul ke-6 dalam mata kuliah Matematika. Isi modul ini membahas tentang kesebangunan dan kekongruenan.

Modul ini terdiri dari 2 kegiatan belajar. Pada kegiatan belajar 1 akan dibahas mengenai kesebangunan. Terakhir, pada kegiatan belajar 2 akan dibahas kekongruenan.

Setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat memahami syarat-syarat kesebangunan dan kekongruenan dari dua bangun yang diberikan.

Secara khusus setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat:

1. menentukan bangun-bangun yang sebangun
2. menyebutkan syarat-syarat dua segitiga yang sebangun
3. menyelesaikan persoalan yang berhubungan dengan kesebangunan
4. menentukan bangun-bangun yang kongruen
5. menyebutkan syarat-syarat dua segitiga kongruen
6. menyelesaikan persoalan yang berhubungan dengan kekongruenan

Petunjuk Belajar

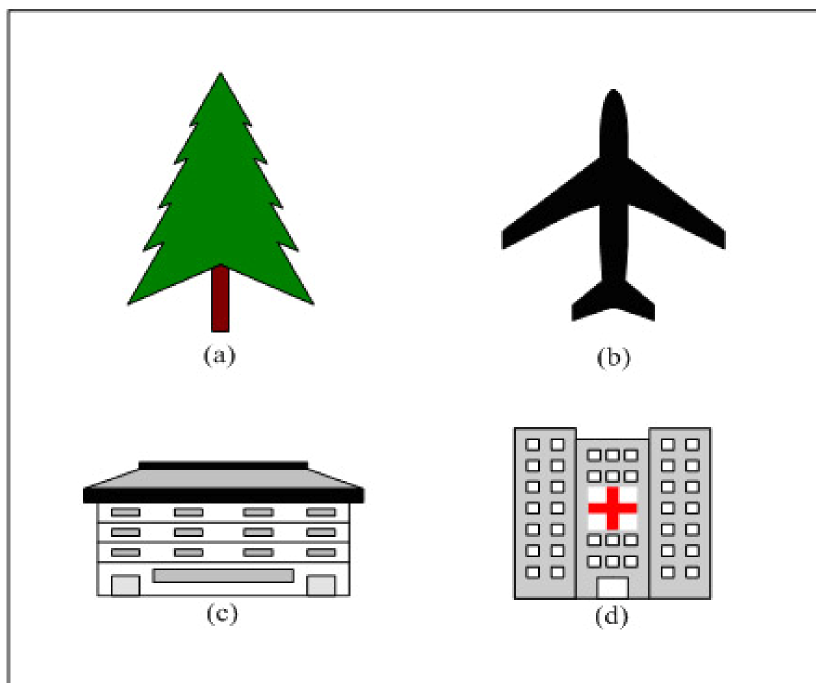
1. Bacalah dengan cermat pendahuluan modul ini sehingga Anda memahami tujuan dan bagaimana mempelajari modul ini.
2. Bacalah uraian materi dalam modul ini, tandailah kata-kata penting yang merupakan kunci. Pahami setiap konsep dalam uraian materi dengan mempelajari contoh-contohnya.
3. Jika mengalami kesulitan dalam mempelajari modul ini, diskusikanlah dengan teman-teman Anda atau dengan tutor.
4. Pelajari sumber-sumber lain yang relevan untuk memperluas wawasan.
5. Kerjakan soal-soal latihan dalam modul ini tanpa melihat petunjuk jawaban latihan terlebih dahulu. Apabila mengalami kesulitan, barulah Anda melihat petunjuk jawaban latihan.
6. Kerjakan soal-soal tes formatif dan periksa tingkat kemampuan Anda dengan mencocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban tes formatif. Ulangilah pengerjaan tes formatif ini sampai Anda benar-benar dapat mengerjakan semua soal-soal tes formatif ini dengan benar.

Selamat Belajar, Semoga Sukses!

Kesebangunan

A. Gambar Berskala

Perhatikan gambar 1 berikut yang menunjukkan penggunaan gambar berskala untuk menunjukkan bentuk dan ukuran benda-benda.



Gambar 6.1

Gambar (a) menunjukkan gambar sebuah pohon dengan tinggi pohon pada gambar adalah 3,5 cm. Apabila tinggi pohon sebenarnya adalah 7 m, dapatkah Anda menentukan skala yang digunakan pada gambar tersebut?

Gambar (b) menunjukkan gambar sebuah pesawat terbang dengan panjang pesawat pada gambar adalah 3cm. Apabila panjang pesawat sebenarnya adalah 35 m, dapatkah Anda menentukan skala yang digunakan pada gambar tersebut?

Gambar (c) menunjukkan gambar sebuah bangunan dengan skala 1 : 700, artinya 1 cm pada gambar menunjukkan 7 m dalam keadaan sebenarnya. Apabila tinggi bangunan pada gambar adalah 2 cm, dapatkah Anda menentukan tinggi bangunan sebenarnya?

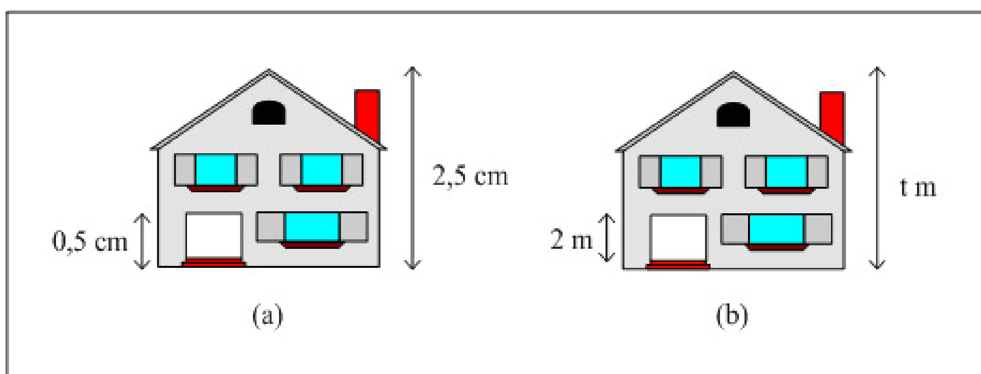
Gambar (d) menunjukkan gambar sebuah rumah sakit dengan skala 1 : 800, artinya 1 cm pada gambar menunjukkan 8 m dalam keadaan sebenarnya. Apabila tinggi rumah sakit pada gambar adalah 2,5 cm, dapatkah Anda menentukan tinggi rumah sakit sebenarnya?

Suatu gambar berskala mempunyai bentuk yang sama dengan yang sebenarnya, tetapi ukuran-ukurannya berlainan. Semua ukuran-ukurannya dapat diperkecil atau diperbesar dengan perbandingan yang sama.

Agar Anda dapat memahami cara menentukan salah satu ukuran yang belum diketahui, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 1:

Gambar (a) menunjukkan gambar sebuah rumah dengan tinggi pintu adalah 0,5 cm dan tinggi rumah adalah 2,5 cm. Gambar (b) menunjukkan ukuran sebenarnya, tinggi pintu rumah tersebut adalah 2 m. Tentukan tinggi rumah sebenarnya!



Gambar 6.2

Penyelesaian:

Tinggi rumah sebenarnya dapat dihitung dengan menganggap bahwa semua ukuran sebenarnya dari rumah tersebut diperkecil dengan perbandingan yang sama. Bandingkanlah tinggi rumah sebenarnya dengan tinggi rumah pada gambar, lakukan pula pada tinggi pintu sebenarnya dengan tinggi pintu pada gambar, diperoleh:

$$\frac{t}{2{,}5} = \frac{2}{0{,}5} \Leftrightarrow 0{,}5\ t = 2{,}5 \times 2$$

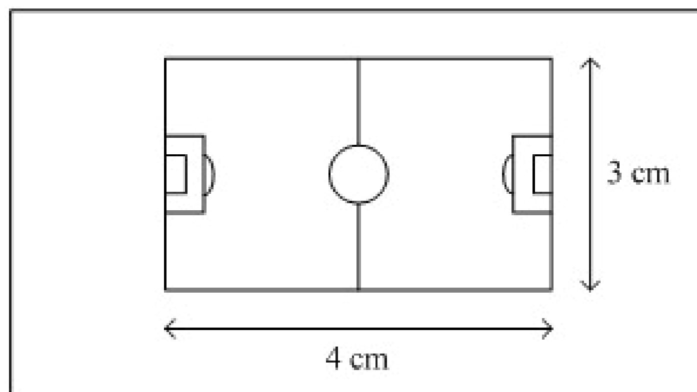
$$\Leftrightarrow \quad t = \frac{2{,}5 \times 2}{0{,}5}$$

$$\Leftrightarrow \quad t = 10$$

Jadi, tinggi rumah sebenarnya adalah 10 m.

Contoh 2:

Gambar 3 menunjukkan gambar lapangan sepakbola. Jika panjang lapangan sepakbola sebenarnya 300 m, berapakah lebar lapangan sepakbola sebenarnya?



Gambar 6.3

Penyelesaian:

Bandingkanlah panjang lapangan sepakbola sebenarnya dengan panjang lapangan sepakbola pada gambar, lakukan pula pada lebar lapangan sepakbola sebenarnya dengan lebar lapangan sepakbola pada gambar, diperoleh:

$$\frac{300}{4} = \frac{l}{3} \Leftrightarrow 4\ l = 3 \times 300$$

$\Leftrightarrow$ $l = \dfrac{3 \text{ x } 300}{4}$

$\Leftrightarrow$ l = 225

Jadi, lebar lapangan sepakbola sebenarnya adalah 225 m.

Contoh 3:

Suatu lukisan kaligrafi yang tingginya 60 cm dan lebarnya 40 cm diperbesar sedemikian sehingga lebarnya menjadi 65 cm. Berapakah tinggi lukisan kaligrafi yang telah diperbesar tersebut?

Penyelesaian:

Bandingkanlah lebar lukisan kaligrafi yang telah diperbesar dengan lebar lukisan sebenarnya, lakukan pula pada tinggi lukisan kaligrafi yang telah diperbesar dengan lebar lukisan sebenarnya, diperoleh:

$\dfrac{65}{40} = \dfrac{t}{60}$ $\Leftrightarrow$ 40t = 60 x 65

$\Leftrightarrow$ $t = \dfrac{60 \text{ x } 65}{40}$

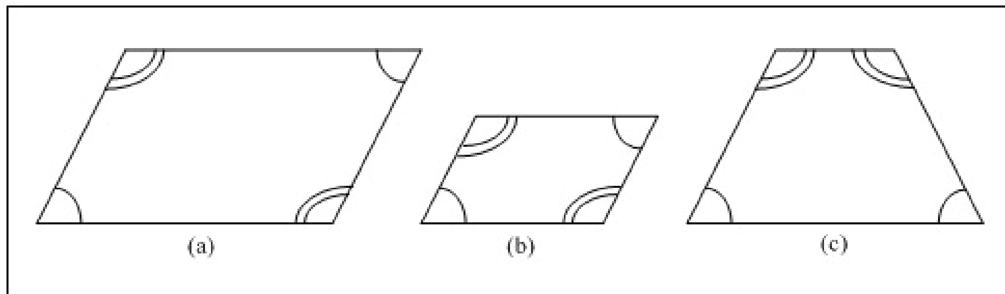
$\Leftrightarrow$ l = 97,5

Jadi, tinggi lukisan kaligrafi yang telah diperbesar tersebut adalah 97,5 cm.

B. Bangun-Bangun Sebangun

Dua buah bangun dikatakan sebangun satu sama lain apabila sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua bangun itu sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua bangun itu mempunyai perbandingan yang sama.

Sudut-sudut yang bersesuaian dan sisi-sisi yang bersesuaian mempunyai urutan yang sama. Perhatikan gambar 3 berikut.



Gambar 6.4

Bangun (a) dan (b) mempunyai sudut-sudut yang sama besar dan bersesuaian. Bangun (c) dengan bangun (a) dan (b) juga mempunyai sudut-sudut yang sama besar, tetapi tidak bersesuaian karena urutannya berlainan. Sehingga bangun (c) dengan bangun (a) maupun (b) tidak mempunyai sudut-sudut bersesuaian yang sama besar.

Setelah sudut-sudut yang bersesuaian ditetapkan, maka sisi-sisi yang bersesuaian dapat ditetapkan dengan mudah. Bangun (a) dan (b) mempunyai sisi-sisi yang bersesuaian dengan perbandingan yang sama. Sedangkan bangun (c) dengan bangun (a) maupun (b) tidak mempunyai sisi-sisi yang bersesuaian dengan perbandingan yang sama.

Agar Anda dapat memahami pengertian dua buah bangun yang sebangun, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 4:

Manakah di antara bangun-bangun berikut yang sebangun dengan lapangan berbentuk persegipanjang yang berukuran 6 m x 12 m.

a. Taman berbentuk persegipanjang dengan ukuran 8 m x 16 m.
b. Pintu berbentuk persegipanjang dengan ukuran 1,5 m x 2 m.
c. Buku berbentuk persegipanjang dengan ukuran 20 cm x 40 cm.
d. Jajargenjang dengan ukuran 4 cm x 8 cm dan salah satu sudutnya 60^0.

Penyelesaian:

a. Besar sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua bangun adalah 90^0. Perbandingan lebar kedua bangun adalah 6 m : 8 m = 3 : 4 dan perbandingan panjang dari kedua bangun adalah 12 m : 16 m = 3 : 4. Karena sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua bangun itu

sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua bangun itu mempunyai perbandingan yang sama, maka kedua bangun tersebut sebangun.

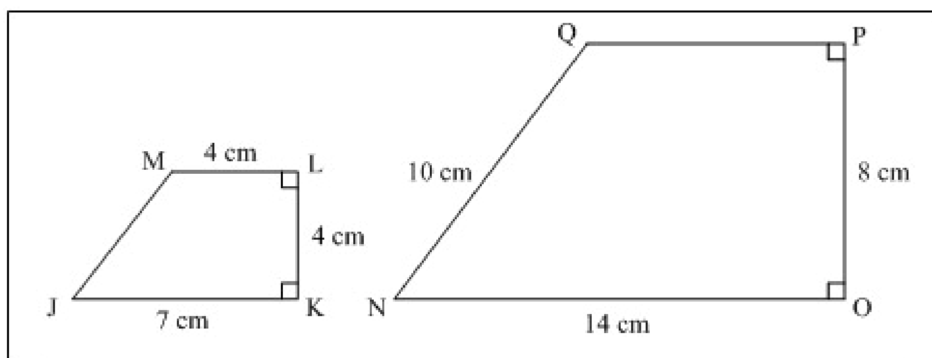
b. Besar sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua bangun adalah 90^0. Perbandingan lebar kedua bangun adalah 6 m : 1,5 m = 1 : 4 dan perbandingan panjang dari kedua bangun adalah 12 m : 2 m = 1 : 6. Karena sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua bangun itu sama besar tetapi sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua bangun itu mempunyai perbandingan yang berbeda, maka kedua bangun tersebut tidak sebangun.

c. Besar sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua bangun adalah 90^0. Perbandingan lebar kedua bangun adalah 6 m : 20 cm = 3 : 10 dan perbandingan panjang dari kedua bangun adalah 12 m : 40 cm = 3 : 10. Karena sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua bangun itu sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua bangun itu mempunyai perbandingan yang sama, maka kedua bangun tersebut sebangun.

d. Besar sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua bangun berbeda. Perbandingan lebar kedua bangun adalah 6 m : 4 cm = 2 : 3 dan perbandingan panjang dari kedua bangun adalah 12 m : 8 cm = 2 : 3. Karena sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua bangun itu berbeda walaupun sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua bangun itu mempunyai perbandingan yang sama, maka kedua bangun tersebut tidak sebangun.

Contoh 5:

Trapesium JKLM sebangun dengan trapesium NOPQ. Tentukanlah panjang MJ, dan PQ.



Gambar 6.5

Penyelesaian:

Trapesium JKLM sebangun dengan trapesium NOPQ. Pasangan sisi-sisi yang bersesuaian dan mempunyai perbandingan yang sama dari kedua trapesium itu adalah JK dan NO, KL dan OP, LM dan PQ, serta MJ dan PQ. Sehingga diperoleh perbandingan sebagai berikut:

$$\frac{KL}{OP} = \frac{LM}{PQ} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{4}{PQ}$$

$$\Leftrightarrow 4\ PQ = 8 \times 4$$

$$\Leftrightarrow PQ = 8$$

dan,

$$\frac{KL}{OP} = \frac{MJ}{QN} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{MJ}{10}$$

$$\Leftrightarrow 8\ MJ = 10 \times 4$$

$$\Leftrightarrow MJ = \frac{10 \times 4}{8}$$

$$\Leftrightarrow MJ = 5$$

Jadi, panjang PQ dan MJ masing-masing adalah 8cm dan 5 cm.

Contoh 6:

Apakah dua jajargenjang sama sisi pasti sebangun?

Penyelesaian:

Setiap dua jajargenjang sama sisi belum tentu sebangun, karena sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua jajargenjang tersebut belum tentu sama besar walaupun sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua jajargenjang tersebut mempunyai perbandingan yang sama.

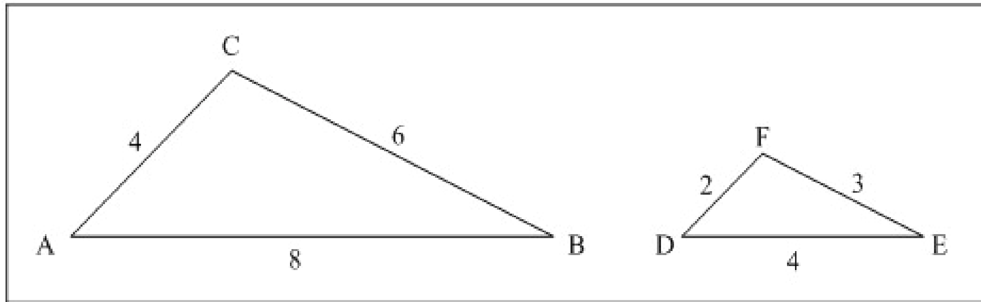
C. Segitiga-Segitiga Sebangun

Dua buah segitiga dikatakan sebangun satu sama lain apabila sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua segitiga itu sama besar atau apabila sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua segitiga itu sebanding.

Agar Anda dapat memahami syarat tentang dua buah segitiga yang sebangun, pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh 7:

Pada ΔABC diketahui bahwa panjang sisi-sisinya berturut-turut 4 cm, 6 cm, dan 8 cm. Sedangkan pada ΔDEF diketahui bahwa panjang sisi-sisinya berturut-turut 2 cm, 3 cm, dan 4 cm. Apakah ΔABC sebangun dengan ΔDEF? Jelaskan!



Gambar 6.6

Penyelesaian:

Pasangan sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua segitiga tersebut adalah DF dan AC, DE dan AB, serta FE dan CB, sehingga diperoleh perbandingan:

$$\frac{DF}{AC}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}, \frac{DE}{AB}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}, \frac{FE}{CB}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

Dari hasil tersebut, ternyata diperoleh perbandingan:

$$\frac{DF}{AC}=\frac{DE}{AB}=\frac{FE}{CB}=\frac{1}{2}$$

Sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua segitiga itu sebanding. Sehingga, ΔABC sebangun dengan ΔDEF.

Contoh 8:

Besar sudut-sudut ΔGHI adalah 30^0 dan 70^0, sedangkan besar sudut-sudut ΔJKL adalah 30^0 dan 80^0. Apakah ΔGHI sebangun dengan ΔJKL? Jelaskan!

Penyelesaian:

Besar dua sudut yang pertama dari ΔGHI adalah 30^0 dan 70^0, maka besar sudut yang ketiga dari ΔGHI adalah:

$$180^0 - (30^0 + 70^0) = 180^0 - 100^0 = 80^0$$

Besar dua sudut yang pertama dari ΔJKL adalah 30^0 dan 80^0, maka besar sudut yang ketiga dari ΔJKL adalah:

$$180^0 - (30^0 + 80^0) = 180^0 - 110^0 = 70^0$$

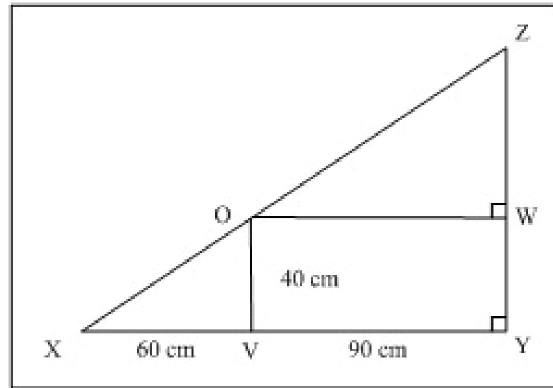
Sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua segitiga itu sebanding. Sehingga, ΔGHI sebangun dengan ΔJKL.

Contoh 9:

Sebuah tongkat XZ disandarkan pada dinding YZ sehingga menyinggung kotak VYWO di ujung O.

a. Sebutkanlah tiga segitiga yang sebangun.

b. Hitunglah tinggi dinding YZ.



Gambar 6.7

Penyelesaian:

a. Tiga segitiga yang sebangun adalah ΔXVO, ΔOWZ, dan ΔXYZ, karena sudut-sudut yang bersesuaian dari ketiga segitiga tersebut sama besar.

b. Dari (a) diperoleh, ΔXVO sebangun dengan ΔXYZ Pasangan sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua segitiga tersebut adalah XV dan XY serta VO dan YZ, sehingga diperoleh perbandingan:

$$\frac{XV}{XY} = \frac{VO}{YZ} \Rightarrow \frac{60}{60+90} = \frac{40}{YZ}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{60}{150} = \frac{40}{YZ}$$

$$\Leftrightarrow \quad 60\ YZ = 150 \times 40$$

$$\Leftrightarrow \quad YZ = \frac{150 \times 40}{60}$$

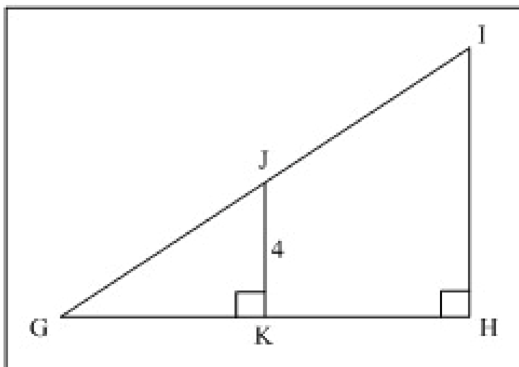
$$\Leftrightarrow \quad YZ = 100$$

Jadi, tinggi dinding YZ adalah 100 cm.

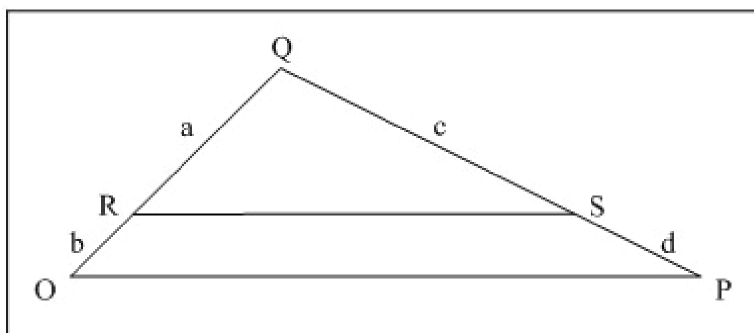
Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Sebuah menara mesjid tingginya 15 m dan lebarnya 3 m. Dalam sebuah foto, ternyata tingginya menjadi 7,5 cm. Berapakah lebar menara mesjid dalam foto tersebut?
2. Dua tikar masing-masing berbentuk persegi. Tikar yang pertama berukuran 5 m x 5 m. Sedangkan tikar yang kedua berukuran 3 m x 3 m. Apakah kedua tikar itu sebangun? Jelaskan!
3. Manakah di antara bangun-bangun berikut yang pasti sebangun?
   a. Dua segitiga sama sisi.
   b. Dua persegipanjang.
   c. Dua trapesium sama kaki.
   d. Dua segienam beraturan.
4. Diketahui bahwa ΔGKJ sebangun dengan ΔGHI. Jika J adalah titik tengah dari GI dan panjang JK adalah 4 cm, maka tentukan panjang IH.



5. Pada gambar, diketahui ΔOPQ sebangun dengan ΔRSQ. RS sejajar dengan OP, RQ = a, OR = b, SQ = c, dan PS = d. Tunjukkanlah bahwa $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.



Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. Bandingkanlah tinggi menara mesjid sebenarnya dengan tinggi menara mesjid pada foto, lakukan pula pada lebar menara mesjid sebenarnya dengan lebar menara mesjid pada foto, diperoleh:

$$\frac{15}{7{,}5} = \frac{3}{l} \Leftrightarrow 15\, l = 7{,}5 \text{ x } 3$$

$$\Leftrightarrow \quad l = \frac{7{,}5 \text{ x } 3}{15}$$

$$\Leftrightarrow \quad l = 1{,}5$$

   Jadi, lebar menara mesjid dalam foto tersebut adalah 1,5 cm.

2. Sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua tikar tersebut sama besar yaitu 90^0 dan sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua tikar tersebut mempunyai perbandingan yang sama. Karena sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua tikar tersebut sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua tikar tersebut mempunyai perbandingan yang sama, maka kedua tikar tersebut sebangun.

3. a. Dua segitiga sama sisi.

      Setiap dua segitiga sama sisi pasti sebangun, karena sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua segitiga tersebut sama besar yaitu 60^0 dan sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua segitiga tersebut mempunyai perbandingan yang sama.

b. Dua persegipanjang.

Setiap dua persegipanjang belum tentu sebangun, karena walaupun sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua persegipanjang tersebut sama besar yaitu 90^0 tetapi sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua persegipanjang tersebut belum tentu mempunyai perbandingan yang sama.

c. Dua trapesium sama kaki.

Setiap dua trapesium sama kaki belum tentu sebangun, karena sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua trapesium tersebut belum tentu sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua trapesium tersebut belum tentu mempunyai perbandingan yang sama.

d. Dua segienam beraturan.

Setiap dua segienam sama sisi pasti sebangun, karena sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua segitiga tersebut sama besar yaitu 30^0 dan sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua segienam tersebut mempunyai perbandingan yang sama.

4. J adalah titik tengah dari GI, sehingga diperoleh perbandingan:

$$\frac{GJ}{GI} = \frac{1}{2}$$

Panjang JK adalah 4 cm, sehingga diperoleh perbandingan:

$$\frac{JK}{IH} = \frac{4}{IH}$$

Karena ΔGKJ sebangun dengan ΔGHI, maka diperoleh perbandingan:

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{IH} \Leftrightarrow IH = 2 \times 4$$

$$\Leftrightarrow IH = 8$$

Jadi, panjang IH adalah 8 cm.

5. Karena ΔOPQ sebangun dengan ΔRSQ, maka diperoleh perbandingan:

$$\frac{RQ}{OR} = \frac{SQ}{PQ} \Rightarrow \frac{a}{(a+b)} = \frac{c}{(c+d)}$$

$$\Leftrightarrow a(c + d) = c(a + b)$$

$$\Leftrightarrow \quad ac + ad = ac + bc$$

$$\Leftrightarrow \quad ad = bc$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ (terbukti).}$$

Rangkuman

1. Suatu gambar berskala mempunyai bentuk yang sama dengan yang sebenarnya, tetapi ukuran-ukurannya berlainan. Semua ukuran-ukurannya dapat diperkecil atau diperbesar dengan perbandingan yang sama.
2. Dua buah bangun dikatakan sebangun satu sama lain apabila sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua bangun itu sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua bangun itu mempunyai perbandingan yang sama.
3. Dua buah segitiga dikatakan sebangun satu sama lain apabila sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua segitiga itu sama besar atau apabila sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua segitiga itu sebanding.

TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Suatu foto yang tingginya 15 cm dan lebarnya 10 cm diperbesar sedemikian sehingga lebarnya menjadi 45 cm. Berapakah tinggi foto yang diperbesar tersebut?

   A. 57,5 cm.

   B. 67,5 cm.

   C. 77,5 cm.

   D. 87,5 cm.

2. Bangun-bangun berikut yang tidak sebangun dengan persegipanjang yang berukuran 15 cm x 45 m adalah ...

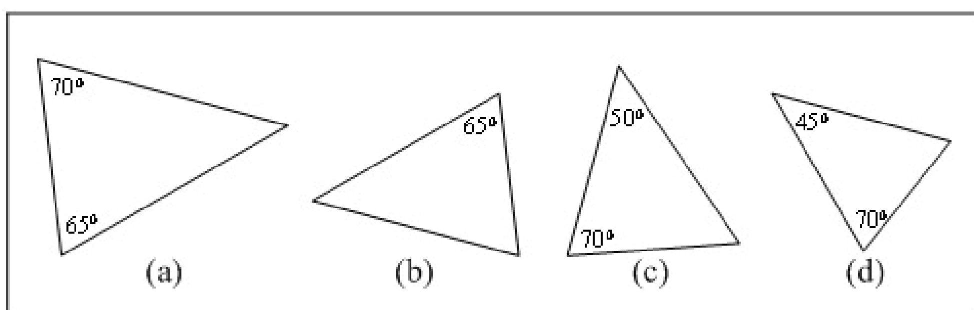
   A. Kebun berbentuk persegipanjang dengan ukuran 20 m x 60 m.

   B. Lapangan berbentuk persegipanjang dengan ukuran 9 x 27 m.

   C. Sawah berbentuk persegipanjang dengan ukuran 12 m x 34 m.

   D. Taman berbentuk persegipanjang dengan ukuran 8 m x 24 m.

3. Di antara segitiga-segitiga yang tampak pada gambar, manakah pasangan segitiga yang sebangun?



   A. (a) dan (b).

   B. (b) dan (c).

   C. (c) dan (d).

   D. (a) dan (c).

4. Toko buku yang tingginya 6 m pada layar televisi tampak setinggi 18 cm dan selebar 24 cm. Berapakah lebar toko buku sebenarnya?

A. 7 m.

B. 8 m.

C. 9 m.

D. 10 m.

5. Manakah di antara bangun-bangun berikut ini yang pasti sebangun?

A. Dua segitiga siku-siku.

B. Dua layang-layang.

C. Dua persegi.

D. Dua Belahketupat.

6. Diketahui segitiga siku-siku dengan panjang sisi-sisinya adalah 5 cm, 12, cm, dan 13 cm. Ketiga pasang sisi berikut sebangun dengan segitiga siku-siku tersebut, kecuali ...

A. 4 cm, 7,5 cm, dan 8,5 cm.

B. 15 km, 36 km, dan 39 km.

C. 3 mm, 4 mm, dan 6 mm.

D. 10 m, 24 m, dan 26 m.

7. Latifah mempunyai tinggi badan 160 cm dan panjang kakinya adalah 65 cm. Dalam sebuah foto tinggi badan Latifah menjadi 20 cm. Berapakah skala yang digunakan pada foto tersebut?

A. 1 : 8.

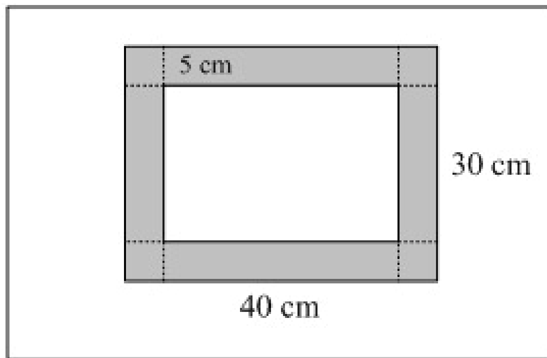
B. 1 : 7.

C. 1 : 6.

D. 1 : 5.

8. Suatu bingkai kayu berbentuk persegi panjang dengan ukuran luar 40 cm x 30 cm. Lebar kayu bingkai tersebut adalah 5 cm. Apabila persegipanjang tepi luar bingkai tersebut

sebangun dengan persegipanjang tepi dalamnya, berapa panjang persegipanjang tepi dalam bingkai tersebut?



A. 35 cm.

B. 30 cm.

C. 25 cm.

D. 20 cm.

9. Manakah pasangan-pasangan segitiga berikut yang tidak sebangun?

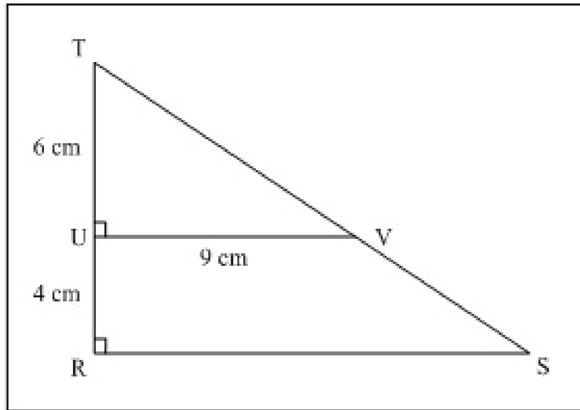
   A. Segitiga yang besar sudut-sudutnya 50^0 dan 80^0 dengan segitiga yang besar dua sudutnya masing-masing 50^0.

   B. Segitiga yang besar sudut-sudutnya 40^0 dan 60^0 dengan segitiga yang besar sudut-sudutnya masing-masing 60^0 dan 80^0.

   C. Segitiga siku-siku yang besar salah satu sudutnya 30^0 dengan segitiga siku-siku yang besar salah satu sudutnya 60^0.

   D. Segitiga sama kaki yang besar salah satu sudutnya 50^0 dengan segitiga sama kaki yang besar salah satu sudutnya 60^0.

10. Pada gambar berikut, diketahui bahwa ΔUVT sebangun dengan ΔRST. Hitunglah panjang TS!



A. $\frac{3}{7}\sqrt{117}$ cm.

B. $\frac{7}{3}\sqrt{117}$ cm.

C. $\frac{3}{5}\sqrt{117}$ cm.

D. $\frac{5}{3}\sqrt{117}$ cm.

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{5} \times 100\%$$

Makna dari tingkat penguasaan Anda adalah:

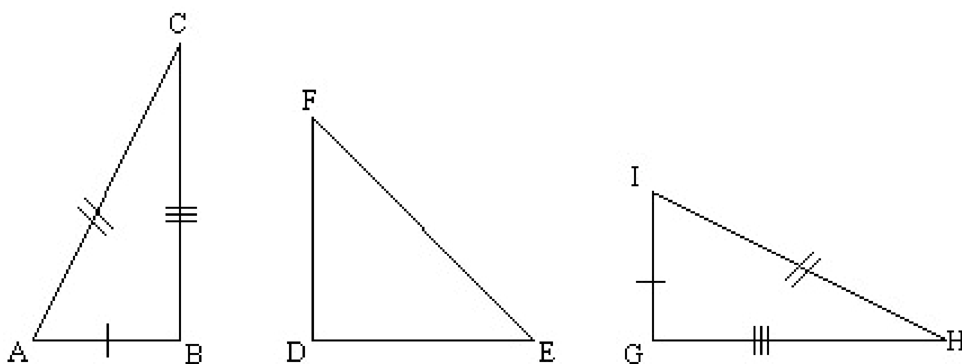
90% - 100% = Baik Sekali
80% - 89% = Baik
70% - 79% = Cukup
< 70% = Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

Kekongruenan

A. Pengertian Kongruen

Dua buah bangun geometri dikatakan kongruen satu sama lain apabila kedua bangun tersebut memiliki bentuk dan besar yang sama. Pada gambar 6.8 terdapat tiga buah segitiga, Δ ABC kongruen dengan Δ GHI, karena kedua segitiga tersebut memiliki bentuk dan besar yang sama. Sedangkan Δ DEF tidak kongruen dengan Δ ABC maupun Δ GHI, karena segitiga tersebut tidak memiliki bentuk dan besar yang sama dengan Δ ABC maupun Δ GHI.



Gambar 6.8

Salah satu cara untuk menunjukkan pada anak bahwa dua segitiga kongruen adalah dengan cara menggunting salah satu segitiga. Kemudian anak diminta untuk membandingkan kedua segitiga tersebut dengan cara menindihkan potongan

segitiga pertama ke segitiga kedua. Apabila potongan segitiga pertama dapat dengan tepat menutupi segitiga kedua, maka kedua segitiga dikatakan kongruen.

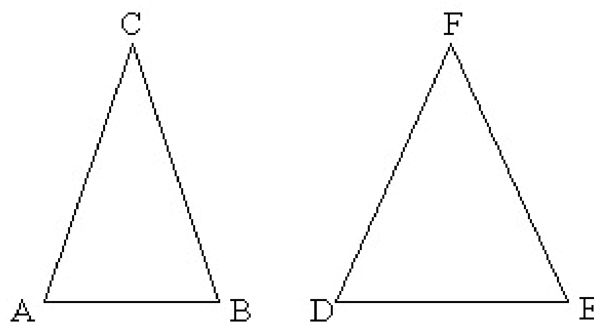
Titik-titik sudut dari dua segitiga dapat dipasangkan dengan 6 cara. Setiap pemasangan tersebut merupakan korespondensi satu-satu. Korespondensi satu-satu antara ΔABC dengan ΔDEF dapat dinyatakan sebagai berikut:

ABC $\leftrightarrow$ DEF   ABC $\leftrightarrow$ FDE

ABC $\leftrightarrow$ DFE   ABC $\leftrightarrow$ EFD

ABC $\leftrightarrow$ FED   ABC $\leftrightarrow$ EDF

Perhatikan gambar 6.9, ambil salah satu korespondensi satu-satu antara ΔABC dengan ΔDEF, yaitu ABC $\leftrightarrow$ EFD.



Gambar 6.9

Dari salah satu korespondensi satu-satu antara ΔABC dengan ΔDEF tersebut, diperoleh:

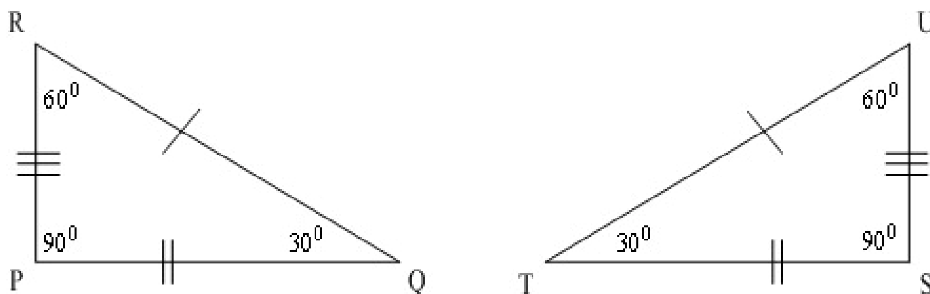
Dikatakan:	Ditulis:
1. A berkorespondensi dengan E	1. A $\leftrightarrow$ E
2. B berkorespondensi dengan F	2. B $\leftrightarrow$ F
3. C berkorespondensi dengan D	3. C $\leftrightarrow$ D

Korespondensi satu-satu tersebut menghasilkan korespondensi sudut-sudut dan korespondensi sisi-sisi yang dapat dinyatakan sebagai berikut:

Sudut-sudut	Sisi-sisi
1. $\angle A \leftrightarrow \angle E$ 2. $\angle B \leftrightarrow \angle F$ 3. $\angle C \leftrightarrow \angle D$	1. $\overline{AB} \leftrightarrow \overline{EF}$ 2. $\overline{BC} \leftrightarrow \overline{FD}$ 3. $\overline{CA} \leftrightarrow \overline{DE}$

Korespondensi sudut-sudut dengan korespondensi sisi-sisi tersebut dinamakan korespondensi unsur-unsur dari segitiga-segitiga tersebut. Sebuah korespondensi satu-satu hanya memasangkan sebuah unsur dengan unsur yang lain tanpa membandingkan ukuran dari unsur-unsur tersebut. Segitiga-segitiga yang mempunyai unsur-unsur berkorespondensi yang kongruen, dinamakan segitiga-segitiga kongruen. Lambang kongruen adalah $\cong$.

Pada gambar 6.10, perhatikan ΔPQR dan ΔSTU dengan memilih PQR $\leftrightarrow$ STU.



Gambar 6.10

Setelah diamati, diperoleh:

Sudut-sudut	Sisi-sisi
1. $\angle P \cong \angle S$ 2. $\angle Q \cong \angle T$ 3. $\angle R \cong \angle U$	1. $\overline{PQ} \cong \overline{ST}$ 2. $\overline{QR} \cong \overline{TU}$ 3. $\overline{PR} \cong \overline{SU}$

Dari keterangan tersebut diperoleh bahwa ΔPQR dan ΔSTU memiliki unsur-unsur berkorespondensi yang kongruen. Sehingga dikatakan $\Delta PQR \cong \Delta STU$.

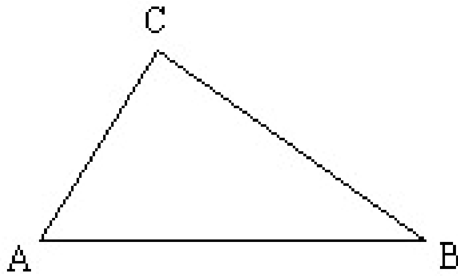
B. SIFAT-SIFAT DUA SEGITIGA KONGRUEN

Dua segitiga kongruen memiliki sifat refleksif, simetris, dan transitif. Ketiga sifat tersebut dapat dibuktikan sebagai berikut.

(1) Sifat Refleksif

"Jika ABC adalah sebuah segitiga, maka $\Delta ABC \cong \Delta ABC$".

Bukti:

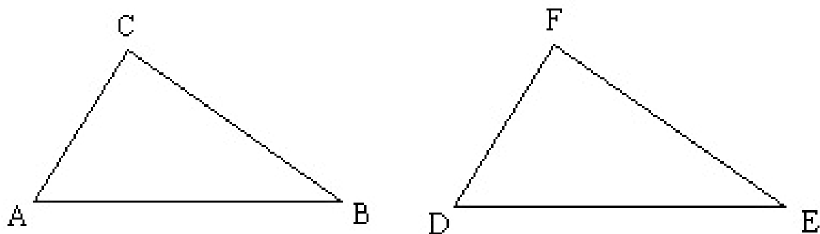


Pernyataan	Alasan
1. ABC adalah segitiga.	1. Diketahui.
2. $\angle A \cong \angle A$, $\angle B \cong \angle B$, dan $\angle C \cong \angle C$.	2. Sifat refleksif dari kekongruenan sudut-sudut.
3. $\overline{AB} \cong \overline{AB}$, $\overline{AB} \cong \overline{AB}$, dan $\overline{AB} \cong \overline{AB}$.	3. Sifat refleksif dari kekongruenan sisi-sisi.
4. $\Delta ABC \cong \Delta ABC$	4. Definisi dari segitiga kongruen.

(2) Sifat Simetris

"Jika $\Delta ABC \cong \Delta DEF$, maka $\Delta DEF \cong \Delta ABC$".

Bukti:

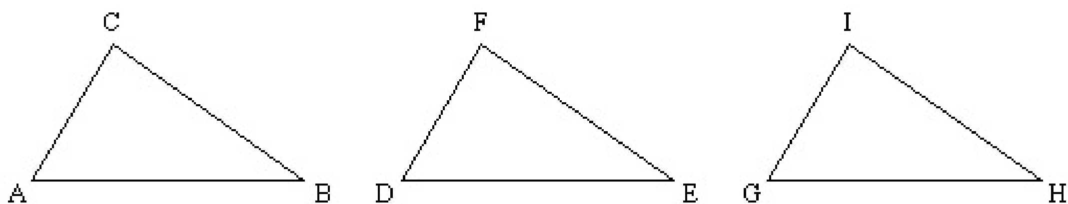


Pernyataan	Alasan
1. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.	1. Diketahui.
2. $\angle A \cong \angle D$, $\angle B \cong \angle E$, $\angle C \cong \angle F$, $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$, dan $\overline{AC} \cong \overline{DF}$.	2. Definisi dari segitiga kongruen.
3. $\angle D \cong \angle A$, $\angle E \cong \angle B$, dan $\angle F \cong \angle C$.	3. Sifat simetris dari kekongruenan sudut-sudut.
4. $\overline{DE} \cong \overline{AB}$, $\overline{EF} \cong \overline{BC}$, dan $\overline{DF} \cong \overline{AC}$.	4. Sifat simetris dari kekongruenan sisi-sisi.
5. $\Delta ABC \cong \Delta ABC$	5. Definisi dari segitiga kongruen.

(3) Sifat Transitif

"Jika $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ dan $\Delta DEF \cong \Delta GHI$, maka $\Delta ABC \cong \Delta GHI$".

Bukti:



Pernyataan	Alasan
1. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.	1. Diketahui.
2. $\angle A \cong \angle D$ dan $\angle D \cong \angle G$, $\angle B \cong \angle E$ dan $\angle E \cong \angle H$, $\angle C \cong \angle F$ dan $\angle F \cong \angle I$,	2. Definisi dari segitiga kongruen.

$\overline{AB} \cong \overline{DE}$ dan $\overline{DE} \cong \overline{GH}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ dan $\overline{EF} \cong \overline{HI}$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ dan $\overline{DF} \cong \overline{GI}$. 3. $\angle A \cong \angle G$, $\angle B \cong \angle H$, dan $\angle C \cong \angle I$. 4. $\overline{AB} \cong \overline{GH}$, $\overline{BC} \cong \overline{HI}$, dan $\overline{AC} \cong \overline{GI}$. 5. $\Delta ABC \cong \Delta ABC$.	3. Sifat transitif dari kekongruenan sudut-sudut. 4. Sifat transitif dari kekongruenan sisi-sisi. 5. Definisi dari segitiga kongruen.

C. SYARAT-SYARAT DUA SEGITIGA KONGRUEN

Terdapat tiga postulat yang merupakan syarat agar sebuah segitiga kongruen dengan segitiga yang lain, yaitu: postulat S S S (sisi sisi sisi), postulat S Sd S (sisi sudut sisi), dan postulat Sd S Sd (sudut sisi sudut).

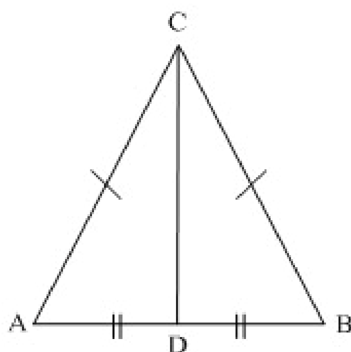
Postulat 1:

Dalam ΔABC dan ΔA'B'C', jika $\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$, $\overline{AC} \cong \overline{A'C'}$, dan $\overline{BC} \cong \overline{B'C'}$, maka ΔABC $\cong$ ΔA'B'C' (Postulat S S S).

Untuk membuktikan dua segitiga kongruen menggunakan postulat S S S, maka kita tuliskan sebuah bukti formal yang dimulai dengan menuliskan keterangan (pernyataan) yang diketahui, kemudian menggunakan keterangan itu, dan terakhir menuliskan kesimpulan dari penggunaan keterangan-keterangan tersebut.

Agar lebih jelas, berikut diberikan contoh-contoh bukti formal menggunakan postulat S S S.

Contoh 1:



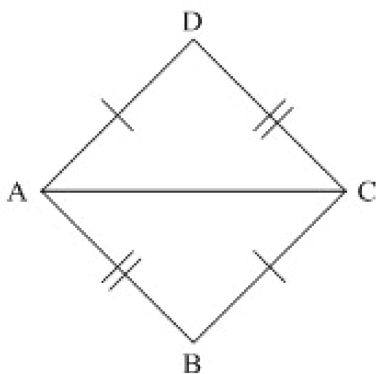
Gambar 6.11

Pada ΔABC, diketahui bahwa $\overline{AC} \cong \overline{BC}$, $\overline{CD}$ memotong $\overline{AB}$ di D sehingga $\overline{AD} \cong \overline{DB}$. Buktikanlah bahwa $\Delta ADC \cong \Delta BDC$.

Bukti:

Pernyataan	Alasan
1. $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ dan $\overline{AD} \cong \overline{DB}$.	1. Diketahui.
2. $\overline{CD} \cong \overline{CD}$.	2. Sifat refleksif dari kekongruenan sisi-sisi.
3. $\Delta ADC \cong \Delta BDC$.	3. Postulat S S S.

Contoh 2:



Gambar 6.12

Pada segiempat ABCD, diketahui bahwa $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ dan $\overline{BC} \cong \overline{AD}$. Buktikanlah bahwa ΔABC $\cong$ ΔADC.

Bukti:

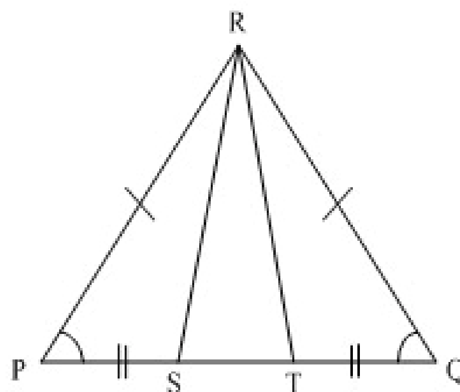
Pernyataan	Alasan
1. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ dan $\overline{BC} \cong \overline{AD}$.	1. Diketahui.
2. $\overline{AC} \cong \overline{AC}$.	2. Sifat refleksif dari kekongruenan sisi-sisi.
3. ΔABC $\cong$ ΔADC.	3. Postulat S S S.

Postulat 2:

Dalam ΔABC dan ΔA'B'C', jika $\overline{AC} \cong \overline{A'C'}$, $\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$, dan $\angle A \cong \angle A'$, maka ΔABC $\cong$ ΔA'B'C' (Postulat S Sd S).

Agar lebih jelas, berikut diberikan contoh-contoh bukti formal menggunakan postulat S Sd S.

Contoh 3:



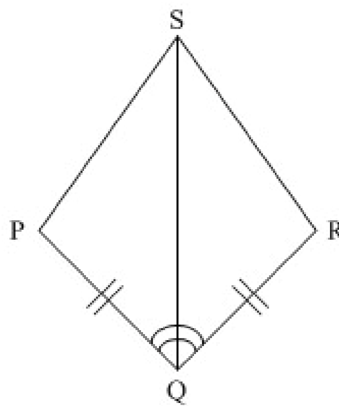
Gambar 613

Pada ΔPQR, diketahui bahwa $\overline{PR} \cong \overline{QR}$, $\angle$P $\cong$ $\angle$Q, dan $\overline{PS} \cong \overline{QT}$. Buktikanlah bahwa ΔPSR $\cong$ ΔQTR.

Bukti:

Pernyataan	Alasan
1. $\overline{PR} \cong \overline{QR}$, $\angle$P $\cong$ $\angle$Q, dan $\overline{PS} \cong \overline{QT}$.	1. Diketahui.
2. ΔPSR $\cong$ ΔQTR.	2. Postulat S Sd S.

Contoh 4:



Gambar 6.14

Pada segiempat PQRS, diketahui bahwa $\overline{PQ} \cong \overline{RQ}$ dan $\angle$PQS $\cong$ $\angle$RQS. Buktikanlah bahwa ΔPQS $\cong$ ΔRQS.

Bukti:

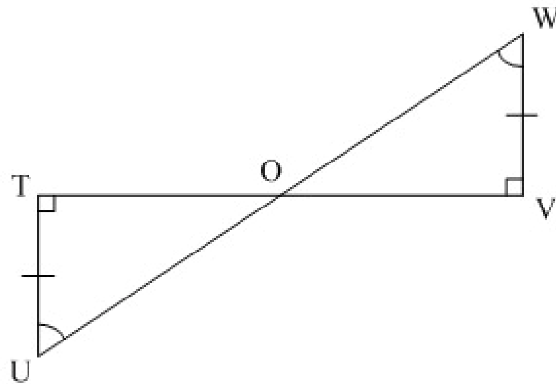
Pernyataan	Alasan
1. $\overline{PQ} \cong \overline{RQ}$ dan $\angle$PQS $\cong$ $\angle$RQS.	1. Diketahui.
2. $\overline{QS} \cong \overline{QS}$.	2. Sifat refleksif dari kekongruenan sisi-sisi.
3. ΔPQS $\cong$ ΔRQS.	3. Postulat S Sd S.

Postulat 3:

Dalam ΔABC dan ΔA’B’C’, jika $\angle A \cong \angle A'$, $\angle B \cong \angle B'$, dan $\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$, maka ΔABC $\cong$ ΔA’B’C’ (Postulat Sd S Sd).

Agar lebih jelas, berikut diberikan contoh-contoh bukti formal menggunakan postulat Sd S Sd.

Contoh 5:



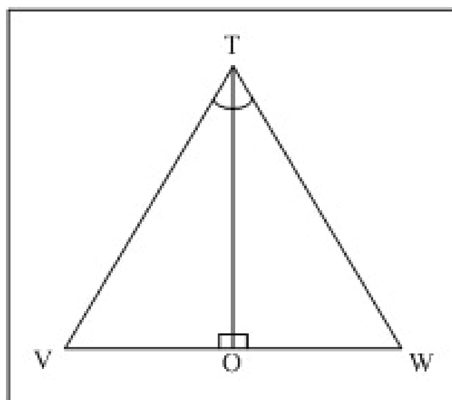
Gambar 6.15

Pada bangun di atas, diketahui bahwa $\overline{TV}$ berpotongan dengan $\overline{UW}$ di O, $\overline{TU} \cong \overline{VW}$, $\angle$U$\cong$ $\angle$W, $\overline{TU} \perp \overline{TV}$, dan $\overline{VW} \perp \overline{TV}$. Buktikanlah bahwa ΔTUO $\cong$ ΔVWO.

Bukti:

Pernyataan	Alasan
1. $\overline{TU} \cong \overline{VW}$, $\angle$U$\cong$ $\angle$W, $\overline{TU} \perp \overline{TV}$, dan $\overline{VW} \perp \overline{TV}$.	1. Diketahui.
2. $\angle$T dan $\angle$V adalah sudut siku-siku.	2. Definisi tegak lurus.
3. $\angle$T$\cong$ $\angle$V	3. Semua sudut siku-siku adalah kongruen.
4. ΔPQS $\cong$ ΔRQS.	4. Postulat Sd S Sd.

Contoh 6:



Gambar 6.16

Pada ΔVWT, diketahui bahwa $\angle$VOT $\cong$ $\angle$WOT dan $\angle$VTO $\cong$ $\angle$WTO. Buktikanlah bahwa ΔVOT $\cong$ ΔWOT.

Bukti:

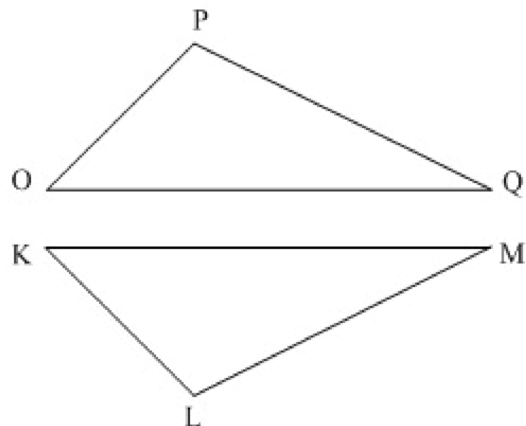
Pernyataan	Alasan
1. $\angle$VOT $\cong$ $\angle$WOT dan $\angle$VTO $\cong$ $\angle$WTO.	1. Diketahui.
2. $\overline{OT} \cong \overline{OT}$	2. Sifat refleksif dari kekongruenan sisi-sisi.
3. ΔVOT $\cong$ ΔWOT.	3. Postulat Sd S Sd.

Latihan

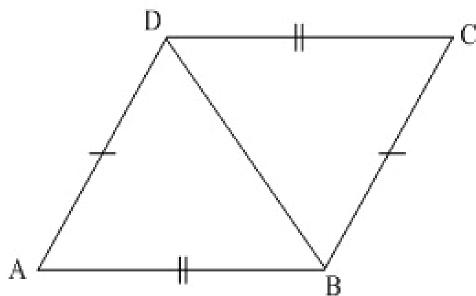
Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Untuk ΔSTU dan ΔVWX berlaku STU $\leftrightarrow$ VWX. Apakah ΔSTU $\cong$ ΔVWX? Jelaskan!

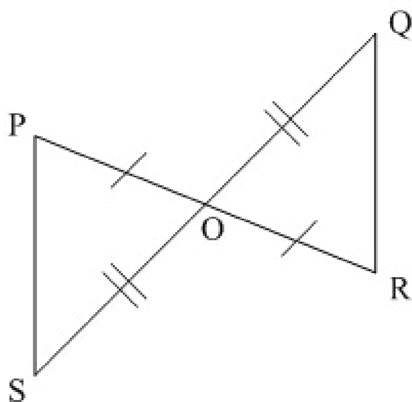
2. Pada gambar di bawah, diketahui bahwa ΔKLM $\cong$ ΔOPQ. Sebutkanlah tiga pasang sudut dan tiga pasang sisi yang kongruen dari kedua segitiga tersebut!



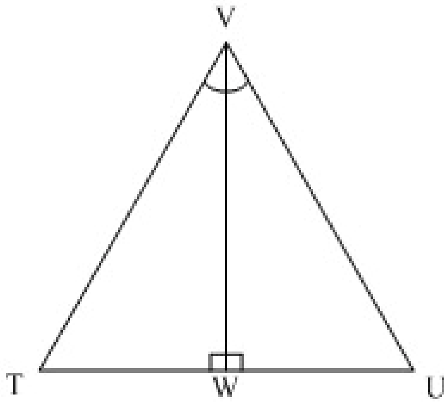
3. Pada segiempat ABCD di bawah, diketahui bahwa $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ dan $\overline{AD} \cong \overline{BC}$. Buktikanlah bahwa ΔABD $\cong$ ΔCDB.



4. Pada bangun yang tampak pada gambar di bawah, diketahui bahwa $\overline{PR}$ dan $\overline{SQ}$ berpotongan di titik O, sehingga $\overline{PO} \cong \overline{OR}$ dan $\overline{QO} \cong \overline{OS}$. Buktikanlah bahwa ΔPOS $\cong$ ΔROQ.



5. Pada ΔTUV di bawah, diketahui bahwa W pada $\overline{TU}$, $\overline{VW} \perp \overline{TU}$, dan $\angle$TVW $\cong$ $\angle$UVW. Buktikanlah bahwa ΔTVW $\cong$ ΔUVW.



Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. Jika STU $\leftrightarrow$ VWX maka belum tentu ΔSTU $\cong$ ΔVWX. Karena korespondensi satu-satu antara titik-titik sudut dari ΔSTU dan ΔVWX hanya memasangkan sebuah unsur dari ΔSTU dengan unsur yang lain dari ΔVWX tanpa membandingkan ukuran dari unsur-unsur tersebut.
2. ΔKLM $\cong$ ΔOPQ, sehingga tiga pasang sudut dan tiga pasang sisi yang kongruen dari kedua segitiga tersebut adalah:

Sudut-sudut	Sisi-sisi
1. $\angle$ K $\cong$ $\angle$ O 2. $\angle$ L $\cong$ $\angle$ P 3. $\angle$ M $\cong$ $\angle$ Q	1. $\overline{KL} \cong \overline{OP}$ 2. $\overline{LM} \cong \overline{PQ}$ 3. $\overline{KM} \cong \overline{OQ}$

3. Bukti:

Pernyataan	Alasan
1. $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ dan $\overline{AD} \cong \overline{BC}$. 2. $\overline{BD} \cong \overline{BD}$. 3. $\Delta ABD \cong \Delta CDB$.	1. Diketahui. 2. Sifat refleksif dari kekongruenan sisi-sisi. 3. Postulat S S S.

4. Bukti:

Pernyataan	Alasan
1. $\overline{PO} \cong \overline{OR}$ dan $\overline{QO} \cong \overline{OS}$. 2. $\angle POS$ dan $\angle ROQ$ adalah sudut bertolak belakang. 3. $\angle POS \cong \angle ROQ$ 4. $\Delta POS \cong \Delta ROQ$.	1. Diketahui. 2. Definisi sudut bertolak belakang. 3. Sudut-sudut bertolak belakang adalah kongruen. 4. Postulat S Sd S.

5. Bukti:

Pernyataan	Alasan
1. $\overline{VW} \perp \overline{TU}$, dan $\angle TVW \cong \angle UVW$. 2. $\overline{VW} \cong \overline{VW}$. 3. $\angle VWT$ dan $\angle VWU$ adalah sudut siku-siku. 4. $\angle VWT \cong \angle VWU$ 5. $\Delta TVW \cong \Delta UVW$.	1. Diketahui. 2. Sifat refleksif dari kekongruenan sisi-sisi. 3. Definisi tegak lurus. 4. Semua sudut siku-siku adalah kongruen. 5. Postulat Sd S Sd.

Rangkuman

1. Dua buah bangun geometri dikatakan kongruen satu sama lain apabila kedua bangun tersebut memiliki bentuk dan besar yang sama.
2. Sifat-sifat dua segitiga kongruen:
   a. Sifat refleksif

      Jika ABC adalah sebuah segitiga, maka $\Delta ABC \cong \Delta ABC$.

   b. Sifat simetris

      Jika $\Delta ABC \cong \Delta DEF$, maka $\Delta DEF \cong \Delta ABC$.

   c. Sifat transitif

      Jika $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ dan $\Delta DEF \cong \Delta GHI$, maka $\Delta ABC \cong \Delta GHI$.
3. Syarat-syarat dua segitiga kongruen:
   a. Postulat 1:

      Dalam ΔABC dan $\Delta A'B'C'$, jika $\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$, $\overline{AC} \cong \overline{A'C'}$, dan $\overline{BC} \cong \overline{B'C'}$, maka $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ (Postulat S S S).

   b. Postulat 2:

      Dalam ΔABC dan $\Delta A'B'C'$, jika $\overline{AC} \cong \overline{A'C'}$, $\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$, dan $\angle A \cong \angle A'$, maka $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ (Postulat S Sd S).

   c. Postulat 3:

      Dalam ΔABC dan $\Delta A'B'C'$, jika $\angle A \cong \angle A'$, $\angle B \cong \angle B'$, dan $\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$, maka $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ (Postulat Sd S Sd).

TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Pada ΔABC dan ΔDEF berlaku ABC $\leftrightarrow$ FED. Korespondensi satu-satu berikut benar, kecuali ...

   A. A $\leftrightarrow$ F, B $\leftrightarrow$ E, dan $\overline{AC} \leftrightarrow \overline{FD}$.

   B. B $\leftrightarrow$ E, $\overline{AB} \leftrightarrow \overline{FE}$, dan $\overline{AC} \leftrightarrow \overline{FD}$.

   C. B $\leftrightarrow$ E, C $\leftrightarrow$ D, dan $\overline{BC} \leftrightarrow \overline{ED}$.

   D. C $\leftrightarrow$ D, $\overline{AB} \leftrightarrow \overline{FE}$, dan $\overline{AC} \leftrightarrow \overline{FE}$.

2. Bila ΔFGH $\cong$ ΔIJK, maka tiga pasang sisi yang kongruen dari kedua segitiga tersebut adalah ...

   A. $\overline{GH} \cong \overline{JK}$, $\overline{FH} \cong \overline{IK}$, dan $\overline{FG} \cong \overline{KJ}$.

   B. $\overline{FH} \cong \overline{IK}$, $\overline{FG} \cong \overline{KJ}$, dan $\overline{GH} \cong \overline{JK}$.

   C. $\overline{FG} \cong \overline{IJ}$, $\overline{FH} \cong \overline{IK}$, dan $\overline{GH} \cong \overline{JK}$.

   D. $\overline{GH} \cong \overline{KI}$, $\overline{FG} \cong \overline{IJ}$, dan $\overline{FH} \cong \overline{IK}$.

3. Jika ΔABC $\cong$ ΔDEF dan ΔDEF $\cong$ ΔGHI, maka ΔABC $\cong$ ΔGHI. Sifat yang berlaku pada pernyataan tersebut adalah ...

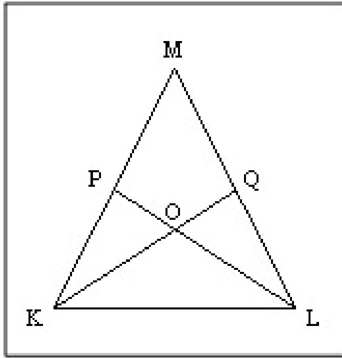
   A. Refleksif.

   B. Simetris.

   C. Transitif.

   D. Komutatif.

4. Pada ΔKLM diketahui bahwa $\overline{KM} \cong \overline{LM}$ dan $\overline{MP} \cong \overline{MQ}$.



Pasangan segitiga yang kongruen adalah ...

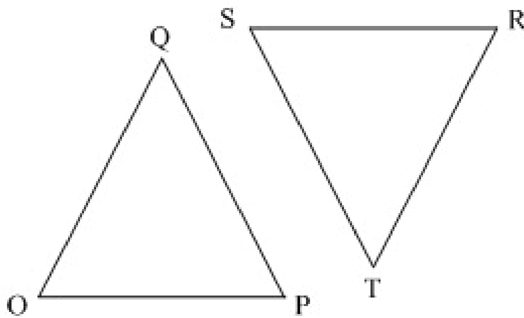
A. ΔKOP dan ΔLOQ.

B. ΔKQM dan ΔLPM.

C. ΔKLP dan ΔLKQ.

D. ΔKLM dan ΔKLO.

5. Diketahui ΔOPQ $\cong$ ΔRST.



Dengan menggunakan Postulat Sd S Sd, unsur-unsur yang berkorespondensi dari kedua segitiga berikut adalah kongruen, kecuali ...

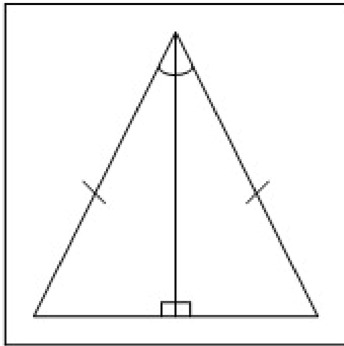
A. $\angle$R $\cong$ $\angle$O, $\overline{OP} \cong \overline{RS}$, dan $\angle$P $\cong$ $\angle$T.

B. $\angle$P $\cong$ $\angle$S, $\overline{PQ} \cong \overline{ST}$, dan $\angle$Q $\cong$ $\angle$T.

C. $\angle$Q $\cong$ $\angle$T, $\overline{QO} \cong \overline{TR}$, dan $\angle$O $\cong$ $\angle$R.

D. $\angle$O $\cong$ $\angle$R, $\overline{OP} \cong \overline{RS}$, dan $\angle$P $\cong$ $\angle$S.

6. Pasangan segitiga berikut dapat dibuktikan kongruen dengan menggunakan postulat ...



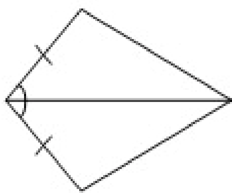
A. S S S dan S Sd S.

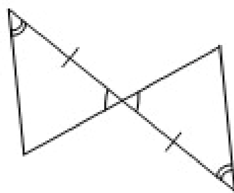
B. S Sd S dan Sd S Sd.

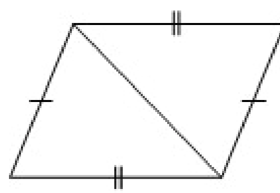
C. Sd S Sd dan S S S.

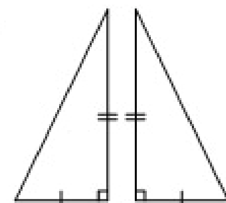
D. Semua benar.

7. Setiap unsur yang kongruen pada setiap pasang segitiga berikut diberi tanda yang sama. Pasangan manakah yang dapat dibuktikan kongruen dengan menggunakan Postulat S Sd S?


(a)


(b)


(c)


(d)

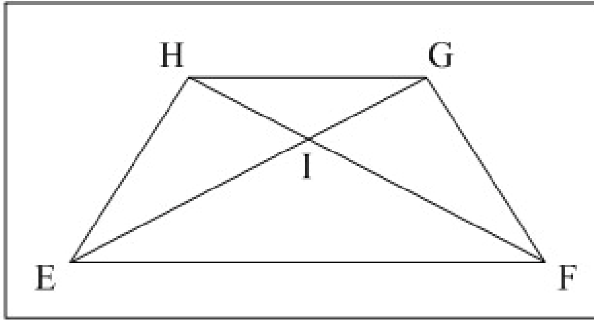
A. (a) dan (b).

B. (b) dan (c).

C. (c) dan (d)

D. (d) dan (a).

8. Diketahui trapesium sama kaki EFGH.



Diagonal-diagonal EG = FH, apabila dapat dibuktikan ...

A. ΔFGH $\cong$ ΔEHG.

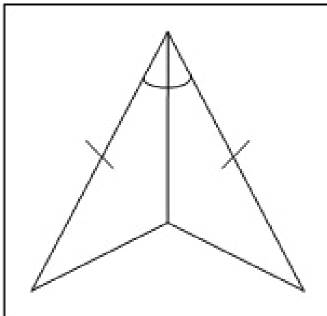
B. ΔEFH $\cong$ ΔFEG.

C. Pilihan A dan B benar.

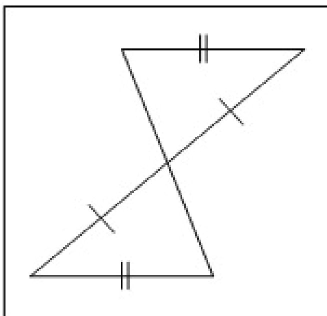
D. Pilihan A dan B salah.

9. Pasangan segitiga manakah yang dapat dibuktikan kongruen?

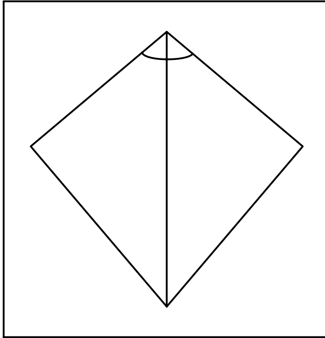
A.



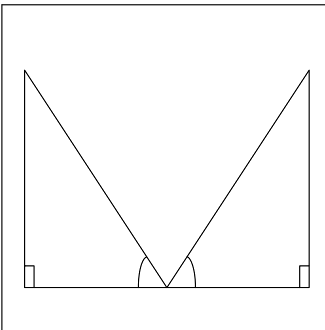
B.



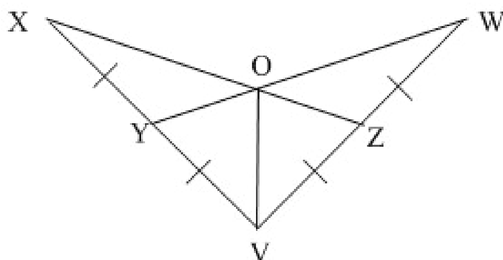
C.



D.



10. Perhatikan gambar berikut.



Dapat disimpulkan bahwa $\angle X \cong \angle W$, apabila dapat dibuktikan ...

A. $\Delta VWO \cong \Delta VXO$.

B. $\Delta ZWO \cong \Delta YXO$.

C. $\Delta VWY \cong \Delta VXZ$.

D. Semua benar.

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \text{x} 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90% -100% = baik sekali

80% - 89% = baik

70% - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Modul 7, Kegiatan Belajar 1. SELAMAT! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

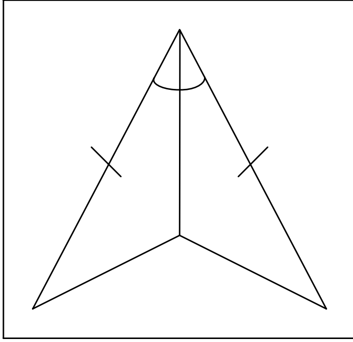
KUNCI JAWABAN TES FORMATIF

Tes Formatif 1

1. B. 67,5 cm.
2. C. Sawah berbentuk persegipanjang dengan ukuran 12 m x 34 m.
3. A. (a) dan (b).
4. B. 8 m.
5. C. Dua persegi.
6. C. 3 mm, 4 mm, dan 6 mm.
7. A. 1 : 8.
8. B. 30 cm.
9. D. Segitiga sama kaki yang besar salah satu sudutnya 50^0 dengan segitiga sama kaki yang besar salah satu sudutnya 60^0.
10. D. $\frac{5}{3}\sqrt{117}$ cm.

Tes Formatif 2

1. D. C $\leftrightarrow$ D, $\overline{AB} \leftrightarrow \overline{FE}$, dan $\overline{AC} \leftrightarrow \overline{FE}$.
2. C. $\overline{FG} \cong \overline{IJ}$, $\overline{FH} \cong \overline{IK}$, dan $\overline{GH} \cong \overline{JK}$.
3. C. Transitif.
4. B. ΔKQM dan ΔLPM.
5. A. $\angle$R $\cong$ $\angle$O, $\overline{OP} \cong \overline{RS}$, dan $\angle$P $\cong$ $\angle$T.
6. B. S Sd S dan Sd S Sd.
7. D. (d) dan (a).
8. C. Pilihan A dan B benar.
9. A.



10. D. Semua benar.

MODUL 7

TRANSFORMASI

Transformasi

Pendahuluan

Modul ini adalah modul ke-7 dalam mata kuliah Matematika. Isi modul ini membahas tentang transformasi.

Modul ini terdiri dari 2 kegiatan belajar. Pada kegiatan belajar 1 akan dibahas mengenai translasi dan refleksi. Terakhir, pada kegiatan belajar 2 akan dibahas mengenai rotasi dan dilatasi.

Setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat memahami konsep macam-macam transformasi yang terdiri dari refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi.

Secara khusus setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat:

1. membedakan suatu transformasi dengan transformasi lainnya
2. menentukan bayangan dari benda yang ditranslasikan
3. menentukan bayangan dari benda yang direfleksikan
4. menentukan bayangan dari benda yang dirotasikan
5. menentukan bayangan dari benda yang didilatasikan
6. menyelesaikan persoalan yang berhubungan dengan translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi

Petunjuk Belajar

1. Bacalah dengan cermat pendahuluan modul ini sehingga Anda memahami tujuan dan bagaimana mempelajari modul ini.
2. Bacalah uraian materi dalam modul ini, tandailah kata-kata penting yang merupakan kunci. Pahami setiap konsep dalam uraian materi dengan mempelajari contoh-contohnya.
3. Jika mengalami kesulitan dalam mempelajari modul ini, diskusikanlah dengan teman-teman Anda atau dengan tutor.
4. Pelajari sumber-sumber lain yang relevan untuk memperluas wawasan.
5. Kerjakan soal-soal latihan dalam modul ini tanpa melihat petunjuk jawaban latihan terlebih dahulu. Apabila mengalami kesulitan, barulah Anda melihat petunjuk jawaban latihan.
6. Kerjakan soal-soal tes formatif dan periksa tingkat kemampuan Anda dengan mencocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban tes formatif. Ulangilah pengerjaan tes formatif ini sampai Anda benar-benar dapat mengerjakan semua soal-soal tes formatif ini dengan benar.

Selamat Belajar, Semoga Sukses!

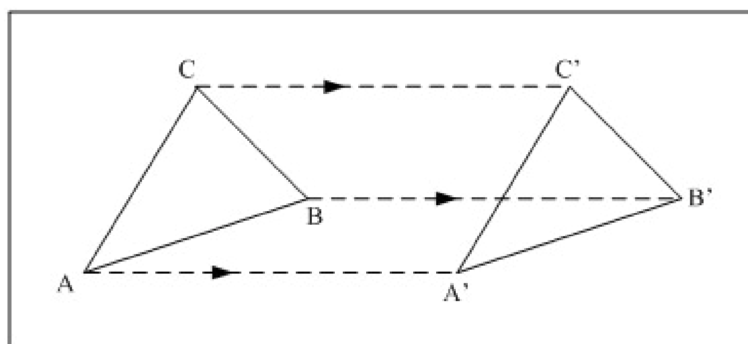
Translasi dan Refleksi

A. Translasi

(1) Pengertian Translasi

Pada gambar 7.1, tampak bahwa ΔABC digeser sepanjang garis lurus dengan arah dan jarak tertentu sedemikian hingga menjadi ΔA'B'C'. Pada pergeseran tersebut, ΔA'B'C' merupakan bayangan dari ΔABC. Pergeseran yang memindahkan ΔABC menjadi ΔA'B'C' dapat diwakili oleh ruas garis-ruas garis berarah $\overrightarrow{AA'}$ atau $\overrightarrow{BB'}$ atau $\overrightarrow{CC'}$.

Perhatikan gambar 7.1, tampak bahwa AA' = BB' = CC' sehingga ΔA'B'C' kongruen (sama bentuk dan ukuran) dengan ΔABC. Pergeseran seperti ini, yang memindahkan semua titik pada sebuah bangun geometri sepanjang garis lurus dengan arah dan jarak tertentu, serta bayangannya kongruen dengan bangun semula dinamakan *translasi*.

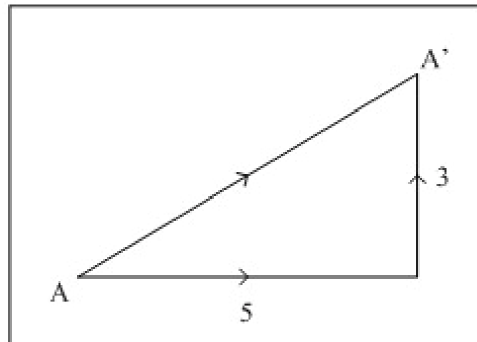


Gambar 7.1

(2) Notasi dengan Pasangan Bilangan

Suatu translasi dapat dinyatakan dengan menggunakan suatu pasangan bilangan $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$, dengan a mewakili pergeseran arah horisontal dan b mewakili pergeseran arah vertikal.

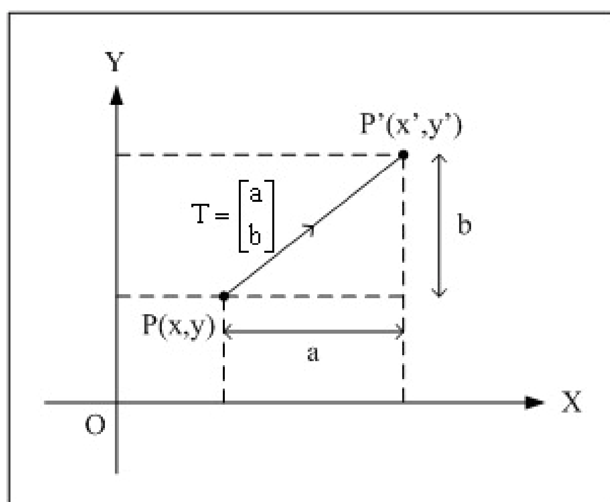
Pada gambar 7.2, tampak bahwa ruas garis berarah $\overrightarrow{AA'}$ memperlihatkan sebuah translasi yang memindahkan titik A ke titik A'. Pergeseran titik A ke titik A' dilakukan dengan cara menggeser 5 satuan ke kanan dilanjutkan 3 satuan ke atas. Translasi $\overrightarrow{AA'}$ tersebut dinyatakan dalam bentuk $\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$, atau secara singkat ditulis: $\overrightarrow{AA'} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$.



Gambar 7.2

(3) Menentukan Bayangan Titik oleh Translasi Tertentu

Pada gambar 7.3 tampak sebuah titik P(x,y) yang ditranslasikan oleh $T = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ sehingga bayangannya adalah P'(x',y').



Gambar 7.3

Kemudian kita cari hubungan antara x, y, x’, y’, a, dan b, hasilnya adalah sebagai berikut.

$x' = x + a$

$y' = y + b$

Sehingga titik P(x,y) berturut-turut diganti oleh x + a dan y + b. Oleh karena itu, koordinat titik P’(x’,y’) menjadi P’(x + a,y + b).

<u>Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa</u>:

Pada tranlasi T = $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$, bayangan titik P(x,y) adalah P’(x + a,y + b).

Agar Anda lebih jelas mengenai menentukan bayangan titik oleh tranlasi tertentu, berikut diberikan contoh.

Contoh 1:

Tentukanlah bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6) oleh translasi

T = $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$.

Penyelesaian:

- Bayangan P(-2,3) oleh translasi T = $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ adalah P(-2+(-2),3+3) = P'(-4,6).
- Bayangan Q(3,3) oleh translasi T = $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ adalah P(3+(-2),3+3) = Q'(1,6).
- Bayangan R(3,6) oleh translasi T = $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ adalah P(3+(-2),6+3) = R'(1,9).

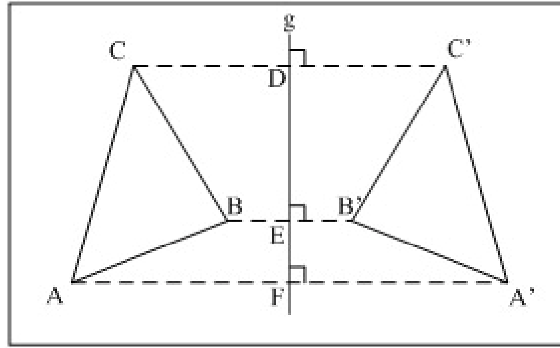
Jadi, bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6) oleh translasi T = $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ adalah titik-titik P'(-4,6), Q'(1,6), dan R'(1,9).

B. Refleksi

(1) Pengertian Refleksi

Pada gambar 7.5, tampak bahwa ΔABC dicerminkan terhadap garis g sehingga menjadi ΔA'B'C'. Garis g dinamakan sumbu simetri atau garis invarian (tetap).

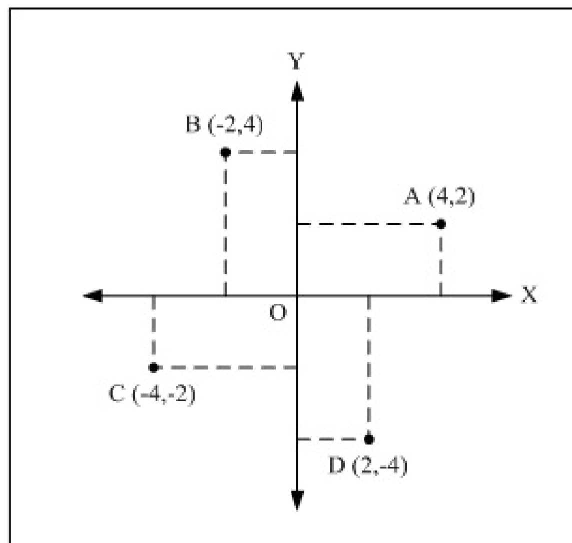
Perhatikan gambar 7.5. Titik-titik A, B, dan C pada ΔABC dicerminkan menjadi titik-titik A', B', dan C' dengan arah tegak lurus terhadap garis g, dengan AF = FA', BE = EB' dan CD = DC', sehingga diperoleh bayangannya ΔA'B'C' yang kongruen (sama bentuk dan ukuran) dengan ΔABC. Pencerminan seperti ini, yang memindahkan semua titik pada sebuah bangun geometri terhadap suatu garis tertentu, serta bayangannya kongruen dengan bangun semula dinamakan *refleksi*.



Gambar 7.5

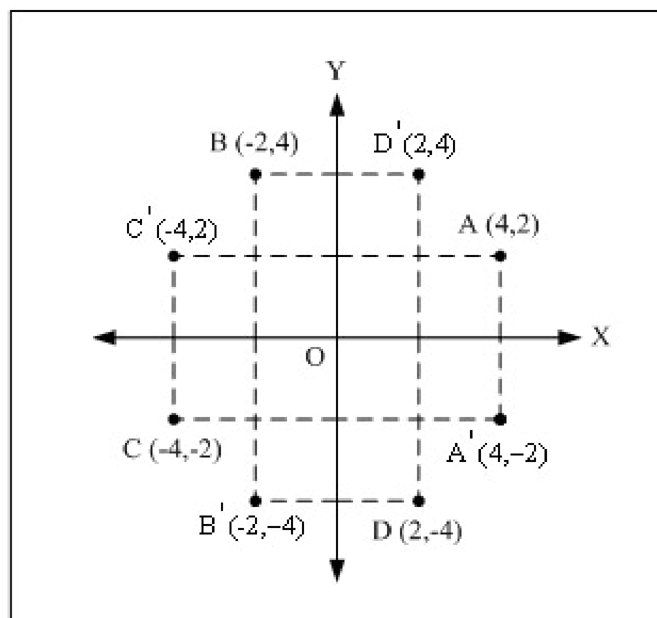
(2) Refleksi terhadap Sumbu X

Pada gambar 7.6 terlihat 4 buah titik yang diketahui pasangan koordinatnya, yaitu titik-titik A (4,2), B (-2,4), C (-4,-2), dan D (2,-4).



Gambar 7.6

Kemudian kita tentukan bayangan dari titik-titik A (4,2), B (-2,4), C (-4,-2), dan D (2,-4) pada refleksi (pencerminan) terhadap sumbu X, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut.



Gambar 7.7

Bayangan dari titik-titik A (4,2), B (-2,4), C (-4,-2), dan D (2,-4) pada refleksi (pencerminan) terhadap sumbu X adalah A′(4,-2), B′(-2,-4), C′(-4,2), dan D′(2,4). Dari hasil tersebut diperoleh bahwa koordinat x dari titik yang dicerminkan terhadap sumbu X sama dengan koordinat x dari bayangannnya, sedangkan koordinat y dari titik yang dicerminkan terhadap sumbu X sama dengan negatif dari koordinat y dari bayangannnya.

Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa:

Pada refleksi terhadap sumbu X, bayangan titik P(a,b) adalah P'(a,-b).

Agar Anda lebih jelas mengenai refleksi terhadap sumbu X, berikut diberikan contoh.

Contoh 2:

Tentukanlah bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6), jika dicerminkan terhadap sumbu X.

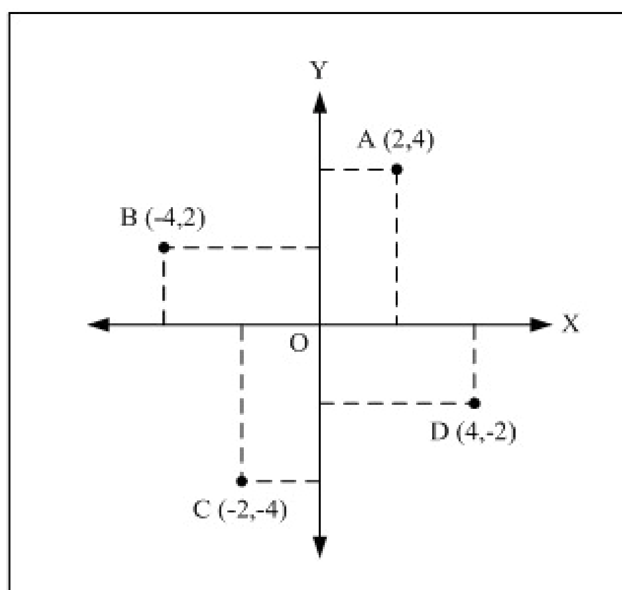
Penyelesaian:

- Bayangan dari P(-2,3) jika dicerminkan terhadap sumbu X adalah P'(-2,-3).
- Bayangan dari Q(3,3) jika dicerminkan terhadap sumbu X adalah Q'(3,-3).
- Bayangan dari R(3,6) jika dicerminkan terhadap sumbu X adalah R'(3,-6).

Jadi, bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6), jika dicerminkan terhadap sumbu X adalah titik-titik P'(-2,-3), Q'(3,-3), dan R'(3,-6).

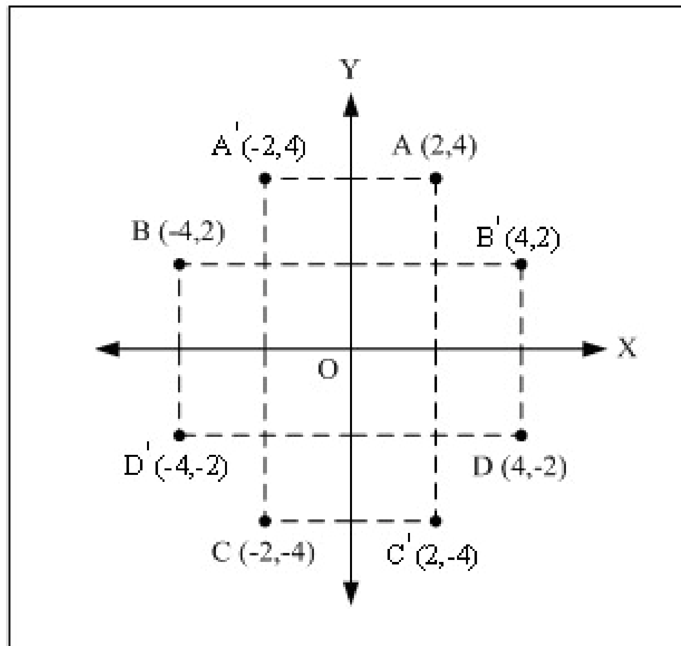
(3) Refleksi terhadap Sumbu Y

Pada gambar 7.8 terlihat 4 buah titik yang diketahui pasangan koordinatnya, yaitu titik-titik A (2,4), B (-4,2), C (-2,-4), dan D (4,-2).



Gambar 7.8

Kemudian kita tentukan bayangan dari titik-titik A (2,4), B (-4,2), C (-2,-4), dan D (4,-2) pada refleksi (pencerminan) terhadap sumbu Y, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut.



Gambar 7.9

Bayangan dari titik-titik A (2,4), B (-4,2), C (-2,-4), dan D (4,-2) pada refleksi (pencerminan) terhadap sumbu Y adalah A'(-2,4), B'(-4,2), C'(-2,-4), dan D'(-4,-2). Dari hasil tersebut diperoleh bahwa koordinat y dari titik yang dicerminkan terhadap sumbu Y sama dengan koordinat y dari bayangannnya, sedangkan koordinat x dari titik yang dicerminkan terhadap sumbu Y sama dengan negatif dari koordinat x dari bayangannnya.

<u>Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa</u>:

Pada refleksi terhadap sumbu Y, bayangan titik P(a,b) adalah P'(-a,b).

Agar Anda lebih jelas mengenai refleksi terhadap sumbu Y, berikut diberikan contoh.

Contoh 3:

Tentukanlah bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6), jika dicerminkan terhadap sumbu Y.

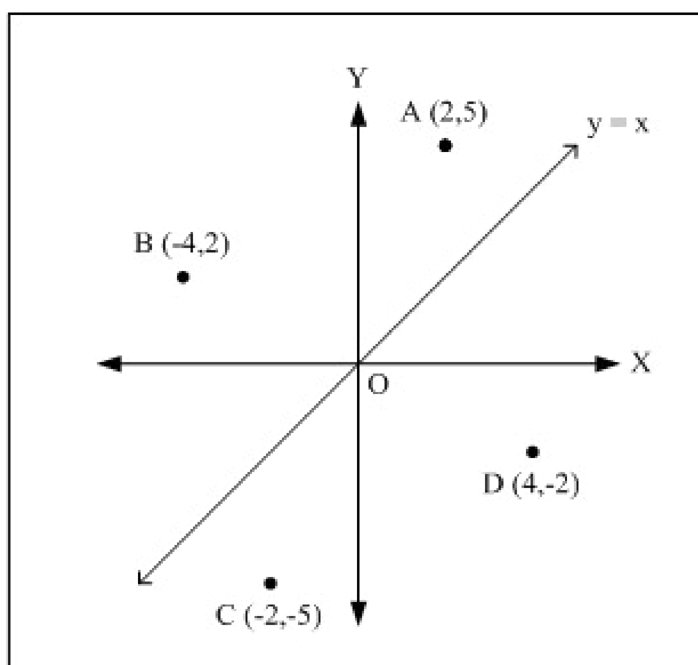
Penyelesaian:

- Bayangan dari P(-2,3) jika dicerminkan terhadap sumbu Y adalah P'(2,3).
- Bayangan dari Q(3,3) jika dicerminkan terhadap sumbu Y adalah Q'(-3,3).
- Bayangan dari R(3,6) jika dicerminkan terhadap sumbu Y adalah R'(-3,6).

Jadi, bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6), jika dicerminkan terhadap sumbu Y adalah titik-titik P'(2, 3), Q'(-3,3), dan R'(-3,6).

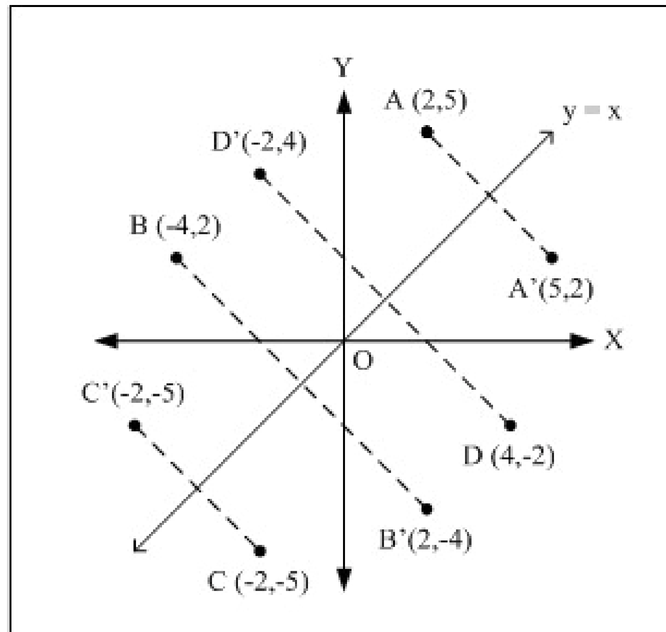
(4) Refleksi terhadap Garis y = x

Pada gambar 7.10 terlihat 4 buah titik yang diketahui pasangan koordinatnya, yaitu titik-titik A (2,5), B (-4,2), C (-2,-5), dan D (4,-2).



Gambar 7.10

Kemudian kita tentukan bayangan dari titik-titik A (2,5), B (-4,2), C (-2,-5), dan D (4,-2) pada refleksi (pencerminan) terhadap garis y = x, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut.



Gambar 7.11

Bayangan dari titik-titik A (2,5), B (-4,2), C (-2,-5), dan D (4,-2) pada refleksi (pencerminan) terhadap terhadap garis y = x adalah A'(5,2), B'(2,-4), C'(-2,--5), dan D'(-2,4). Dari hasil tersebut diperoleh bahwa koordinat x pada suatu titik yang dicerminkan menjadi koordinat y pada bayangannya, sedangkan koordinat y pada suatu titik yang dicerminkan menjadi koordinat x pada bayangannya.

<u>Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa</u>:
Pada refleksi terhadap garis y = x, bayangan titik P(a,b) adalah P'(b,a).

Agar Anda lebih jelas mengenai refleksi terhadap garis y = x, berikut diberikan contoh.

Contoh 4:

Tentukanlah bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6), jika dicerminkan terhadap garis y = x.

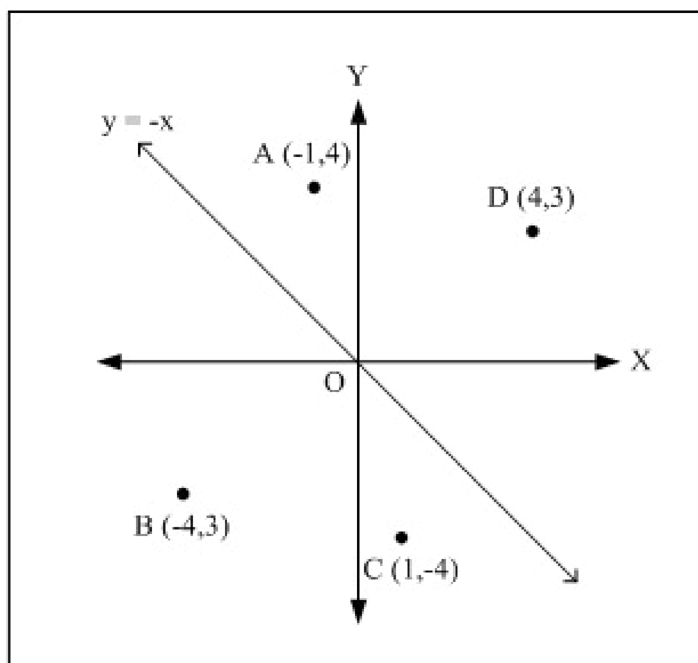
Penyelesaian:

- Bayangan dari P(-2,3) jika dicerminkan terhadap garis y = x adalah P'(3,-2).
- Bayangan dari Q(3,3) jika dicerminkan terhadap garis y = x adalah Q'(3,3).
- Bayangan dari R(3,6) jika dicerminkan terhadap garis y = x adalah R'(6,3).

Jadi, bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6), jika dicerminkan terhadap garis y = x adalah titik-titik P'(3, -2), Q'(3,3), dan R'(6,3).

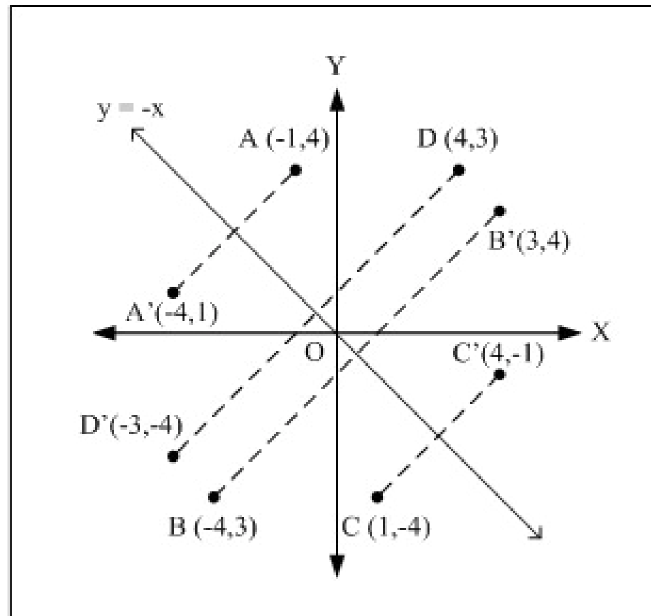
(5) Refleksi terhadap Garis y = -x

Pada gambar 7.12 terlihat 4 buah titik yang diketahui pasangan koordinatnya, yaitu titik-titik A (-1,4), B (-4,3), C (1,-4), dan D (4,3).



Gambar 7.12

Kemudian kita tentukan bayangan dari titik-titik A (-1,4), B (-4,3), C (1,-4), dan D (4,3) pada refleksi (pencerminan) terhadap garis y = -x, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut.



Gambar 7.13

Bayangan dari titik-titik A (-1,4), B (-4,3), C (1,-4), dan D (4,3) pada refleksi (pencerminan) terhadap terhadap garis y = x adalah A'(-4,1), B'(3,4), C'(4,-1), dan D'(-3,-4). Dari hasil tersebut diperoleh bahwa koordinat x pada suatu titik yang dicerminkan menjadi negatif dari koordinat y pada bayangannya, sedangkan koordinat y pada suatu titik yang dicerminkan menjadi negatif dari koordinat x pada bayangannya.

<u>Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa</u>:

Pada refleksi terhadap garis y = -x, bayangan titik P(a,b) adalah P'(-b,-a).

Agar Anda lebih jelas mengenai refleksi terhadap garis y = -x, berikut diberikan contoh.

Contoh 5:

Tentukanlah bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6), jika dicerminkan terhadap garis y = -x.

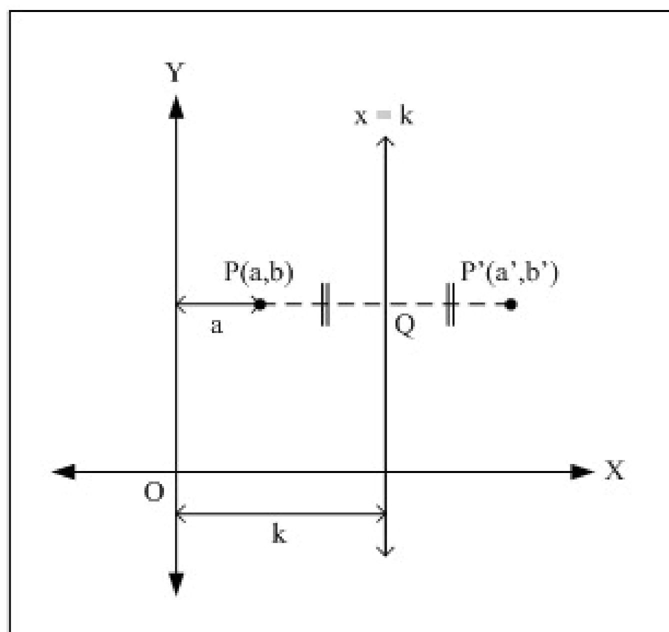
Penyelesaian:

- Bayangan dari P(-2,3) jika dicerminkan terhadap garis y = -x adalah P'(-3,2).
- Bayangan dari Q(3,3) jika dicerminkan terhadap garis y = x adalah Q'(-3,-3).
- Bayangan dari R(3,6) jika dicerminkan terhadap garis y = x adalah R'(-6,-3).

Jadi, bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6), jika dicerminkan terhadap garis y = x adalah titik-titik P'(-3,2), Q'(-3,-3), dan R'(-6,-3).

(6) Refleksi terhadap Garis x = k

Pada gambar 7.14 tampak sebuah titik P(a,b) yang direfleksikan (dicerminkan) terhadap garis x = k sehingga bayangannya adalah P'(a',b').



Gambar 7.14

Kemudian kita cari hubungan antara a, b, a', b', dan k, hasilnya adalah sebagai berikut.

$a' = a + PP' \Leftrightarrow a' = a + PP'$

$\Leftrightarrow a' = a + 2PQ$

$\Leftrightarrow a' = a + 2(k - a)$

$\Leftrightarrow a' = a + 2k - 2a$

$\Leftrightarrow a' = 2k - a$

Selanjutnya, dari gambar 7.14 tampak jelas bahwa b' = b, sehingga titik P(a,b) berturut-turut diganti oleh 2k–a dan b. Oleh karena itu, koordinat titik P'(a',b') menjadi P'(2k–a,b).

Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa:
Pada refleksi terhadap garis x = k, bayangan titik P(a,b) adalah P'(2k-a,b).

Agar Anda lebih jelas mengenai refleksi terhadap garis x = k, berikut diberikan contoh.

Contoh 6:

Tentukanlah bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6), jika dicerminkan terhadap garis x = 5.

Penyelesaian:

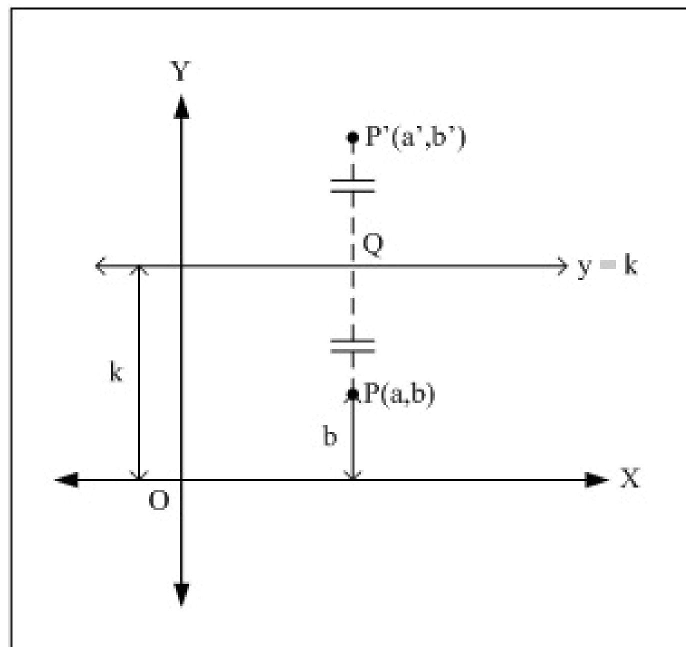
- Bayangan dari P(-2,3) jika dicerminkan terhadap garis x = 5 adalah P'(2(5)-(-2),3) = P'(12,3).
- Bayangan dari Q(3,3) jika dicerminkan terhadap garis x = 5 adalah Q'(2(5)-3,3) = Q'(7,3).
- Bayangan dari R(3,6) jika dicerminkan terhadap garis x = 5 adalah

R’(2(5)-3,6) = R’(7,6).

Jadi, bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6), jika dicerminkan terhadap garis x = 5 adalah titik-titik P’(12,3), Q’(7,3), dan R’(7,6).

(7) Refleksi terhadap Garis y = k

Pada gambar 7.15 terlihat sebuah titik P(a,b) yang direfleksikan (dicerminkan) terhadap garis y = k sehingga bayangannya adalah P’(a’,b’).



Gambar 7.15

Kemudian kita cari hubungan antara a, b, a’, b’, dan k, hasilnya adalah sebagai berikut.

$b' = b + PP' \Leftrightarrow b' = b + PP'$

$\Leftrightarrow b' = b + 2PQ$

$\Leftrightarrow b' = b + 2(k - b)$

$\Leftrightarrow b' = b + 2k - 2b$

$\Leftrightarrow b' = 2k - b$

Selanjutnya, dari gambar 7.15 tampak jelas bahwa a’ = a, sehingga titik P(a,b) berturut-turut diganti oleh a dan 2k-b. Oleh karena itu, koordinat titik P’(a’,b’) menjadi P’(a,2k-b).

Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa:
Pada refleksi terhadap garis y = k, bayangan titik P(a,b) adalah P’(a,2k-b).

Agar Anda lebih jelas mengenai refleksi terhadap garis y = k, berikut diberikan contoh.

Contoh 7:
Tentukanlah bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6), jika dicerminkan terhadap garis y = 3.

Penyelesaian:
- Bayangan dari P(-2,3) jika dicerminkan terhadap garis y = 4 adalah
  P’(-2,2(4)-3) = P’(-2,5).
- Bayangan dari Q(3,3) jika dicerminkan terhadap garis y = 4 adalah
  Q’(3,2(4)-3) = Q’(3,5).
- Bayangan dari R(3,6) jika dicerminkan terhadap garis y = 4 adalah
  R’(3,2(4)-6) = R’(3,2).

Jadi, bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6), jika dicerminkan terhadap garis y = 4 adalah titik-titik P’(-2,5), Q’(3,5), dan R’(3,2).

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Tentukan pasangan bilangan yang memindahkan titik V(2,3) ke titik W(5,6).

2. Titik U(1,2) ditranslasikan oleh $T_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ dilanjutkan oleh translasi $T_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}$.

   Tentukan bayangan titik tersebut.

3. Bayangan titik T(-3,2) pada pencerminan terhadap garis x = k adalah T'(5,2). Tentukan nilai k.

4. Titik Z(4,2) di cerminkan terhadap garis y = x dan bayangannya dicerminkan lagi terhadap sumbu Y. Tentukan bayangan terakhir dari titik Z.

5. Carilah bayangan titik H(-3,5) yang ditranslasilan oleh $T = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ dan bayangannya dicerminkan terhadap garis x = -4. Tentukan bayangan titik tersebut.

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. Bayangan V(2,3) oleh translasi $T = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ adalah W(2+a,3+b) = W(5,6). Diperoleh: 2 + a = 5 $\Leftrightarrow$ a = 3 dan 3 + b = 6 $\Leftrightarrow$ b = 3.

   Jadi, pasangan yang memindahkan titik V(2,3) ke titik W(5,6) adalah $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$.

2. Cara 1:

Bayangan U(1,2) oleh translasi $T_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ adalah U'(1+2,2+3) = U'(3,5).

Bayangan U'(3,5) oleh translasi $T_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}$ adalah U''(3+(-4),5+1) = U''(-1,6).

Jadi, bayangan titik tersebut adalah U''(-1,6).

Cara 2:

Translasi T_1 dilanjutkan translasi T_2 dapat diwakili oleh tanslasi tunggal T_2 o T_1 = $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+(-4) \\ 3+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$, sehingga bayangan U(1,2) oleh translasi T_2 o T_1 = $\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$ adalah U'(1 + (-2), 2 + 4)) = U'(-1,6).

Jadi, bayangan titik tersebut adalah U''(-1,6).

3. Pada pencerminan terhadap garis x = k, bayangan titik T(-3,2) adalah T'(2k-(-3),2) = T'(2k+3,2) = T'(5,2). Diperoleh: 2k + 3 = 5 $\Leftrightarrow$ k = 1.

   Jadi, nilai k adalah 1.

4. Pada pencerminan terhadap garis y = x, bayangan titik Z(4,2) adalah Z'(2,4). Pada pencerminan terhadap sumbu Y, bayangan titik Z'(2,4) adalah Z''(-2,4). Jadi, bayangan terakhir dari titik Z(4,2) adalah titik Z''(-2,4).

5. Bayangan titik H(-3,5) oleh tranlasi T=$\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ adalah H'(-3+2,5+(-3))=H'(-1,2).

   Bayangan titik H'(-1,2) pada pencerminan terhadap garis x = -4 adalah H''(2(-4)-(-1),2) = H''(-7,2).

   Jadi, bayangan titik H(-3,5) adalah H''(-7,2).

Rangkuman

1. Translasi atau pergeseran adalah pemindahan semua titik pada sebuah bangun geometri sepanjang garis lurus dengan arah dan jarak tertentu.
2. Suatu translasi dapat dinyatakan dengan menggunakan suatu pasangan bilangan $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$, dengan a mewakili pergeseran arah horisontal dan b mewakili pergeseran arah vertikal.
3. Pada tranlasi T = $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$, bayangan titik P(x,y) adalah P'(x + a,y + b).
4. Refleksi atau pencerminan adalah suatu transformasi yang memindahkan semua titik pada sebuah bangun geometri terhadap suatu garis tertentu.
5. Pada refleksi terhadap sumbu X, bayangan titik P(a,b) adalah P'(a,-b).
6. Pada refleksi terhadap sumbu Y, bayangan titik P(a,b) adalah P'(-a,b).
7. Pada refleksi terhadap garis y = x, bayangan titik P(a,b) adalah P'(b,a).
8. Pada refleksi terhadap garis y = -x, bayangan titik P(a,b) adalah P'(-b,-a).
9. Pada refleksi terhadap garis x = k, bayangan titik P(a,b) adalah P'(2k-a,b).
10. Pada refleksi terhadap garis y = k, bayangan titik P(a,b) adalah P'(a,2k-b).

TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Bayangan dari titik A(-5,3) oleh translasi T = $\begin{bmatrix} -2 \\ 6 \end{bmatrix}$ adalah ....

   A. (-9,7).

   B. (-7,9).

   C. (9,-7).

   D. (7,-9).

2. Titik (-4,7) ditranslasikan oleh $\begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$ dilanjutkan oleh $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$, maka bayangannya adalah ....

   A. (4,1).

   B. (1,4).

   C. (-1,4).

   D. (4,-1).

3. Pasangan bilangan yang memindahkan titik C(-1,4) ke titik D(7,3) adalah ....

   A. $\begin{bmatrix} 1 \\ -8 \end{bmatrix}$.

   B. $\begin{bmatrix} -8 \\ 1 \end{bmatrix}$.

   C. $\begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}$.

   D. $\begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}$.

4. Titik-titik G(-2,5) dan H(7,-3) dicerminkan terhadap garis y = -x, maka bayangannya masing-masing adalah ....
   A. (5,-2) dan (-3,7).
   B. (-3,7) dan (5,-2).
   C. (-5,2) dan (3,-7).
   D. (3,-7) dan (-5,2).

5. Bayangan titik J(-8,4) pada pencerminan terhadap garis y = k adalah T'(-8,-6). Nilai k adalah ....
   A. -1.
   B. 1.
   C. -2.
   D. 2.

6. Jika K(4,-5) berturut-turut dicerminkan terhadap garis x = -2 dan ditranslasikan oleh $\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$, maka bayangannya adalah ....
   A. (-4,2).
   B. (2,-4).
   C. (-4,-2).
   D. (-2,-4).

7. Titik R(x,y) ditranslasikan oleh $\begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$ ke R'(-7,3). Nilai x dan y masing-masing adalah ....
   A. -2 dan 3.
   B. -2 dan -3.
   C. -3 dan 2.
   D. -3 dan -2.

8. Titik P(x,y) di cerminkan terhadap garis y = 1, dilanjutkan dicerminkan terhadap garis y = 5 diperoleh bayangan P’’(-3,6). Maka koordinat titik P adalah ....
   A. (-3,2).
   B. (2,-3).
   C. (-3,-2).
   D. (-2,-3).

9. Jika titik L(5,7) dicerminkan terhadap garis y = x dan dilanjutkan terhadap sumbu X, maka bayangannya adalah ....
   A. (-5,7).
   B. (7,-5).
   C. (5,-7).
   D. (-7,5).

10. Koordinat bayangan titik O(-3,4) oleh pencerminan terhadap sumbu Y dilanjutkan dengan pencerminan terhadap sumbu X adalah ...
   A. (3,-4).
   B. (-4,3).
   C. (-3,4).
   D. (4,-3).

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \text{x} 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90% -100% = baik sekali

80% - 89% = baik

70% - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

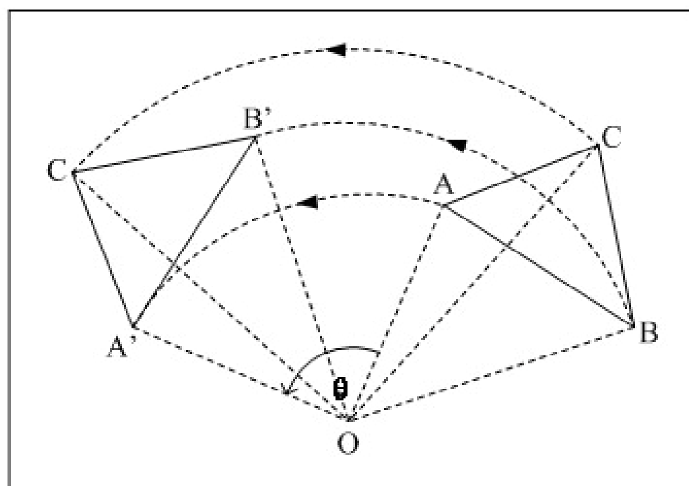
Rotasi dan Dilatasi

A. ROTASI

(1) Pengertian Rotasi

Pada gambar 7.16, tampak bahwa ΔABC diputar menjadi ΔA'B'C'. Setiap titik pada ΔABC diputar dalam arah yang sama, dengan besar sudut rotasi θ pada suatu titik O yang meyebabkan kedudukan segitiga berubah. Ukuran-ukuran sisi serta sudut segitiga tetap, sehingga ΔA'B'C' kongruen (sama bentuk dan ukuran) dengan ΔABC. Perputaran seperti ini, yang memindahkan semua titik pada bangun geometri yang masing-masing bergerak sepanjang busur lingkaran yang pusatnya adalah pusat perputaran sebesar suatu sudut tertentu dinamakan *rotasi*.

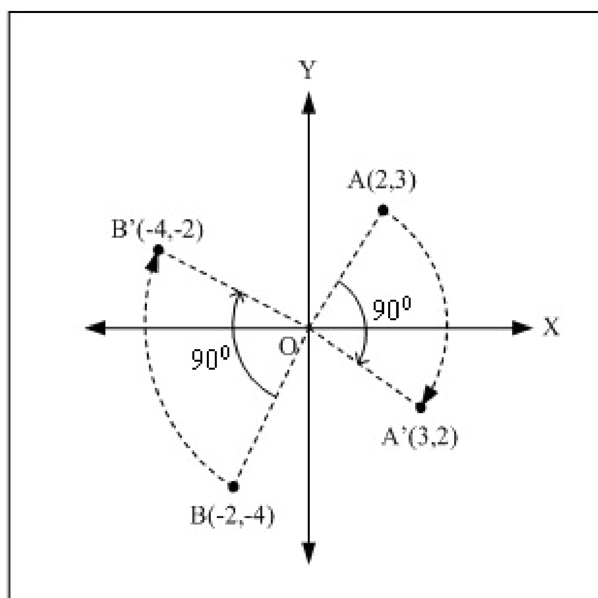
Rotasi ditentukan oleh tiga hal, yaitu titik pusat, besar sudut, dan arah sudut rotasi. Suatu rotasi dikatakan memiliki arah positif, jika rotasi itu berlawanan arah dengan arah putaran jarum jam. Sedangkan rotasi dikatakan memiliki arah negatif, jika rotasi itu searah dengan arah putaran jarum jam.



Gambar 7.16

(2) Rotasi terhadap Titik Pusat O(0,0) Sebesar 90^0 Searah Jarum Jam

Pada gambar 7.17 terlihat 2 buah titik yang diketahui pasangan koordinatnya, yaitu titik-titik A (2,3) dan B (-2,-4).



Gambar 7.17

Dari gambar yang tampak di atas diperoleh bahwa bayangan dari titik A(2,3) dan B(-2,-4) pada rotasi sebesar 90^0 searah jarum jam masing-masing adalah A'(3,2) dan B'(-4,-2).

Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa:
Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 searah jarum jam, bayangan titik P(a,b) adalah P'(b,-a).

Agar Anda lebih jelas mengenai rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 searah jarum jam, berikut diberikan contoh.

Contoh 1:

Tentukanlah bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6) pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 searah jarum jam.

Penyelesaian:

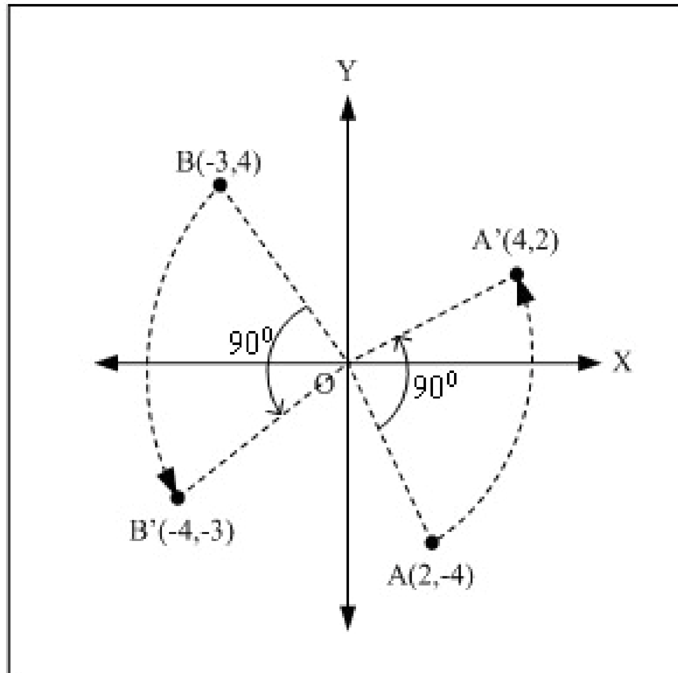
Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 searah jarum jam,

- Bayangan titik P(-2,3) adalah P'(3,2).
- Bayangan titik Q(3,3) adalah Q'(3,-3).
- Bayangan titik R(3,6) adalah R'(6,-3).

Jadi, bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6) pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 searah jarum jam adalah titik-titik P'(3,-2), Q'(3,-3), dan R'(6,-3).

(3) Rotasi terhadap Titik Pusat O(0,0) Sebesar 90^0 Berlawanan dengan Arah Jarum Jam

Pada gambar 7.18 terlihat 2 buah titik yang diketahui pasangan koordinatnya, yaitu titik-titik A (2,-4) dan B (-3, 4).



Gambar 7.18

Dari gambar yang tampak di atas diperoleh bahwa bayangan dari titik A(2,-4) dan B(-3,4) pada rotasi sebesar 90^0 berlawanan dengan arah jarum jam masing-masing adalah A'(4,2) dan B'(-4,3).

Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa:
Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 berlawanan dengan arah jarum jam, bayangan titik P(a,b) adalah P'(-b,a).

Agar Anda lebih jelas mengenai rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 berlawanan dengan arah jarum jam, berikut diberikan contoh.

Contoh 2:

Tentukanlah bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6) pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 berlawanan dengan arah jarum jam.

Penyelesaian:

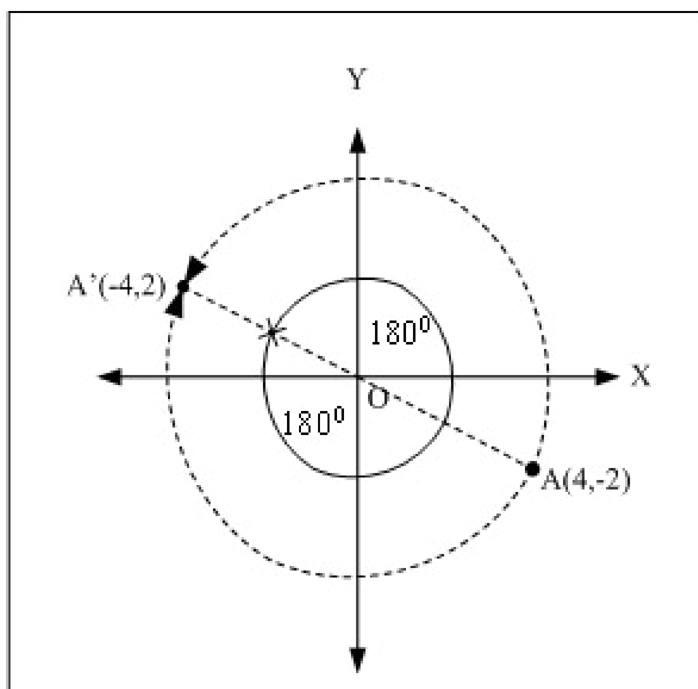
Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 berlawanan dengan arah jarum jam,

- Bayangan titik P(-2,3) adalah P'(-3,-2).
- Bayangan titik Q(3,3) adalah Q'(-3,3).
- Bayangan titik R(3,6) adalah R'(-6,3).

Jadi, bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6) pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 berlawanan dengan arah jarum jam adalah titik-titik P'(-3,-2), Q'(-3,3), dan R'(-6,3).

(4) Rotasi Terhadap Titik Pusat O(0,0) Sebesar 180^0 Searah atau Berlawanan dengan Arah Jarum Jam

Pada gambar 7.19 terlihat sebuah titik yang diketahui pasangan koordinatnya, yaitu titik-titik A (4,-2).



Gambar 7.19

Dari gambar yang tampak di atas diperoleh bahwa bayangan dari titik A(4,-2) pada rotasi sebesar 180^0 searah atau berlawanan dengan arah jarum jam adalah A'(-4,2).

Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa:
Pada rotasi terhadap pusat O(0,0) sebesar 180^0 searah atau berlawanan dengan arah jarum jam, bayangan titik P(a,b) adalah P'(-a,-b).

Agar Anda lebih jelas mengenai rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 180^0 searah atau berlawanan dengan arah jarum jam, berikut diberikan contoh.

Contoh 3:

Tentukanlah bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6) pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 180^0 berlawanan dengan arah jarum jam.

Penyelesaian:

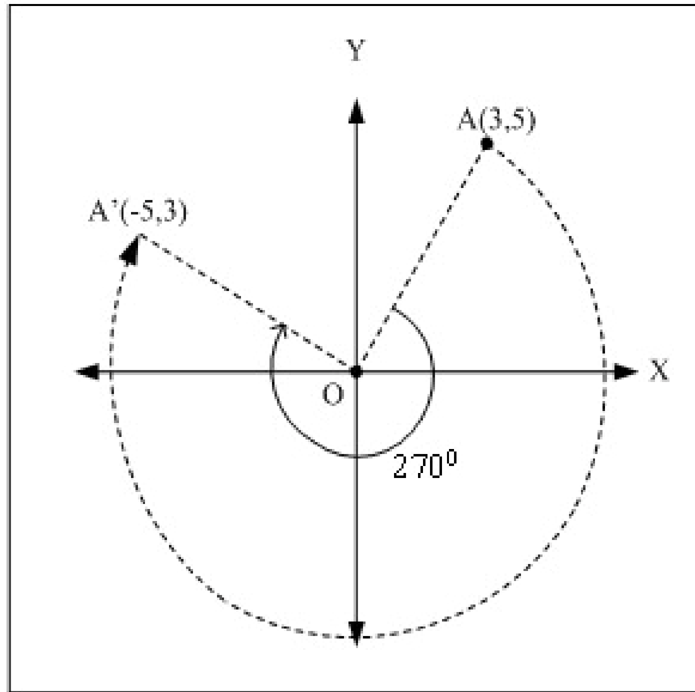
Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 180^0 berlawanan dengan arah jarum jam,

- Bayangan titik P(-2,3) adalah P'(2,-3).
- Bayangan titik Q(3,3) adalah Q'(-3,-3).
- Bayangan titik R(3,6) adalah R'(-3,-6).

Jadi, bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6) pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 180^0 berlawanan dengan arah jarum jam adalah titik-titik P'(2,-3), Q'(-3,-3), dan R'(-3,-6).

(5) Rotasi terhadap Titik Pusat O(0,0) Sebesar 270^0 Searah Jarum Jam

Pada gambar 7.20 terlihat sebuah titik yang diketahui pasangan koordinatnya, yaitu titik-titik A (4,-2).



Gambar 7.20

Dari gambar yang tampak di atas diperoleh bahwa bayangan dari titik A(3,5) pada rotasi sebesar 180^0 searah jarum jam adalah A'(-5,3).

Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa:
Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270^0 searah jarum jam, bayangan titik P(a,b) adalah P'(-b,a).

Agar Anda lebih jelas mengenai rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270^0 searah jarum jam, berikut diberikan contoh.

Contoh 4:
Tentukanlah bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6) pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270^0 searah arah jarum jam.

Penyelesaian:

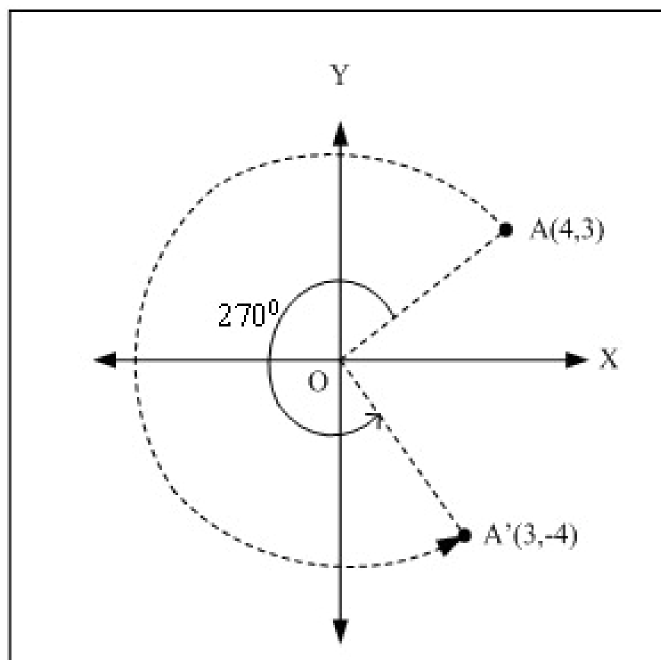
Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270^0 searah arah jarum jam,

- Bayangan titik P(-2,3) adalah P'(-3, 2).
- Bayangan titik Q(3,3) adalah Q'(-3,3).
- Bayangan titik R(3,6) adalah R'(-6,3).

Jadi, bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6) pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270^0 searah jarum jam adalah titik-titik P'(-3,2), Q'(-3,3), dan R'(-6,3).

(6) Rotasi terhadap Titik Pusat O(0,0) Sebesar 270^0 Berlawanan dengan Arah Jarum Jam

Pada gambar 7.21 terlihat sebuah titik yang diketahui pasangan koordinatnya, yaitu titik-titik A (4,3).



Gambar 7.21

Dari gambar yang tampak di atas diperoleh bahwa bayangan dari titik A(4,3) pada rotasi sebesar 270^0 berlawanan dengan arah jarum jam adalah A'(3,-4).

Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa:
Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270^0 berlawanan dengan arah jarum jam, bayangan titik P(a,b) adalah P'(b,-a).

Agar Anda lebih jelas mengenai rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270^0 berlawanan dengan arah jarum jam, berikut diberikan contoh.

Contoh 5:
Tentukanlah bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6) pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270^0 berlawanan dengan arah jarum jam.

Penyelesaian:
Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270^0 berlawanan dengan arah jarum jam,

- Bayangan titik P(-2,3) adalah P'(3, 2).
- Bayangan titik Q(3,3) adalah Q'(3,-3).
- Bayangan titik R(3,6) adalah R'(6,-3).

Jadi, bayangan dari titik-titik P(-2,3), Q(3,3), dan R(3,6) pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270^0 berlawanan dengan arah jarum jam adalah titik-titik P'(3,2), Q'(3,-3), dan R'(6,-3).

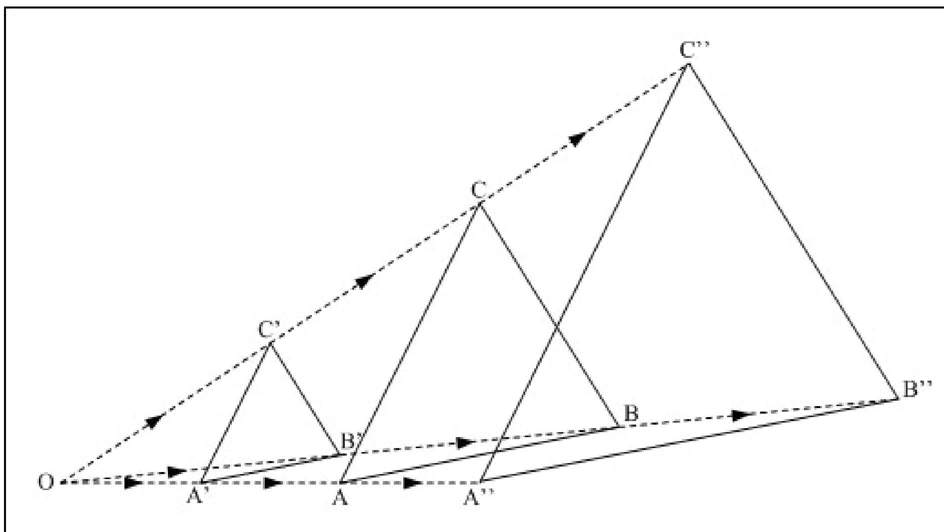
B. Dilatasi

(1) Pengertian Dilatasi

Pada gambar 7.22, tampak bahwa ΔABC dari titik O diperkecil menjadi ΔA'B'C', dengan panjang sisi dan luas ΔABC diperkecil, sedangkan ukuran-ukuran

sudut dan bentuk ΔABC tidak berubah. Pada gambar 7.22 juga tampak bahwa ΔABC dari titik O diperbesar menjadi ΔA''B''C'', dengan panjang sisi dan luas ΔABC diperbesar, sedangkan ukuran-ukuran sudut dan bentuk ΔABC tidak berubah. Sehingga diperoleh ΔA'B'C' dan ΔA''B''C'' masing-masing sebangun (sama bentuk dan ukuran sudut) dengan ΔABC.

Pengecilan dan pembesaran seperti ini, yang mengubah ukuran bangun geometri tetapi tidak mengubah bentuk dan ukuran sudut bangun geometri disebut *dilatasi*.



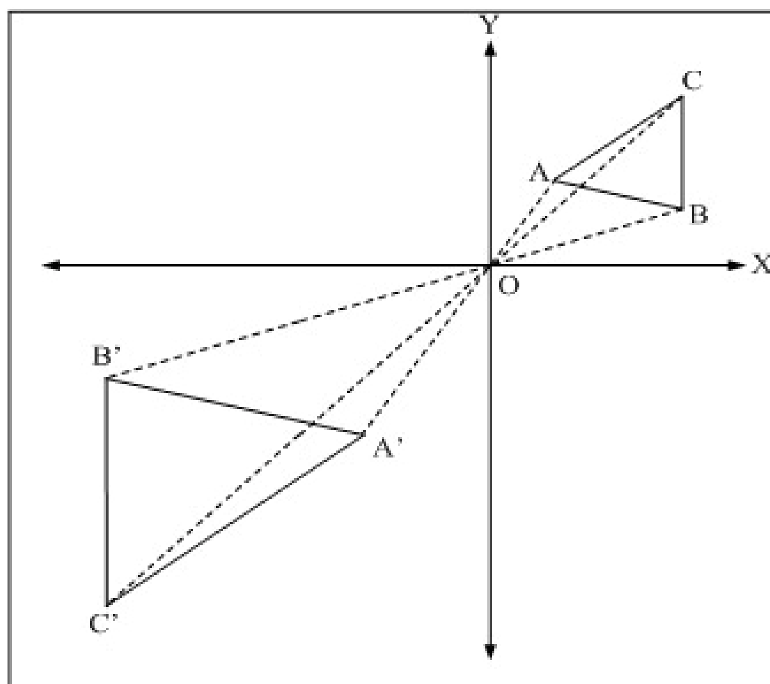
Gambar 7.22

Dilatasi ditentukan oleh dua hal, yaitu pusat dan faktor skala dilatasi. Pusat dari sebuah dilatasi adalah sebuah titik, sedangkan faktor skala merupakan sebuah bilangan k yang dibagi menjadi 6 kelompok, yaitu: $k < -1$, $-1 < k < 0$, $0 < k < 1$, $k > 1$, $k = -1$, dan $k = 1$. Dilatasi yang bertitik pusat O(0,0) dan faktor skalanya k ditulis [0,k].

(2) Dilatasi terhadap Titik Pusat O(0,0) dengan Faktor Skala k < -1

Gambar 7.23, memperlihatkan bahwa pada dilatasi [0,-2], bayangan dari ΔABC adalah ΔA'B'C'. Dari gambar tersebut terlihat bahwa panjang sisi-sisi dari

ΔA’B’C’ adalah 2 kali dari panjang sisi-sisi yang bersesuaian pada ΔABC. Ini berarti bahwa pada dilatasi [0,-2], bayangan dari sebuah bangun besarnya 2 kali dari bangun semula. Selain itu terlihat pula bahwa pada dilatasi dengan faktor skala k = -2 (negatif), bayangan ΔA’B’C’ terletak berlainan pihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula ΔABC.



Gambar 7.23

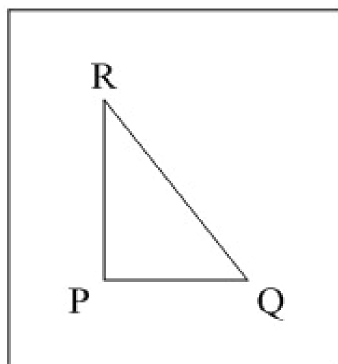
<u>Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa</u>:

Pada dilatasi [0,k] dengan k < -1, bayangan sebuah bangun lebih besar dan terletak berlainan pihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula.

Agar Anda lebih jelas mengenai dilatasi terhadap titik pusat O(0,0) dengan faktor skala k < -1, berikut diberikan contoh.

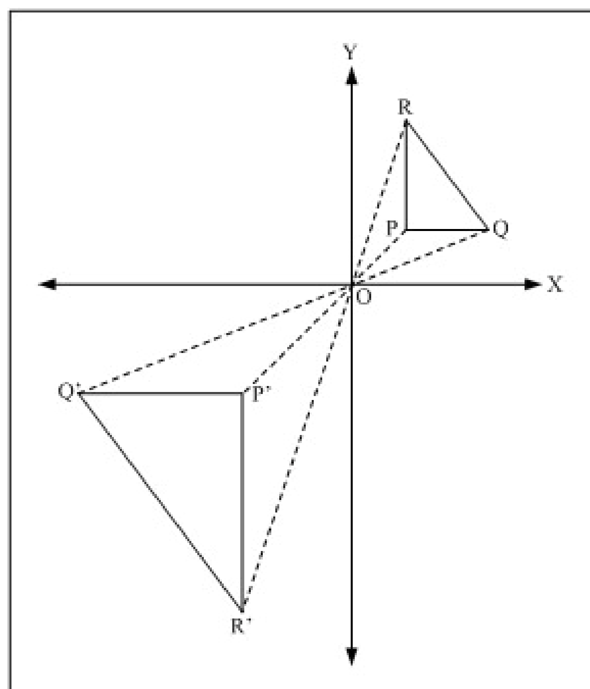
Contoh 6:

Salinlah bangun geometri berikut, kemudian gambarlah bayangannya pada dilatasi [0,-2].



Gambar 7.24

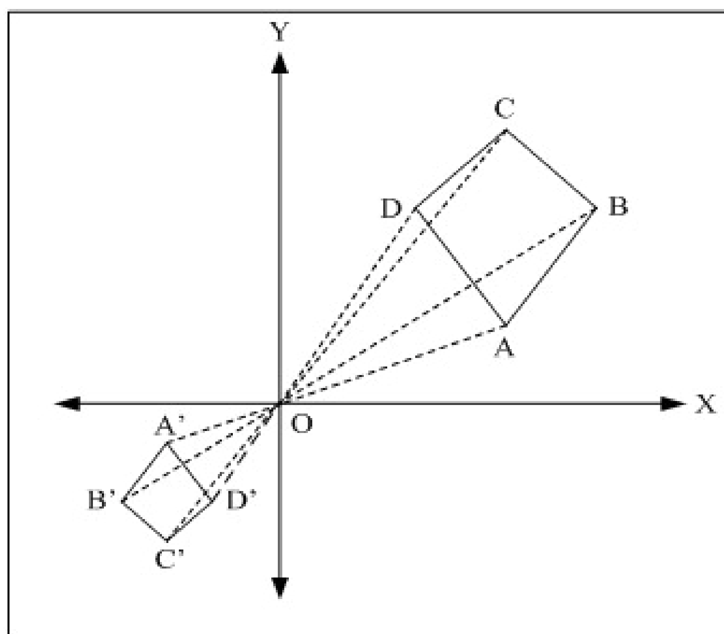
Penyelesaian:



Gambar 7.25

(3) Dilatasi terhadap Titik Pusat O(0,0) dengan Faktor Skala -1 < k < 0

Gambar 7.26, memperlihatkan bahwa pada dilatasi $[0,-\frac{1}{2}]$, bayangan dari segiempat ABCD adalah segiempat A'B'C'D'. Dari gambar tersebut terlihat bahwa panjang sisi-sisi dari segiempat A'B'C'D' adalah $\frac{1}{2}$ kali dari panjang sisi-sisi yang bersesuaian pada segiempat ABCD. Ini berarti bahwa pada dilatasi $[0,-\frac{1}{2}]$, bayangan dari sebuah bangun besarnya $\frac{1}{2}$ kali dari bangun semula. Selain itu terlihat pula bahwa pada dilatasi dengan faktor skala k = $-\frac{1}{2}$ (negatif), bayangan segiempat A'B'C'D' terletak berlainan pihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula segiempat ABCD.



Gambar 7.26

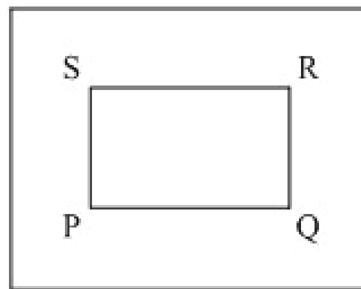
<u>Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa</u>:

Pada dilatasi [0,k] dengan -1 < k < 0, bayangan sebuah bangun lebih kecil dan terletak berlainan pihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula.

Agar Anda lebih jelas mengenai dilatasi terhadap titik pusat O(0,0) dengan faktor skala -1 < k < 0, berikut diberikan contoh.

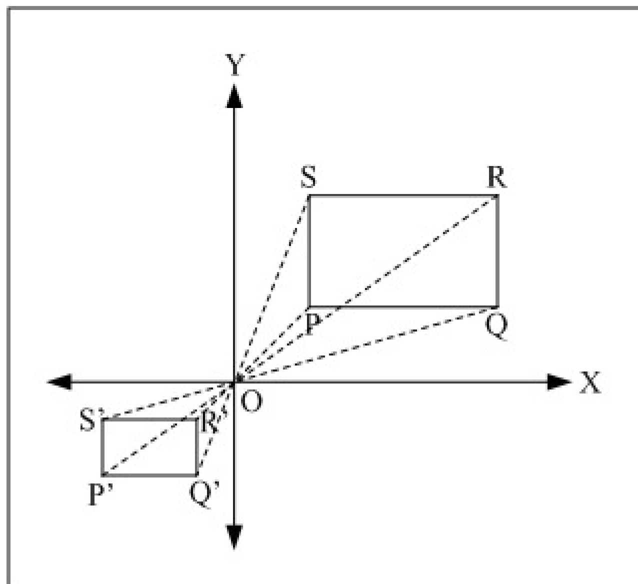
Contoh 7:

Salinlah bangun geometri berikut, kemudian gambarlah bayangannya pada dilatasi $[0,-\frac{1}{2}]$.



Gambar 7.27

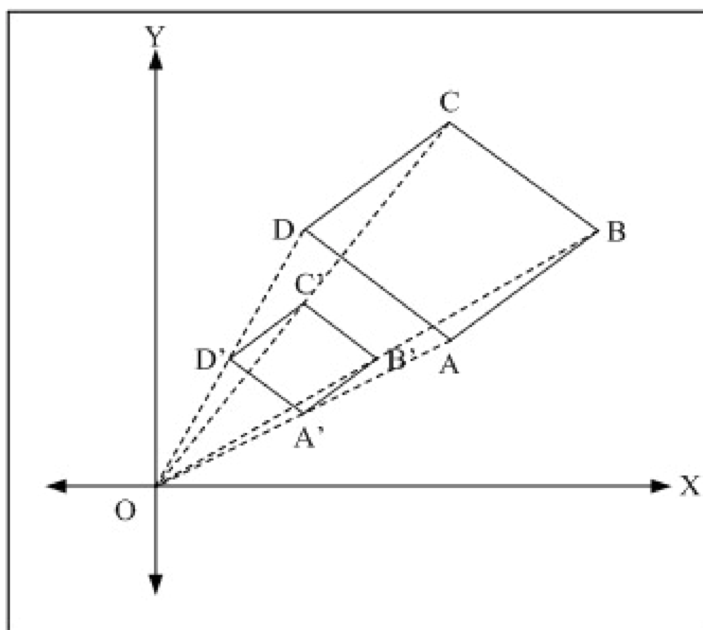
Penyelesaian:



Gambar 28

(4) Dilatasi terhadap Titik Pusat O(0,0) dengan Faktor Skala 0 < k < 1

Gambar 7.29, memperlihatkan bahwa pada dilatasi $[0, \frac{1}{2}]$, bayangan dari segiempat ABCD adalah segiempat A'B'C'D'. Dari gambar tersebut terlihat bahwa panjang sisi-sisi dari segiempat A'B'C'D' adalah $\frac{1}{2}$ kali dari panjang sisi-sisi yang bersesuaian pada segiempat ABCD. Ini berarti bahwa pada dilatasi $[0, \frac{1}{2}]$, bayangan dari sebuah bangun besarnya $\frac{1}{2}$ kali dari bangun semula. Selain itu terlihat pula bahwa pada dilatasi dengan faktor skala k = $\frac{1}{2}$ (positif), bayangan segiempat A'B'C'D' terletak sepihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula segiempat ABCD.



Gambar 7.29

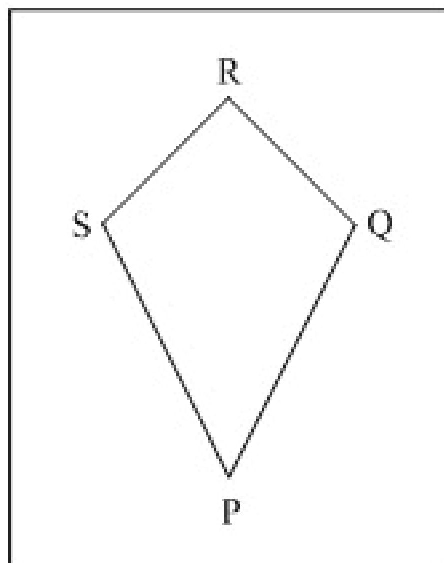
Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa:

Pada dilatasi [0,k] dengan 0 < k < 1, bayangan sebuah bangun lebih kecil dan terletak sepihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula.

Agar Anda lebih jelas mengenai dilatasi terhadap titik pusat O(0,0) dengan faktor skala 0 < k < 1, berikut diberikan contoh.

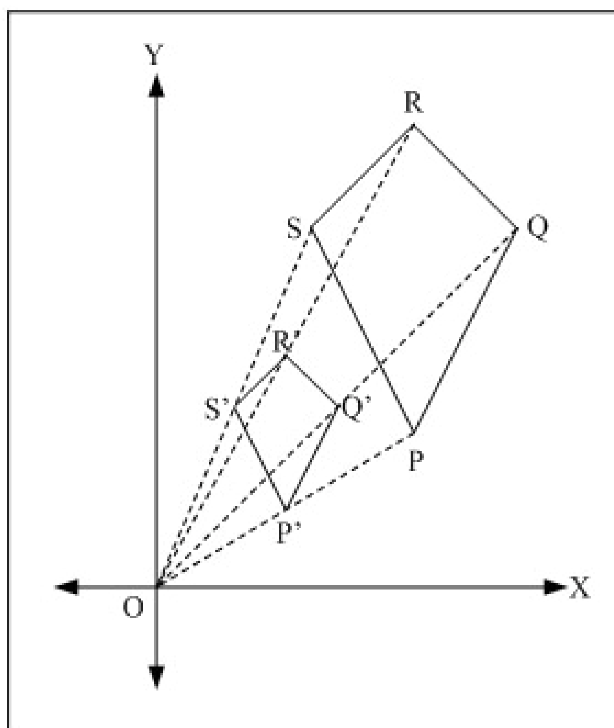
Contoh 8:

Salinlah bangun geometri berikut, kemudian gambarlah bayangannya pada dilatasi [0, $\frac{1}{2}$].



Gambar 7.30

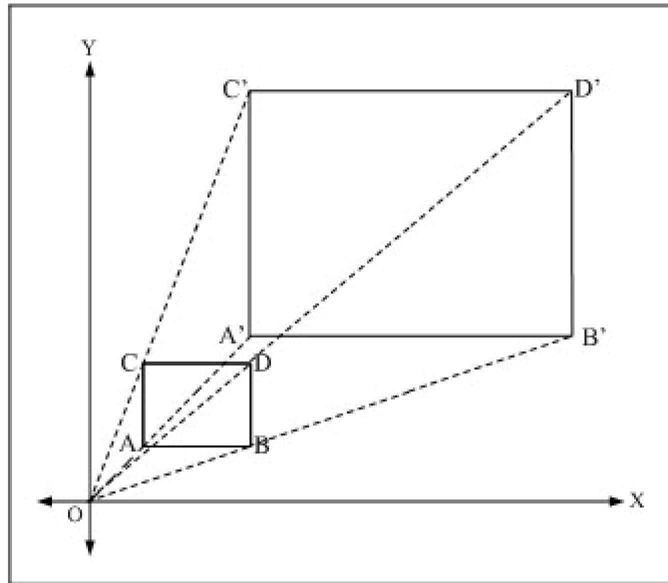
Penyelesaian:



Gambar 7.31

(5) Dilatasi terhadap Titik Pusat O(0,0) dengan Faktor Skala k > 1

Gambar 7.32, memperlihatkan bahwa pada dilatasi [0,2], bayangan dari segiempat ABCD adalah segiempat A'B'C'D'. Dari gambar tersebut terlihat bahwa panjang sisi-sisi dari segiempat A'B'C'D' adalah 2 kali dari panjang sisi-sisi yang bersesuaian pada segiempat ABCD. Ini berarti bahwa pada dilatasi [0,2], bayangan dari sebuah bangun besarnya 2 kali dari bangun semula. Selain itu terlihat pula bahwa pada dilatasi dengan faktor skala k = 2 (positif), bayangan segiempat A'B'C'D' terletak sepihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula segiempat ABCD.



Gambar 7.32

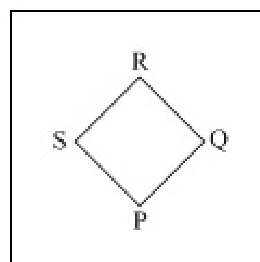
Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa:

Pada dilatasi [0,k] dengan k > 1, bayangan sebuah bangun lebih besar dan terletak sepihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula.

Agar Anda lebih jelas mengenai dilatasi terhadap titik pusat O(0,0) dengan faktor skala k > 1, berikut diberikan contoh.

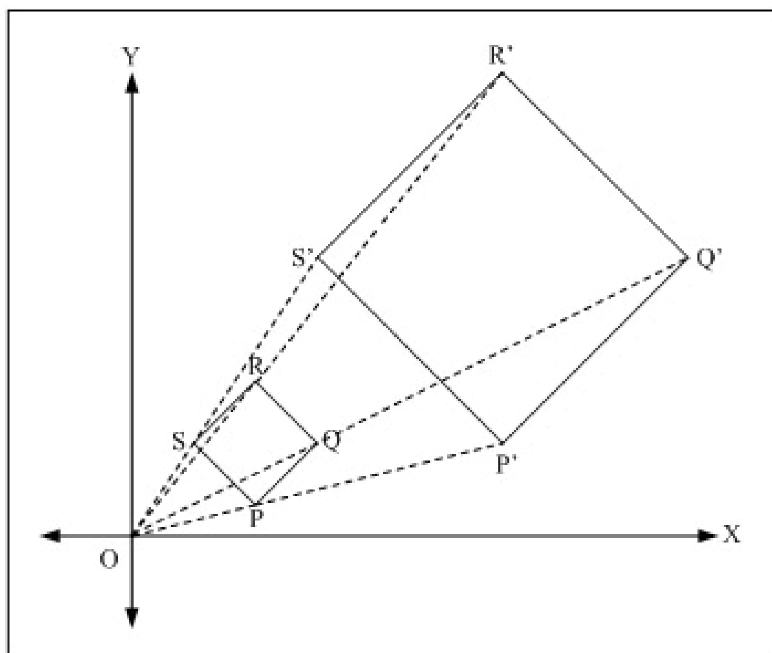
Contoh 9:

Salinlah bangun geometri berikut, kemudian gambarlah bayangannya pada dilatasi [0, 2].



Gambar 7.33

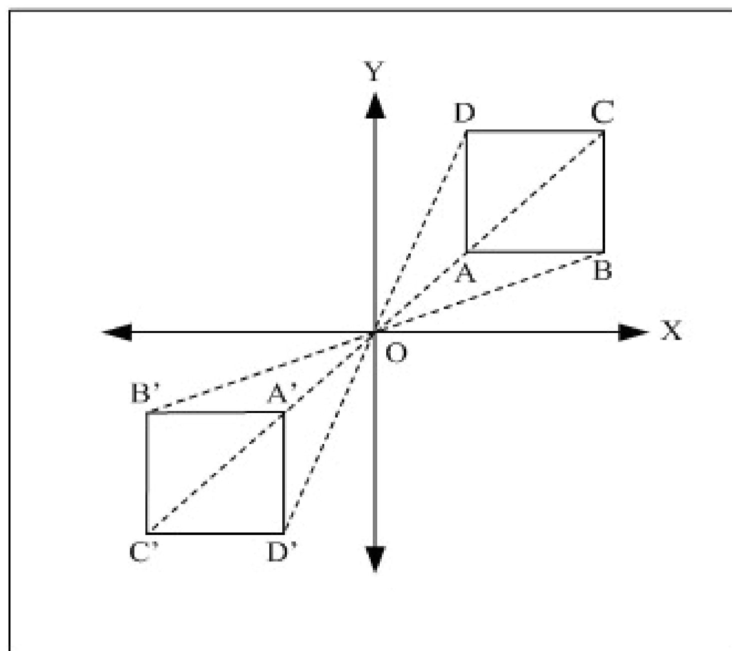
Penyelesaian:



Gambar 7.34

(6) Dilatasi terhadap Titik Pusat O(0,0) dengan Faktor Skala k = -1

Gambar 7.35, memperlihatkan bahwa pada dilatasi [0,-1], bayangan dari segiempat ABCD adalah segiempat A'B'C'D'. Dari gambar tersebut terlihat bahwa segiempat A'B'C'D' kongruen dengan segiempat ABCD. Ini berarti bahwa pada dilatasi [0,-1], bayangan dari sebuah bangun kongruen dengan bangun semula. Selain itu terlihat pula bahwa pada dilatasi dengan faktor skala k = -1 (negatif), bayangan segiempat A'B'C'D' terletak berlainan pihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula segiempat ABCD.



Gambar 7.35

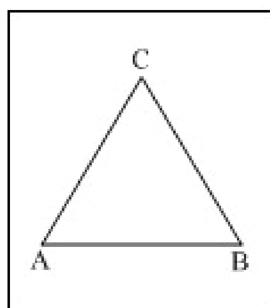
Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa:

Pada dilatasi [0,k] dengan k = -1, bayangan sebuah bangun kongruan (sama bentuk dan ukuran) dan terletak berlainan pihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula.

Agar Anda lebih jelas mengenai dilatasi terhadap titik pusat O(0,0) dengan faktor skala k = -1, berikut diberikan contoh.

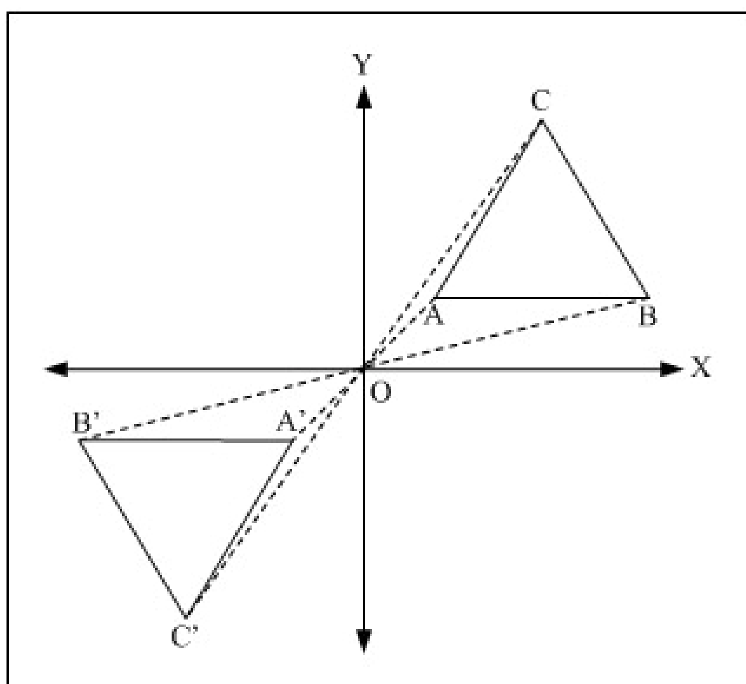
Contoh 10:

Salinlah bangun geometri berikut, kemudian gambarlah bayangannya pada dilatasi [0, -1].



Gambar 7.36

Penyelesaian:

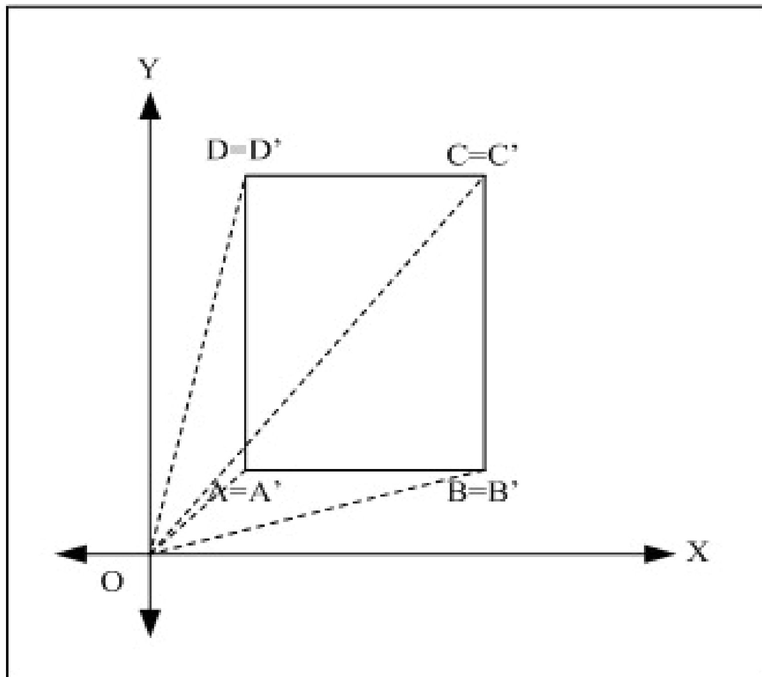


Gambar 7.37

(7) Dilatasi terhadap Titik Pusat O(0,0) dengan Faktor Skala k = 1

Gambar 7.38, memperlihatkan bahwa pada dilatasi [0,1], bayangan dari segiempat ABCD adalah segiempat A'B'C'D'. Dari gambar tersebut terlihat bahwa segiempat A'B'C'D' kongruen dengan segiempat ABCD. Ini berarti bahwa pada dilatasi [0,1], bayangan dari sebuah bangun kongruen dengan bangun semula. Selain

itu terlihat pula bahwa pada dilatasi dengan faktor skala k = 1 (positif), bayangan segiempat A’B’C’D’ terletak sepihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula segiempat ABCD.



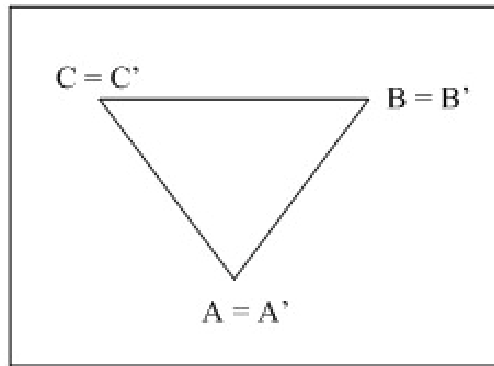
Gambar 7.38

Berdasarkan penjelasan di atas disimpulkan bahwa:
Pada dilatasi [0,k] dengan k = 1, bayangan sebuah bangun kongruan (sama bentuk dan ukuran) dan terletak sepihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula.

Agar Anda lebih jelas mengenai dilatasi terhadap titik pusat O(0,0) dengan faktor skala k = 1, berikut diberikan contoh.

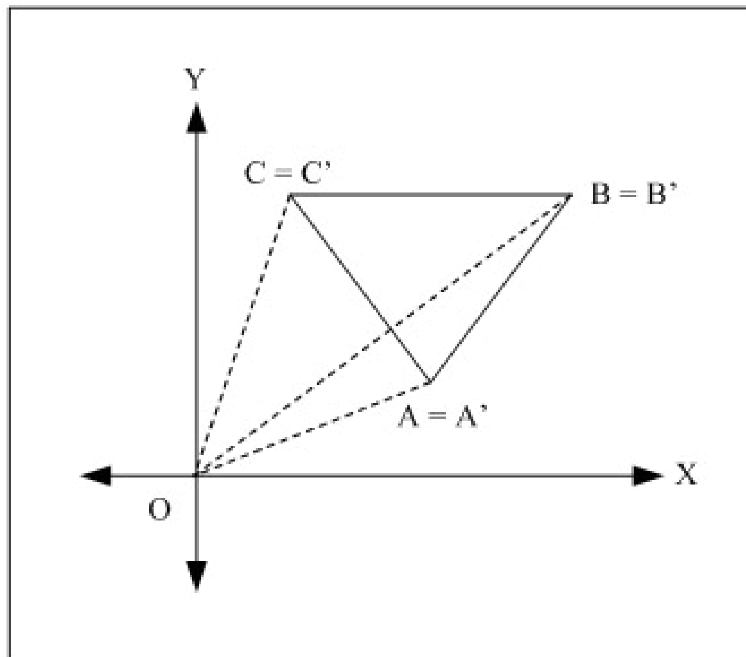
Contoh 11:

Salinlah bangun geometri berikut, kemudian gambarlah bayangannya pada dilatasi [0, 1].



Gambar 7.39

Penyelesaian:



Gambar 7.40

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Diketahui ΔVWX dengan titik-titik sudut V(1,1), W(3,1), dan X(1,4). Tentukan bayangan dari titik-titik sudut tersebut oleh rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270^0 searah jarum jam.
2. Tentukan bayangan titik T(-2,3) oleh rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 berlawanan dengan arah jarum jam, dilanjutkan oleh rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 180^0 searah jarum jam.
3. Sebuah ΔKLM dengan titik-titik K(1,-4), L(3,-4), dan M(3,-1) mendapat dilatasi [O,-2]. Tentukan koordinat titik–titik bayangannya dan gambarlah bayangan ΔKLM.

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270^0 searah jarum jam,
   - Bayangan titik V(1,1) adalah V'(-1,1).
   - Bayangan titik W(3,1) adalah W'(-1,3).
   - Bayangan titik X(1,4) adalah X'(-4, 1).

   Jadi, bayangan dari titik-titik sudut ΔVWX adalah V'(-1,1), W'(-1,3), dan X'(-4,1).
2. Cara 1:

   Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 berlawanan dengan arah jarum jam, bayangan titik T (-2,3) adalah T'(-3,-2).

   Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 180^0 searah jarum jam, bayangan titik T'(-3,-2) adalah T''(3,2).

   Jadi, bayangan titik tersebut adalah T''(3,2).

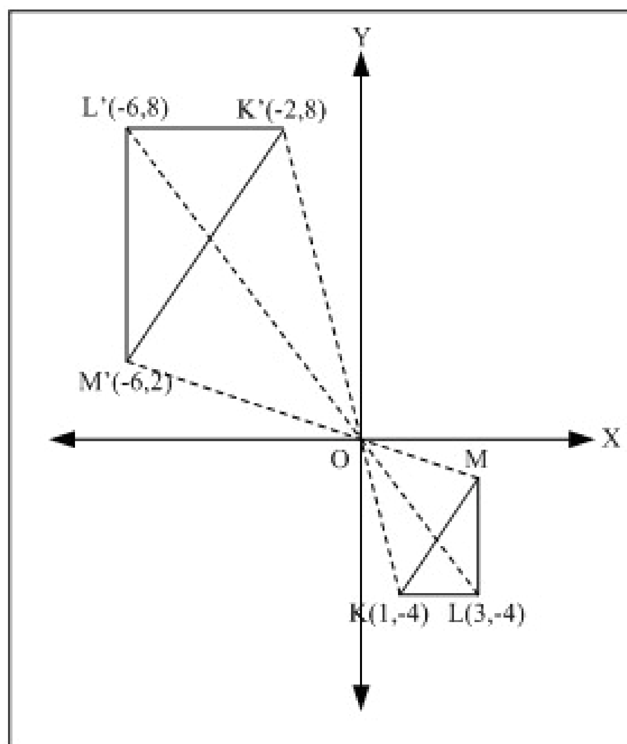
Cara 2:

Rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 berlawanan dengan arah jarum jam, dilanjutkan oleh rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 180^0 searah jarum jam ekuivalen dengan sebuah rotasi tunggal terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 searah jarum jam. Sehingga, pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 searah jarum jam, bayangan titik T (-2,3) adalah T'(3, 2).

Jadi, bayangan titik tersebut adalah T'(3,2).

3. Pada dilatasi [O,-2],
   - Bayangan dari titik K(1,-4) adalah K'(-2(1),-2(-4)) = K'(-2,8).
   - Bayangan dari titik L(3,-4) adalah K'(-2(3),-2(-4)) = K'(-6,8).
   - Bayangan dari titik M(3,-1) adalah K'(-2(3),-2(-1)) = K'(-6,2).

   Sehingga diperoleh bayangan dari ΔKLM dengan dilatasi [O,-2] adalah ΔK'L'M'.



Rangkuman

1. Rotasi atau perputaran adalah pemindahan semua titik pada bangun geometri yang masing-masing bergerak sepanjang busur lingkaran yang pusatnya adalah pusat perputaran sebesar suatu sudut tertentu.
2. Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 searah jarum jam, bayangan titik P(a,b) adalah P'(b,-a).
3. Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 berlawanan dengan arah jarum jam, bayangan titik P(a,b) adalah P'(-b,a).
4. Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 180^0 searah atau berlawanan dengan arah jarum jam, bayangan titik P(a,b) adalah P'(-a,-b).
5. Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270^0 searah jarum jam, bayangan titik P(a,b) adalah P'(-b,a).
6. Pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270^0 berlawanan dengan arah jarum jam, bayangan titik P(a,b) adalah P'(b,-a).
7. Dilatasi atau perkalian adalah pengubahan ukuran bangun geometri (memperkecil atau memperbesar), tetapi tidak mengubah bentuk dan ukuran sudut bangun geometri.
8. Pada dilatasi [0,k] dengan $k < -1$, bayangan sebuah bangun lebih besar dan terletak berlainan pihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula.
9. Pada dilatasi [0,k] dengan $-1 < k < 0$, bayangan sebuah bangun lebih kecil dan terletak berlainan pihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula.
10. Pada dilatasi [0,k] dengan $0 < k < 1$, bayangan sebuah bangun lebih kecil dan terletak sepihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula.
11. Pada dilatasi [0,k] dengan $k > 1$, bayangan sebuah bangun lebih besar dan terletak sepihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula.
12. Pada dilatasi [0,k] dengan $k = -1$, bayangan sebuah bangun kongruan (sama bentuk dan ukuran) dan terletak berlainan pihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula.

13. Pada dilatasi [0,k] dengan k = 1, bayangan sebuah bangun kongruan (sama bentuk dan ukuran) dan terletak sepihak terhadap pusat dilatasi dan bangun semula.

TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Bayangan dari titik-titik K(-7,3) dan L(5,-2) pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 180^0 searah jarum jam masing-masing adalah ....
   A. (-5,2) dan (7,-3).
   B. (7,-3) dan (-5,2).
   C. (2,-5) dan (-3,7).
   D. (-3,7) dan (2,-5).

2. Titik W(x,y) dirotasikan terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270^0 searah jarum jam, diperoleh bayangan W'(6,8). Nilai x dan y masing-masing adalah ....
   A. 8 dan -6.
   B. -6 dan 8.
   C. -8 dan 6.
   D. 6 dan -8

3. Bayangan titik Q(-7,4) oleh rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90^0 searah jarum jam, dilanjutkan oleh rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 180^0 berlawanan dengan arah jarum jam adalah ....
   A. (4,-7).
   B. (-7,4).
   C. (-4,-7).
   D. (-7,-4).

4. Diketahui segitiga FGH dengan koordinat titik-titik sudutnya adalah titik F(3,6), G(5,4), dan H(5,6). Bayangan dari titik-titik sudut segitiga FGH jika diputar dengan titik pusat rotasi O(0,0) sejauh $\frac{3}{4}$ putaran berlawanan dengan arah jarum jam masing-masing adalah ....
   A. (-5,-4), (-5,-6), dan (-3,6).
   B. (-3,-6), (-5,-4), dan (-5,-6).
   C. (-5,6), (-3,-6), dan (-5,-4).
   D. (-3,6), (-5,-6), dan (-5,-4).

5. Bayangan titik V(9,-5) oleh rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 180^0 searah jarum jam, dilanjutkan oleh rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270^0 berlawanan dengan arah jarum jam adalah ....
   A. (-9,5).
   B. (5,-9).
   C. (5,9).
   D. (9,5).

6. Pada dilatasi [O,-2], bayangan dari titik M(x,y) adalah M'(4,-8). Maka koordinat titik M adalah ....
   A. (-4,2).
   B. (2,-4).
   C. (4,-2).
   D. (-2,4).

7. Bayangan titik Y(-6,9) dan Z(3,-6) pada dilatasi [O,k] adalah Y'(-4,6) dan Z'(2,-4), maka nilai k adalah ....
   A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

8. Diketahui ΔSTU dengan titik S(-3,3), titik T(-1,3), dan titik U(-2,6). Koordinat titik-titik bayangan ΔSTU oleh dilatasi [O,- $\frac{1}{3}$] masing-masing adalah ...

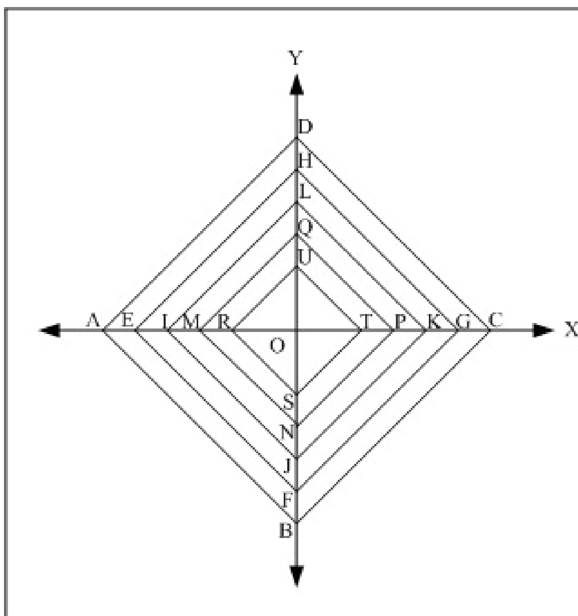
A. ($\frac{1}{3}$,-1), (1,-1), dan ($\frac{2}{3}$,-2).

B. ($\frac{2}{3}$,-2), (1,-1), dan ($\frac{1}{3}$,-1).

C. ($\frac{1}{3}$,-1), ($\frac{2}{3}$,-2), dan (1,-1).

D. (1,-1), ($\frac{1}{3}$,-1), dan ($\frac{2}{3}$,-2).

9. Gambar berikut menunjukkan bayangan segiempat ABCD.



Bangun yang merupakan bayangan ABCD dengan faktor skala $\frac{1}{2}$ adalah ...

A. EFGH.

B. IJKL.

C. MNPQ.

D. RSTU

10. Diketahui segiempat RSTU dengan panjang 4 cm dan lebar 3 cm. Jika RSTU mendapat dilatasi [O, $-\frac{3}{2}$], maka luas bayangan segiempat RSTU adalah ...

A. 25 cm^3.

B. 26 cm^3.

C. 27 cm^3.

D. 28 cm^3.

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \text{x} 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90% -100% = baik sekali

80% - 89% = baik

70% - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Modul 8, Kegiatan Belajar 1. SELAMAT! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

KUNCI JAWABAN TES FORMATIF

Tes Formatif 1

1. B. (-7,9).
2. A. (4,1).
3. D. $\begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}$.
4. C. (-5,2) dan (3,-7).
5. A. -1.
6. C. (-4,-2).
7. D. -3 dan -2.
8. C. (-3,-2).
9. B. (7,-5).
10. A. (3,-4).

Tes Formatif 2

1. B. (7,-3) dan (-5,2).
2. A. 8 dan -6.
3. C. (-4,-7).
4. B. (-3,-6), (-5,-4), dan (-5,-6).
5. C. (5,9).
6. D. (-2,4).
7. A. $\frac{2}{3}$.
8. D. (1,-1), ($\frac{1}{3}$,-1), dan ($\frac{2}{3}$,-2).
9. C. MNPQ.
10. C. 27 cm^3.

MODUL 8

STATISTIKA

Statistika

Pendahuluan

Modul ini adalah modul ke-8 dalam mata kuliah Matematika. Isi modul ini membahas tentang statistika.

Modul ini terdiri dari 2 kegiatan belajar. Pada kegiatan belajar 1 akan dibahas mengenai statistika 1. Terakhir, pada kegiatan belajar 2 akan dibahas mengenai statistika 2.

Setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat memahami konsep pengumpulan dan penyajian data, menyelesaikan permasalahan ukuran pemusatan, ukuran letak, dan ukuran penyebaran.

Secara khusus setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat:

1. membuat diagram batang.
2. membuat diagram garis.
3. membuat diagram lingkaran.
4. membuat tabel distribusi frekuensi dari suatu persoalan.
5. meyelesaikan soal perhitungan rata-rata.
6. menyelesaikan soal perhitungan modus.
7. menyelesaikan soal perhitungan median.
8. menyelesaikan soal perhitungan kuartil.
9. menyelesaikan soal perhitungan desil.
10. menyelesaikan soal perhitungan persentil.
11. menyelesaikan soal perhitungan rentang.
12. menyelesaikan soal perhitungan simpangan kuartil.
13. menyelesaikan soal perhitungan simpangan baku.

Petunjuk Belajar

1. Bacalah dengan cermat pendahuluan modul ini sehingga Anda memahami tujuan dan bagaimana mempelajari modul ini.
2. Bacalah uraian materi dalam modul ini, tandailah kata-kata penting yang merupakan kunci. Pahami setiap konsep dalam uraian materi dengan mempelajari contoh-contohnya.
3. Jika mengalami kesulitan dalam mempelajari modul ini, diskusikanlah dengan teman-teman Anda atau dengan tutor.

4. Pelajari sumber-sumber lain yang relevan untuk memperluas wawasan.
5. Kerjakan soal-soal latihan dalam modul ini tanpa melihat petunjuk jawaban latihan terlebih dahulu. Apabila mengalami kesulitan, barulah Anda melihat petunjuk jawaban latihan.
6. Kerjakan soal-soal tes formatif dan periksa tingkat kemampuan Anda dengan mencocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban tes formatif. Ulangilah pengerjaan tes formatif ini sampai Anda benar-benar dapat mengerjakan semua soal-soal tes formatif ini dengan benar.

Selamat Belajar, Semoga Sukses!

Statistika 1

A. POPULASI, DAN SAMPEL

Statistika merupakan salah satu topik dalam pelajaran matematika baik untuk sekolah dasar maupun sekolah lanjutan. Ilmu ini berhubungan dengan cara-cara pengumpulan data, penyajian data, pengolahan atau penganalisisannya, dan penarikan kesimpulan berdasarkan kumpulan data dan penganalisisan yang dilakukan.

Sebagai awal kajian kita marilah kita bicarakan tentang populasi dan sampel. Agar didapat gambaran tentang pengertian populasi dan sampel, coba Anda pelajari keterangan-keterangan berikut ini.

Misalkan Fadhilah ingin mengetahui berat badan rata-rata bayi pada saat dilahirkan di kota Bandung, maka himpunan semua bayi yang dilahirkan di kota Bandung dinamakan *populasi*, sedangkan himpunan beberapa bayi yang benar-benar dicatat oleh Fadhilah dinamakan *sampel* dari populasi tadi.

Untuk mengetahui apakah sepanci gulai sudah cukup bumbunya, seorang ibu biasanya hanya mengambil satu sendok untuk dicicipi. Kalau ibu itu bijaksana, ia akan mengaduk gulai itu terlebih dahulu sebelum mengambil *contoh/sampel* untuk dicicipi. Penarikan sampel dari sepanci gulai untuk mengetahui apakah garamnya kurang atau mericanya terlalu banyak telah umum dilakukan oleh ibu-ibu rumah tangga. Ini merupakan contoh yang baik tentang prinsip-prinsip penarikan sampel.

Dalam masalah ini populasi yang diselidiki adalah sepanci gulai, sedangkan sampel adalah satu sendok gulai yang terambil. Pengadukan gulai terlebih dahulu sebelum sampel

diambil dimaksudkan agar bumbu gulai tersebar merata. Dengan demikian satu sendok gulai yang terambil akan mewakili dengan baik seluruh isi panci.

Dengan memperhatikan contoh-contoh di atas, maka dapat dikatakan bahwa *populasi* adalah keseluruhan pengamatan yang menjadi perhatian kita, sedangkan s*ampel* adalah suatu himpunan bagian dari populasi.

B. Pengumpulan Data

Untuk memperoleh keterangan tentang sesuatu, Anda memerlukan data. Pengumpulan data yang Anda perlukan dapat diperoleh melalui:

(1) Pengamatan (observasi)

Misalnya jika Anda memerlukan keterangan tentang kemampuan siswa kelas 5 dalam pelajaran matematika, maka Anda dapat mengunjungi sekolah-sekolah melihat siswa belajar matematika di kelas, atau menanyakan nilai pelajaran matematika untuk setiap siswa kepada guru matematika atau kepala sekolah.

(2) Wawancara

Kadang-kadang dengan cara observasi, data yang diperoleh kurang lengkap. Mungkin Anda memerlukan keterangan dari seseorang yang Anda anggap mengetahui masalah yang sebenarnya. Jika demikian Anda perlu mendatangi seseorang atau beberapa orang untuk mengadakan wawancara. Misalnya Anda dapat melakukan wawancara kepada seorang kepala Sekolah Dasar untuk mengetahui sampai di mana Buku Matematika Sekolah Dasar dipergunakan di sekolahnya, dan lain sebagainya.

(3) Angket

Kadang-kadang data yang Anda perlukan itu tempatnya jauh, atau berada di tempat-tempat yang lokasinya berjauhan. Atau Anda mempunyai pertanyaan-pertanyaan yang harus dijawab oleh orang-orang tertentu yang tempatnya jauh atau tersebar. Maka untuk memperoleh data tersebut Anda dapat membuat angket dan mengirimkannya kepada yang bersangkutan. Angket itu tidak hanya untuk dijawab oleh orang-orang yang tempatnya jauh, untuk orang-orang yang tempatnya dekatpun (jika diperlukan) dapat juga menjawab angket

itu, misalnya jika data/masalah yang Anda perlukan itu bersifat rahasia, yang diminta keterangan itu banyak jumlahnya, agar pertanyaan-pertanyaan yang diajukan itu lebih terperinci dan lengkap.

C. Penyajian Data

Sebelum diolah, data yang telah dikumpulkan perlu diatur, disusun, dan disajikan dalam bentuk yang jelas dan baik. Secara garis besar, terdapat dua cara penyajian data, yaitu penyajian data dalam bentuk tabel atau daftar, dan penyajian data dalam bentuk diagram atau grafik. Berikut adalah bahasannya.

(1) Penyajian Data dalam Bentuk Tabel atau Daftar

Terdapat dua macam data yang biasanya disajikan dalam bentuk tabel atau daftar, yaitu data tunggal dan data kelompok. Untuk lebih jelasnya tentang data tunggal dan data kelompok dalam bentuk tabel, coba Anda pelajari keterangan berikut. Keterangan berikut memperlihatkan contoh tentang data tunggal.

"Dalam ulangan Bahasa Indonesia yang diikuti 35 siswa, diperoleh hasil 5 siswa mendapat nilai 6, 8 siswa mendapat nilai 7, 12 siswa mendapat nilai 8, 6 orang mendapat nilai 9, dan 4 orang mendapat nilai 10"

Keterangan di atas jika Anda perhatikan, maka agak relatif sulit/lambat untuk mengenali maknanya. Oleh karena itu supaya keterangan tersebut lebih menarik dan mudah untuk dikenali keterangannya, maka sebaiknya data tersebut disajikan dalam bentuk tabel sebagai berikut.

Tabel 8.1

Nilai Ulangan Bahasa Indonesia Kelas 1

Nilai	Frekuensi
6	5
7	8
8	12
9	6
10	4
Jumlah	35

Dengan memperhatikan tabel di atas, tampak bahwa Anda akan lebih mudah mengenali makna dari data tadi, misalnya Anda dapat langsung mengetahui bahwa dalam ulangan Bahasa Indonesia yang mendapat nilai 9 ada 6 orang.

Ada beberapa catatan penting yang perlu Anda ketahui tentang penyusunan suatu tabel, yaitu:

a. Judul tabel sebaiknya singkat dan jelas, sehingga mudah "dibaca" oleh yang membaca.
b. Nilai sebaiknya diurutkan mulai dari yang paling kecil sampai ke yang paling besar.
c. Yang dimaksud *frekuensi* adalah *banyaknya.*
d. Dalam kolom nilai diisi dengan data *tunggal* yang *dikelompokkan* seperti yang akan diterangkan berikut ini.

Sekali lagi perlu Anda ketahui bahwa tabel tentang "Nilai Ulangan Bahasa Indonesia Kelas 1" di atas tadi merupakan tabel untuk *data tunggal* karena nilai-nilai yang dicantumkan dalam tabel itu merupakan nilai-nilai tunggal, yaitu 6, 7, 8, 9, dan 10 atau nilai-nilai itu tidak dikelompokkan.

Sekarang muncul pertanyaan, yang bagaimanakah data berkelompok itu? Untuk mengetahuinya, coba Anda pelajari keterangan dan contoh-contoh berikut.

Tabel berikut memperlihatkan data tentang "Tinggi Badan 35 Siswa SMP Kelas 1" dalam sentimeter yang dikelompokkan menjadi 6 kelompok tinggi badan.

Tabel 8.2

Tinggi Badan 35 Siswa SMP Kelas 1

Tinggi Badan (dalam cm)	Frekuensi
131 – 135	5
136 – 140	7
141 – 145	9
146 – 150	6
151 – 155	5
156 – 160	3
Jumlah	35

Ada beberapa catatan tentang tabel pada contoh di atas, yaitu:

a. Data pada tabel di atas disebut data berkelompok, bukan data tunggal, karena datanya dikelompokan menjadi kelompok-kelompok: 131 – 135, 136 – 140, 141 – 145, dan seterusnya.
b. Kelompok-kelompok 131 – 135, 136 – 140, …, 156 – 160 masing-masing disebut *kelas interval.*
c. Karena tabel di atas mengandung *frekuensi* maka tabel tersebut dinamakan tabel distribusi frekuensi.
d. Pada tabel distribusi frekuensi di atas data dikelompokan menjadi 6 buah kelas interval mulai dari kelas 131 – 135 dan diakhiri dengan kelas 156 – 160. Karena tiap kelas interval memuat 5 nilai, *misalnya* pada kelas 131 – 135 memuat nilai-nilai 131, 132, 133, 134, dan 135, maka dikatakan panjang kelas intervalnya adalah 5.

Penjelasan lebih rinci, akan Anda dapatkan pada bahasan akhir dari Kegiatan Belajar ini.

(2) Penyajian Data dalam Bentuk Diagram atau Grafik

Jika data sudah terkumpul, maka data itu perlu disusun secara teratur. Seperti telah dijelaskan pada bagian (1), bahwa jika sekumpulan data itu disusun secara teratur kemudian disajikan secara baik dan tepat sehingga setiap orang dapat dengan mudah mengenali makna dari sekumpulan data itu, maka dikatakan bahwa Anda telah *menyajikan data* dengan baik dan tepat.

Selain menyajikan data dalam bentuk tabel seperti yang telah dijelaskan pada bagian (1), sekumpulan data dapat juga disajikan dalam bentuk *diagram* atau *grafik*.

Perlu Anda ketahui juga bahwa jika suatu data disajikan dalam bentuk diagram, maka secara *cepat* Anda dapat mengetahui perbandingan antara anggota-anggota tertentu dari sekumpulan data tersebut.

Terdapat beberapa macam diagram yang dapat digunakan untuk menyajikan sekumpulan data, tetapi di dalam bagian ini hanya akan dijelaskan tiga macam diagram yaitu *diagram batang*, *diagram garis,* dan *diagram lingkaran,* yang satu persatu akan dibahas sebagai berikut.

a. Diagram Batang

Diagram batang adalah suatu diagram yang digambarkan sebagai beberapa persegi panjang dengan perbandingan tertentu yang sesuai dengan data yang bersangkutan. Diagram batang dilengkapi dengan skala yang jelas sehingga ukuran data yang bersangkutan dapat dengan mudah dibaca.

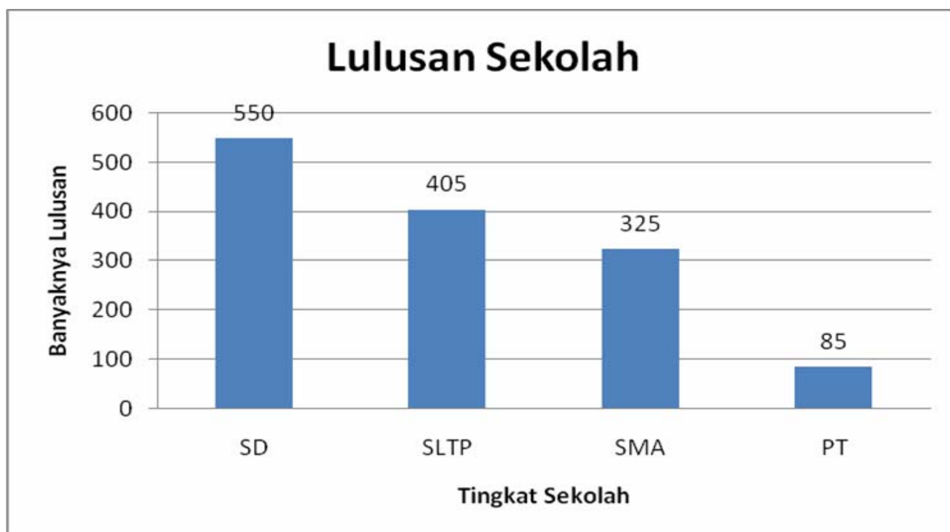
Untuk lebih jelasnya, perhatikan data banyaknya lulusan sekolah di Kota A pada tahun 2008.

Tabel 8.3

Banyaknya Lulusan Sekolah di Kota A Tahun 2008

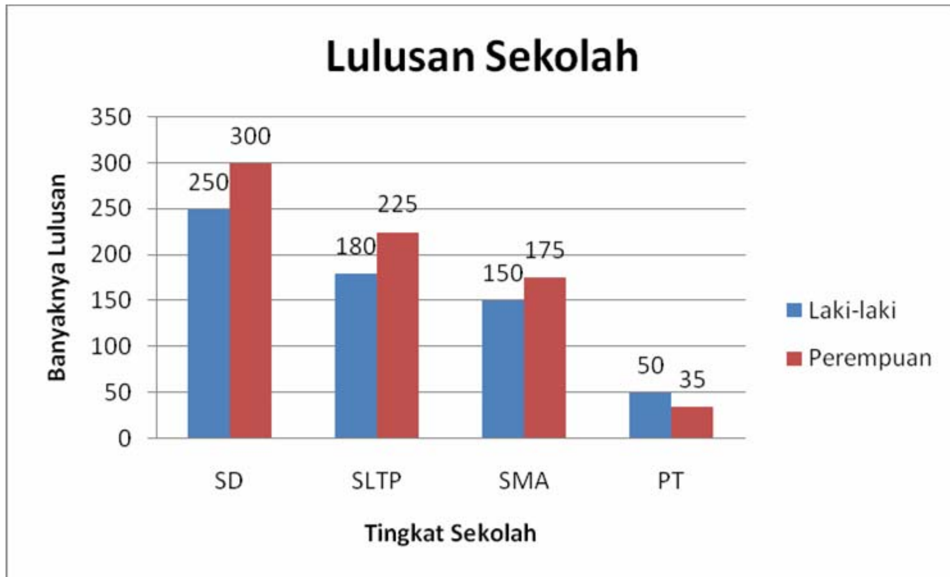
Tingkat Sekolah	Banyak Lulusan		Jumlah
	Laki-Laki	Perempuan	
Sekolah Dasar	250	300	550
SLTP/Sederajat	180	225	405
SMA/Sederajat	150	175	325
Perguruan Tinggi	35	50	85
Jumlah	615	750	1365

Gambar berikut menunjukkan diagram batang dari banyaknya lulusan sekolah di kota A pada tahun 2008 tanpa memperhatikan jenis kelamin.



Gambar 8.1

Selain diagram batang yang tampak pada gambar di atas, berikut diberikan diagram batang untuk data lulusan sekolah dengan memperhatikan jenis kelamin.



Gambar 8.2

Dari kedua diagram batang yang tampak pada Gambar 8.1 dan Gambar 8.2 di atas, sepintas dapat dilihat bahwa jumlah lulusan sekolah dasar *paling banyak* dibandingkan dengan banyaknya lulusan tingkat sekolah lainnya, sedangkan jumlah lulusan perguruan tinggi adalah yang paling sedikit.

Dari kedua diagram batang yang tampak pada Gambar 8.1 dan Gambar 8.2, tampak bahwa pada diagram batang pada Gambar 8.2 mempunyai kelebihan dibandingkan dengan digram batang pada Gambar 8.1, apakah Anda dapat melihat kelebihannya?

Kelebihannya adalah bahwa pada diagram batang yang tampak pada Gambar 8.2, dapat dilihat secara langsung perbedaan antara banyaknya lulusan laki-laki dan perempuan pada tiap tingkat atau jenjang sekolah di kota A tersebut.

Dari diagram batang yang tampak pada Gambar 8.2 itu, dapat dilihat dengan segera bahwa di kota A tersebut:

(i) Pada tingkat SD, SLTP, dan SMA, lulusan yang berjenis kelamin perempuan lebih banyak jumlahnya dibandingkan dengan lulusan berjenis kelamin laki-laki.

(ii) Pada tingkat Perguruan Tinggi, lulusan yang berjenis kelamin laki-laki lebih banyak jumlahnya dibandingkan dengan lulusan berjenis perempuan.

b. Diagram Garis

Diagram garis adalah diagram dari data yang digambarkan sebagai garis yang sesuai dengan data yang bersangkutan. Pada suatu diagram garis, sumbu mendatar digunakan untuk menunjukkan waktu, sedangkan sumbu tegak digunakan untuk menunjukkan banyaknya data atau frekuensi.

Untuk lebih jelasnya tentang diagram garis tersebut, perhatikanlah contoh berikut.

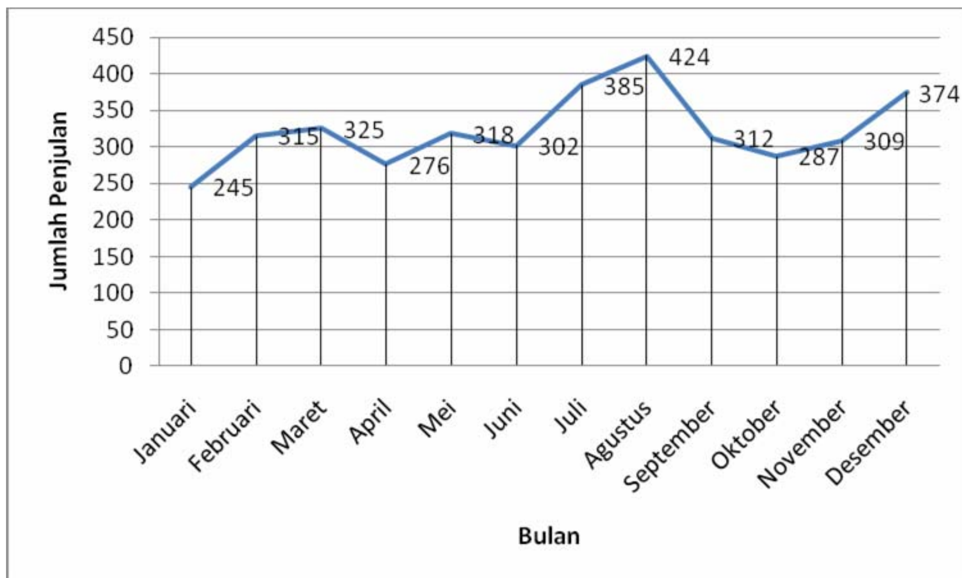
Data berikut memperlihatkan data tentang banyaknya penjualan uni komputer perusahan Computec pada tahun 2008.

Tabel 8.4

Penjualan Komputer CV COMPUTEC Tahun 2008

Bulan	Jumlah Penjualan Komputer (dalam unit)
Januari	245
Februari	315
Maret	325
April	276
Mei	318
Juni	302
Juli	385
Agustus	424
September	312
Oktober	287
Nuvember	309
Desember	374

Diagram garis dari data penjualan komputer CV Computec selama Tahun 2008 adalah sebagai berikut:



Gambar 8.3

c. Diagram Lingkaran

Diagram lingkaran adalah diagram dari data yang digambarkan sebagai lingkaran. Dalam diagram lingkaran, daerah lingkarannya dibagi-bagi menjadi daerah-daerah juring lingkaran yang luasnya sebanding dengan jumlah data yang bersangkutan.

Contoh 1:

Gambarkan diagram lingkaran dari data berikut ini, yaitu mengenai jumlah mesjid di tiap kelurahan Kecamatan Mekar Jaya pada tahun 2008.

Tabel 8.5
Jumlah Mesjid di tiap Kelurahan Kecamatan Mekar Jaya – 2008

Kelurahan	Jumlah Mesjid
Kelurahan A	15
Kelurahan B	19
Kelurahan C	23
Kelurahan D	17
Jumlah	74

Penyelesaian:

Untuk membuat diagram lingkaran dari data di atas, pertama-tama Anda harus menghitung dulu presentase jumlah mesjid di setiap kelurahan, sebagai berikut:

(i) Presentase jumlah mesjid di Kelurahan A adalah $\frac{15}{74}$ x 100% = 20%.

(ii) Presentase jumlah mesjid di Kelurahan B adalah $\frac{19}{74}$ x 100% = 26%.

(iii) Presentase jumlah mesjid di Kelurahan C adalah $\frac{23}{74}$ x 100% = 31%.

(iv) Presentase jumlah mesjid di Kelurahan D adalah $\frac{17}{74}$ x 100% = 23%.

Langkah berikutnya adalah menentukan besar sudut pusat untuk menentukan luas juring-juring yang bersesuaian dengan jumlah mesjid di setiap kelurahan di Kecamatan Mekar Jaya.

(i) Jumlah Mesjid di Kelurahan A = 20% x 360^0 = 72^0.

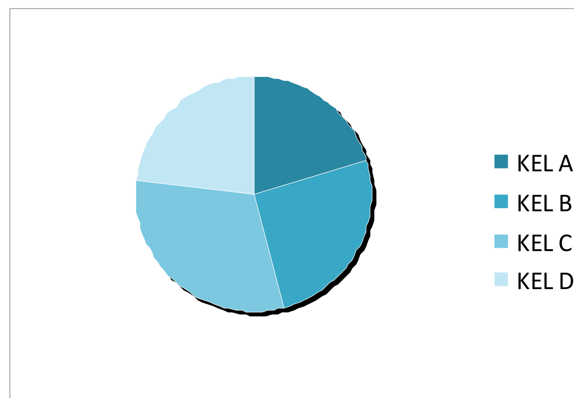
(ii) Jumlah Mesjid di Kelurahan B = 26% x 360^0 = $93{,}6^0$.

(iii) Jumlah Mesjid di Kelurahan C = 31% x 360^0 = $111{,}6^0$.

(iv) Jumlah Mesjid di Kelurahan D = 23% x 360^0 = $82{,}8^0$.

Dari hasil rincian di atas, maka diagram lingkaran tentang jumlah mesjid di kelurahan-kelurahan yang ada di Kecamatan Mekar Jaya dapat digambarkan sebagai berikut.

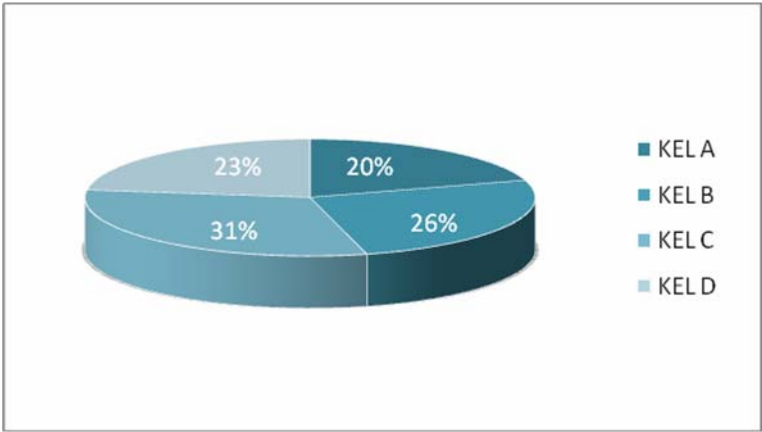
Jumlah Mesjid di tiap Kelurahan Kecamatan Mekar Jaya – 2008



Gambar 8.4

Diagram lingkaran di atas merupakan diagram dalam sajian dua dimensi. Jika diagram tersebut disajikan dalam bentuk tiga dimensi yang mempunyai ketebalan tertentu dan setiap juring menunjukan prosentase dari masing-masing jumlah mesjid di setiap kelurahan yang ada di Kecamatan Mekar Jaya, maka akan didapatkan diagram baru, yang dinamakan diagram pastel.

Langkah-langkah untuk menentukan diagram pastel hampir sama dengan langkah-langkah untuk membuat diagram lingkaran, yang berbeda hanya pada bagian akhirnya saja, yakni saat Anda menggambarkan bentuk diagram dari data dimaksud. Jika data mengenai jumlah mesjid di tiap kelurahan Kecamatan Mekar Jaya digambarkan dalam bentuk diagram pastel, maka akan didapatkan diagram sebagai berikut:



Gambar 8.5

(3) Tabel Distribusi Frekuensi Dan Grafiknya

Daftar distribusi frekuensi ini telah disinggung sedikit dalam bahasan terdahulu seperti terlihat pada Tabel 8.2, dan contoh lain adalah sebagai berikut.

Tabel 8.6

Berat Badan untuk 40 Siswa

Berat badan (kg)	Banyak siswa (f)
26 – 30	5
31 – 35	7
36 – 40	17
41 – 45	9
46 – 50	2

Sebelum mempelajari bagaimana cara membuat tabel ini, terlebih dahulu akan dijelaskan tentang istilah-istilah yang dipakai.

Dalam tabel distribusi frekuensi, banyak objek dikumpulkan dalam kelompok-kelompok berbentuk a – b, yang dinamakan *kelas interval*. Ke dalam kelas interval a – b dimasukan data yang bernilai mulai dari a sampai dengan b. Berturut-turut, mulai dari atas diberi nama kelas interval pertama, kelas interval kedua, ..., kelas interval terakhir. Ini semua ada dalam kolom kiri. Kolom kanan berisikan bilangan-bilangan yang menyatakan berapa buah data yang terdapat dalam tiap kelas interval. Jadi kolom ini berisikan *frekuensi*, disingkat dengan *f*. Misalnya *f* = 7 untuk kelas interval kedua, atau ada 7 orang siswa yang mempunyai berat badan paling ringan 31 kg dan paling berat 35 kg.

Bilangan-bilangan di sebelah kiri kelas interval dinamakan *ujung bawah* dan bilangan-bilangan di sebelah kanannya dinamakan *ujung atas.* Ujung bawah kelas interval pertama, kedua, ketiga, keempat, dan kelima adalah 26, 31, 36, 41, 46 sedangkan ujung-ujung atasnya berturut-turut 30, 35, 40, 45, dan 50. Selisih positif antara tiap dua ujung bawah berurutan disebut *panjang kelas interval*. Dalam tabel 8.6, panjang kelasnya, disingkat dengan p, adalah 5, jadi p = 5 dan semuanya sama.

Selain dari ujung kelas interval ada lagi yang biasa dinamakan *batas kelas interval*. Ini tergantung pada ketelitian data yang digunakan. Jika data dicatat teliti hingga satuan, maka *batas bawah kelas* sama dengan ujung bawah dikurangi 0,5, dan *batas atasnya* didapat dari ujung atas ditambah dengan 0,5.

Jika data dicatat teliti hingga satu desimal, maka *batas bawah kelas* sama dengan ujung bawah dikurangi 0,05, dan *batas atasnya* didapat dari ujung atas ditambah dengan 0,05. Jika data dicatat teliti hingga dua desimal, maka *batas bawah kelas* sama dengan ujung bawah dikurangi 0,005, dan *batas atasnya* didapat dari ujung atas ditambah dengan 0,005, dan seterusnya.

Dalam perhitungan, dari tiap kelas interval biasanya diambil sebuah nilai sebagai *wakil* kelas tersebut, yang dinamakan *tanda kelas interval*. Nilai tanda kelas interval didapat dengan menggunakan aturan sebagai berikut:

$$\text{tanda kelas} = \frac{1}{2}(\text{ujung bawah} + \text{ujung atas})$$

Setelah Anda faham tentang istilah-istilah yang dipakai dalam pembuatan tabel distribusi frekuensi, selanjutnya berdasarkan sejumlah data yang telah diketahui akan dibuat tabel distribusi frekuensi, dan berikut adalah langkah-langkahnya:

a. Tentukan nilai data terkecil dan nilai data terbesar.

b. Tentukan nilai rentang (R).

   R = nilai data terbesar - nilai data terkecil.

c. Tentukan banyak kelas interval (k). Banyaknya kelas interval dipilih menurut keperluan, tetapi biasanya diambil paling sedikit 5 kelas dan paling banyak 15 kelas. Cara lain yang cukup bagus untuk digunakan adalah dengan menggunakan *aturan Sturges,* yaitu:

   k = 1 + 3,3log n

   dengan n menyatakan banyaknya data.

d. Tentukan panjang kelas interval (p).

$$p = \frac{R}{k}$$

   Jika harga *p* bernilai bilangan pecahan, maka Anda harus mengambil harga p bernilai bilangan bulat melalui pilihan bilangan yang dihasilkan.

   Contohnya, $\mathrm{p} = \frac{40}{6} = 6{,}67$, maka Anda boleh mengambil p = 6 atau p = 7.

e. Tentukan ujung bawah kelas interval pertama.

   Ujung bawah kelas interval pertama bisa diambil dari nilai data terkecil, atau bisa juga mengambil nilai data yang lebih kecil dari data terkecil.

Sebelum tabel sebenarnya dituliskan, ada baiknya dibuat tabel penolong yang berisikan *kolom tabulasi*. Kolom ini merupakan kumpulan deretan garis-garis miring pendek, yang banyaknya sesuai dengan banyak data yang terdapat dalam kelas interval yang bersangkutan.

Contoh 2:

Misalkan terdapat 40 data sebagai berikut:

86	78	57	81	89	60	66	58
66	58	70	73	65	56	83	72
80	74	65	71	53	91	68	64
72	87	50	84	74	77	76	81
67	75	74	83	72	76	63	73

Buatlah tabel distribusi frekuensi untuk data tersebut!

Penyelesaian:

a. Nilai data terbesar = 91.

   Nilai data terkecil = 50.

b. Nilai rentang (R) = nilai data terbesar - nilai data terkecil = 91 – 50 = 41.

c. Banyaknya kelas interval

   k = 1 + 3,3log 40 = 1 + 3,3(1,602) = 6,29.

   Anda dapat memilih k = 6 atau k = 7, misalkan dipilih k = 6.

d. Panjang kelas interval (p)

$$p = \frac{R}{k} = \frac{41}{6} = 6.83$$

   Anda dapat memilih p = 6 atau p = 7, misalkan dipilih p = 7.

e. Ujung bawah kelas interval pertama diambil nilai data terkecil = 50.

Dengan mengambil banyak kelas 6, panjang kelas 7 dan dimulai dengan nilai ujung bawah 50, maka didapatkan tabel sebagai berikut:

Tabel 8.7

Nilai	Tabulasi	Frekuensi
50 – 56 57 – 63 64 – 70 71 – 77 78 – 84 85 – 91	III ~~IIII~~ ~~IIII~~ III ~~IIII~~ ~~IIII~~ III ~~IIII~~ II IIII	3 5 8 13 7 4
		40

Dengan menghilangkan kolom tabulasi dari tabel di atas, maka Anda akan dapatkan tabel distribusi frekuensi yang lazim dipakai, sebagai berikut:

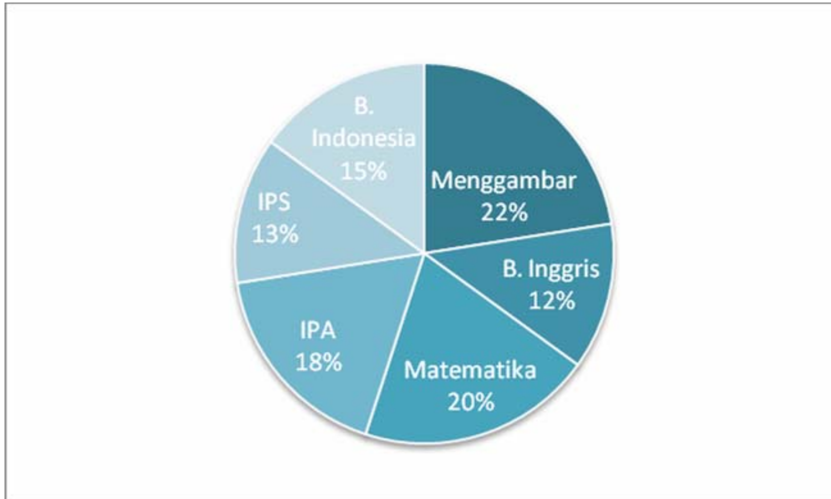
Tabel 8.8

Nilai	Frekuensi
50 – 56	3
57 – 63	5
64 – 70	8
71 – 77	13
78 – 84	7
85 – 91	4
	40

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Data berikut menunjukan jumlah suara tentang kegemaran siswa pada mata pelajaran tertentu di suatu kelas.



Jika yang menyukai pelajaran matematika ada 8 siswa, maka banyaknya siswa yang menyukai pelajaran Bahasa Indonesia adalah ...

2. Tabel berikut menunjukan temperatur rata-rata per bulan dalam derajat celcius pada tempat A dan B.

Tempat	Bulan ke:											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	24	24	25	27	29	32	34	34	32	29	26	25
B	22	22,5	23	25	28	31	33	32,5	30	27	24	22

a. Buatlah diagram garis untuk data tersebut.

b. Berdasarkan a., pada bulan manakah selisih temperatur antara kedua tempat itu terbesar.

c. Berdasarkan a., pada bulan-bulan berurutan yang manakah selisih temperatur agak tetap.

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. Yang menyukai pelajaran menggambar sebanyak 20%, yaitu 8 siswa. Dari keterangan ini kita bisa menentukan banyaknya siswa di kelas itu, sebagai berikut.

   Pelajaran menggambar:

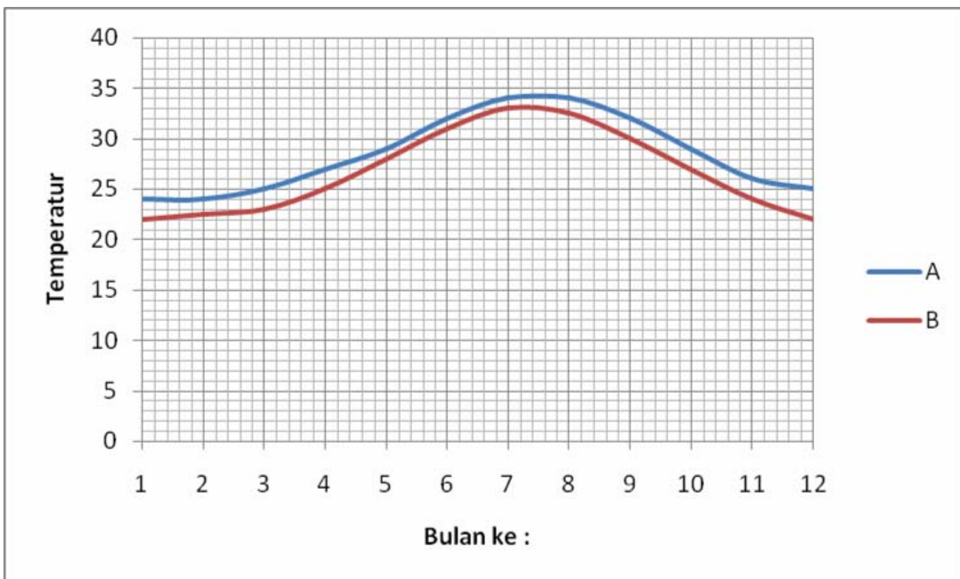
   $$\frac{20}{100} \text{ x } \text{ jumlah siswa} = 8 \quad \Leftrightarrow \quad \text{jumlah siswa} = 8 \text{ x } \frac{100}{20} = 40 .$$

   Yang menyukai pelajaran Bahasa Indonesia sebanyak 15%, sehingga:

   $$\frac{15}{100} \text{ x } 40 = 6 .$$

   Jadi, di kelas tersebut ada 6 siswa yang menyukai pelajaran Bahasa Indonesia.

2. a. Berikut diagram garis data di atas.



   b. Pada bulan Desember.

   c. Pada bulan Mei – Juni – Juli.

Rangkuman

1. Statistika adalah ilmu yang berhubungan dengan cara-cara pengumpulan data, penyajian data, pengolahan atau penganalisisannya, dan penarikan kesimpulan berdasarkan kumpulan data dan penganalisisan yang dilakukan.
2. Populasi adalah keseluruhan pengamatan yang menjadi perhatian kita, sedangkan sampel adalah suatu himpunan bagian dari populasi.
3. Untuk memperoleh keterangan tentang sesuatu diperlukan data, yang pengumpulannya dapat diperoleh melalui pengamatan, wawancara, dan angket.
4. Setelah data terkumpul, data disusun secara teratur, dan kemudian disajikan dalam bentuk tabel atau diagram.
5. Diagram-diagram yang dapat digunakan untuk menyajikan sekumpulan data, antara lain diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran.
6. Untuk data kelompok yang disajikan melalui tabel, biasanya disajikan dalam tabel distribusi frekuensi, yang langkah-langkah pembuatannya adalah sebagai berikut :
   a. Tentukan nilai data terkecil dan nilai data terbesar.
   b. Tentukan nilai rentang (R).

      R = nilai data terbesar - nilai data terkecil.

   c. Tentukan banyak kelas interval (k), yang dapat ditentukan dengan menggunakan *aturan Sturges,* yaitu:

      k = 1 + 3,3log n,

      dengan n menyatakan banyaknya data.
   d. Tentukan panjang kelas interval (p).

      $$p = \frac{R}{k}$$

   e. Tentukan ujung bawah kelas interval pertama.

      Ujung bawah kelas interval pertama bisa diambil dari nilai data terkecil, atau bisa juga mengambil nilai data yang lebih kecil dari data terkecil.

TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Berikut ini adalah pernyataan tentang statistika, kecuali ...
   A. ilmu yang berhubungan dengan pengolahan atau penganalisisan data
   B. ilmu yang berhubungan dengan cara-cara pengumpulan dan penyajian data
   C. ilmu yang berhubungan dengan penarikan kesimpulan secara deduktif
   D. ilmu yang berhubungan dengan penarikan kesimpulan berdasarkan kumpulan data dan penganalisisan yang dilakukan.

2. Hasanudin ingin mengetahui tinggi rata-rata siswa Kelas VI SD di Propinsi Jawa Barat, maka himpunan beberapa siswa di Jawa Barat yang benar-benar dicatat oleh Hasanudin dinamakan data ...
   A. populasi
   B. sampel
   C. kualitatif
   D. katagori

3. Sebelum data disajikan, terlebih dahulu data harus dikumpulkan. Berikut adalah cara pengumpulan data, kecuali ...
   A. Observasi
   B. Angket
   C. Wawancara
   D. Peramalan

4. Dari pendataan jenis pekerjaan orang tua murid di suatu kelas, diperoleh data sebagai berikut :

Jenis pekerjaan	Frekuensi
Pegawai Negeri Sipil	7
Pegawai Perusahaan Negara	8
TNI – POLRI	6
Pegawai Swasta	10
Lain – lain	5

Maka dalam diagram lingkaran, untuk pegawai negeri sipil, digambarkan dengan juring bersudut:

A. 68.4^0

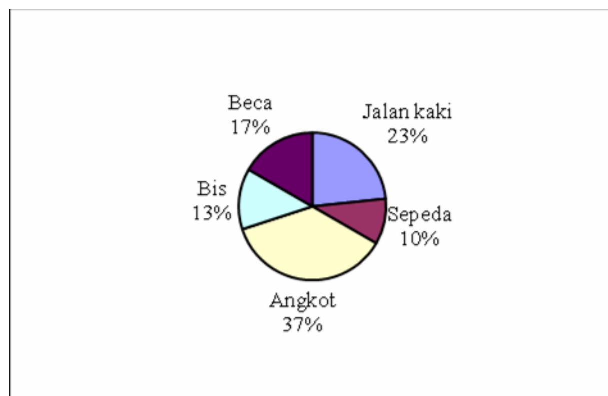
B. 95.2^0

C. $100,8^0$

D. 106.4^0

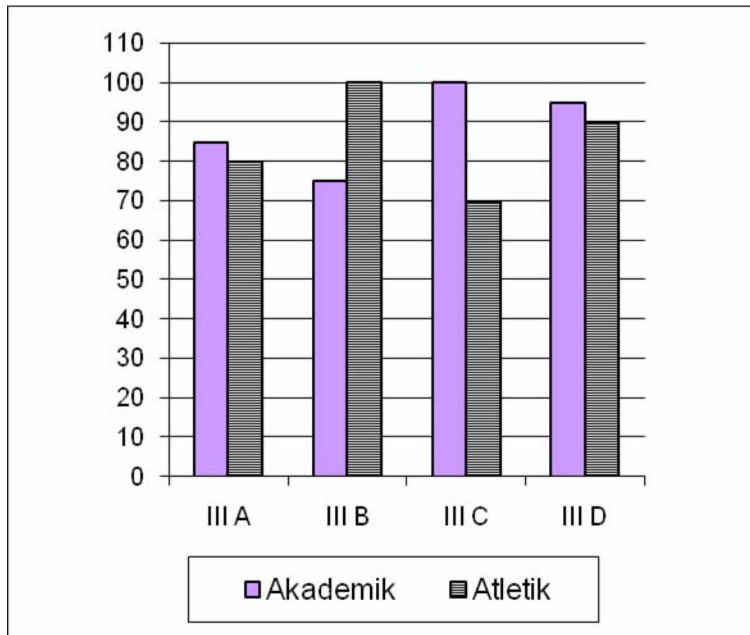
5. Untuk membangun gedung sekolah, maka anggaran sebesar Rp 110.000.000,00 bagi-bagi untuk pembayaran ahli perancang bangunan, pelunasan pembayaran pembelian tanah, upah kerja, beli bahan bangunan. Jika dalam diagram lingkaran, untuk beli bahan bangunan, digambarkan dengan juring bersudut sebesar $122,4^0$, maka besarnya anggaran untuk membeli bahan bangunan tersebut adalah ...
A. Rp 24.000.000,00
B. Rp 37.000.000,00
C. Rp 38.000.000,00
D. Rp 40.000.000,00

6. Kepada 30 siswa ditanyakan cara mereka datang ke sekolah tiap hari. Ternyata mereka datang ke sekolah dengan berbagai cara, yaitu dengan berjalan kaki, bersepeda, pakai angkot, pakai bis, dan pakai beca. Berikut disajikan diagram gambarnya.



Banyaknya siswa yang datang ke sekolah dengan berjalan kaki adalah ...
A. 4
B. 5
C. 7
D. 11

7. Tabel berikut ini menunjukan nilai-nilai yang dicapai untuk kegiatan-kegiatan akademik dan atletik oleh empat kelas dalam suatu SLTP.



Berdasarkan tabel tersebut, didapatkan hal-hal sebagai berikut, kecuali ...

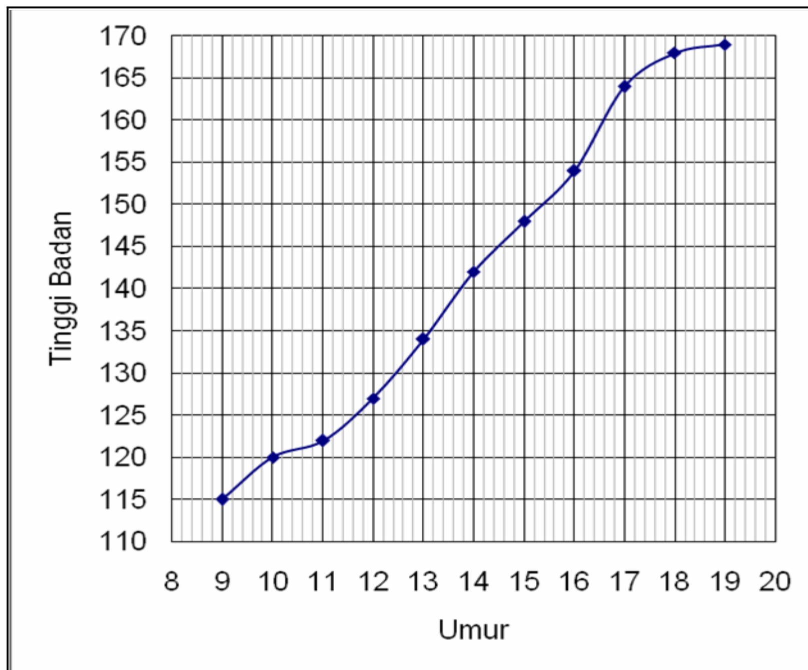
A. Kemampuan akademik tertinggi diraih oleh kelas III C

B. Kemampuan atletik tertinggi diraih oleh kelas III B

C. Jika diambil nilai rata-rata antara kemampuan akademik dan atletik maka yang menjadi juara umum adalah kelas III D

D. Jika diambil nilai rata-rata antara kemampuan akademik dan atletik maka yang menjadi juara umum adalah kelas III D

8. Hasil pengukuran tinggi seorang anak yang dilakukan pada tiap hari ulang tahunnya sejak usia 9 tahun hingga 19 tahun disajikan dalam diagram sebagai berikut:



Berdasarkan diagram garis di atas, pernyataan berikut benar, kecuali ...

A. Pertumbuhan tinggi badan paling lamabt adalah dari usia 18 ke 19 tahun

B. Pertumbuhan tinggi badan terpesat adalah dari usia 16 ke 17 tahun

C. Perkiraan tiggi badan anak ada usia $12\frac{1}{2}$ tahun adalah 130,5

D. Perkiraan tiggi badan anak ada usia $14\frac{1}{2}$ tahun adalah 143

9. Berikut adalah pernyataan yang benar berkaitan dengan tabel distribusi frekuensi, kecuali ...

   A. Ujung bawah kelas interval didapatkan dari batas bawah kelas interval dikurangi dengan nilai ketelitian data.

   B. Panjang kelas interval adalah selisih positif antara tiap dua ujung bawah yang berurutan.

   C. Nilai rentang data adalah selisih positif dari data terbesar dan data terkecil dalam suatu kelompok data.

D. Nilai tanda kelas interval bisa didapatkan dari nilai ujung bawah dan ujung atas kelas interval yang bersangkutan.

10. Berikut adalah data tentang nilai pelajaran matematika kelas III A SD Putra Asih.

Nilai	Frekuensi
40 – 49	4
50 – 59	5
60 – 69	8
70 – 79	12
80 – 89	7
90 – 99	4
	40

Berdasarkan tabel di atas, pernyataan berikut adalah benar, kecuali ...

A. Batas bawah kelas interval kelima adalah 79,5

B. Tanda kelas interval keempat adalah 74,5

C. Ujung atas kelas interval ketiga adalah 69,5

D. Panjang kelas intervalnya adalah 10

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \text{x} 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90% -100% = baik sekali

80% - 89% = baik

70% - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

PELUANG

MODUL

9

Peluang

Pendahuluan

Modul ini adalah modul ke-9 dalam mata kuliah Matematika. Isi modul ini membahas tentang peluang.

Modul ini terdiri dari 2 kegiatan belajar. Pada kegiatan belajar 1 akan dibahas mengenai peluang 1. Terakhir, pada kegiatan belajar 2 akan dibahas mengenai peluang 2.

Setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat memahami konsep ruang sampel dan titik sampel, kejadian, permutasi, dan kombinasi., dan peluang kejadian.

Secara khusus setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat:

1. menyebutkan kejadian suatu persoalan.
2. menyelesaikan soal permutasi.
3. menyelesaikan soal kombinasi.
4. menyelesaikan soal perhitungan peluang suatu kejadian.
5. menyelesaikan soal perhitungan peluang kejadian komplemen.
6. menyelesaikan soal perhitungan peluang bersyarat.
7. menyelesaikan soal perhitungan peluang kejadian saling bebas.

Petunjuk Belajar

1. Bacalah dengan cermat pendahuluan modul ini sehingga Anda memahami tujuan dan bagaimana mempelajari modul ini.
2. Bacalah uraian materi dalam modul ini, tandailah kata-kata penting yang merupakan kunci. Pahami setiap konsep dalam uraian materi dengan mempelajari contoh-contohnya.
3. Jika mengalami kesulitan dalam mempelajari modul ini, diskusikanlah dengan teman-teman Anda atau dengan tutor.
4. Pelajari sumber-sumber lain yang relevan untuk memperluas wawasan.
5. Kerjakan soal-soal latihan dalam modul ini tanpa melihat petunjuk jawaban latihan terlebih dahulu. Apabila mengalami kesulitan, barulah Anda melihat petunjuk jawaban latihan.
6. Kerjakan soal-soal tes formatif dan periksa tingkat kemampuan Anda dengan mencocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban tes formatif. Ulangilah pengerjaan tes formatif ini sampai Anda benar-benar dapat mengerjakan semua soal-soal tes formatif ini dengan benar.

Selamat Belajar, Semoga Sukses!

Peluang 1

Konsep tentang peluang merupakan bagian kajian dari matematika. Para ahli matematika yang berjasa melahirkan teori peluang ini diantaranya adalah Pascal, Leibniz, Fermat, dan James Bernauli. Saat ini konsep teori peluang banyak dipakai dalam berbagai aspek kehidupan, seperti pada bidang politik, bisnis, peramalan cuaca, dan penelitian ilmiah. Tingkatan persoalan yang menggunakan teori peluang pun sangat beraneka ragam, mulai dari persoalan sederhana hingga persoalan yang relatif kompleks.

Sebagai contoh, coba Anda perhatikan tindakan seorang wasit pada pertandingan sepakbola antara kesebelasan A dan B. Ia ingin bertindak seadil-adilnya, dan ingin agar masing-masing kesebelasan senang atas putusannya, apakah kesebelasan A memilih tempatnya lebih dulu atau kesebelasan B?

Bagaimana umumnya tindakan wasit itu? Biasanya wasit itu mengambil sebuah mata uang logam, kemudian ia menanyakan kepada *kapten* dari masing-masing kesebelasan untuk memilih salah satu permukaan dari mata uang logam itu, yaitu memilih *gambar* atau *angka*, kemudian uang logam itu dilemparkan (di tos). Kapten kesebelasan yang pilihannya sama dengan permukaan yang nampak itulah yang memilih tempat duluan.

Apakah Anda tahu, manakah yang akan nampak dari permukaan mata uang logam yang dilempar, gambar atau angka? Sudah tentu, Anda tidak akan mengetahui dengan pasti, permukaan mana yang akan nampak. Inilah persoalan peluang.

A. Ruang Sampel, Titik Sampel, Dan Kejadian

Dalam teori peluang sering digunakan istilah *percobaan* bagi sembarang proses yang bertujuan untuk membangkitkan data. Suatu percobaan dapat berupa pelemparan sekeping

mata uang. Dalam percobaan ini hanya ada dua kemungkinan hasil, yaitu munculnya sisi gambar atau sisi angka. Begitu juga dalam mengukur jumlah curah hujan setiap tahun selama bulan Desember di Jawa Barat dapat dipandang sebagai suatu percobaan.

Dalam banyak kasus, hasil percobaan sering tergantung pada faktor kebetulan, dan oleh karena itu, hasilnya tidak dapat diramalkan dengan pasti. Misalnya, jika sekeping mata uang dilemparkan berulang-ulang, Anda tidak bisa memastikan bahwa pada pelemparan tertentu pasti akan diperoleh sisi angka misalnya. Namun, Anda dapat mengetahui semua kemungkinan hasil untuk setiap pelemparan. Yakni pada pelemparan tertentu maka kemungkinan hasil yang muncul adalah angka atau gambar, atau ditulis dalam bentuk himpunan sebagai {angka, gambar}.

Himpunan semua kemungkinan hasil suatu percobaan dinamakan *ruang sampel*, dan dilambangkan dengan S. Setiap elemen/anggota di dalam ruang sampel dinamakan *titik sampel.* Notasi n(S) menyatakan jumlah dari titik sampel, sebagai contoh pada pelemparan sekeping uang logam, S = {angka, gambar}, sehingga n(S) = 2.

Contoh lain, misalkan pada percobaan pelemparan suatu dadu. Percobaan ini memberikan enam kemungkinan hasil (*outcomes*) yang muncul, yaitu: munculnya dadu dengan tanda bulatan 1, tanda bulatan 2, tanda bulatan 3, tanda bulatan 4, tanda bulatan 5, dan tanda bulatan 6. Sehingga ruang sampelnya didapatkan S = {1, 2, 3, 4, 5. 6} dan n(S) = 6.

Dalam suatu percobaan mungkin kita berkepentingan dengan terjadinya suatu *kejadian* tertentu. Misalnya, kita menaruh perhatian pada kejadian A, yaitu munculnya bilangan yang habis dibagi tiga jika sebuah mata dadu dilemparkan. Ini akan terjadi jika hasil yang muncul merupakan anggota himpunan A = {3, 6}, yang merupakan himpunan bagian dari S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Kalau Anda buatkan untuk setiap kejadian yang diinginkan, maka dari setiap kejadian akan terbentuk sebuah kumpulan titik sampel yang merupakan himpunan bagian dari ruang sampel. Secara formal dapat didefinisikan sebagai berikut:

Definisi:

Kejadian adalah suatu himpunan bagian dari ruang sampel.

Suatu kejadian mungkin saja tidak memiliki anggota, sebagai misal pada pelemparan sekeping uang logam, kejadian yang diinginkan munculnya gambar dan angka pada saat

bersamaan. Tentu saja ini merupakan kejadian yang tidak mempunyai anggota, karena sangat mustahil kalau sekeping uang logam dilemparkan akan muncul gambar dan angka secara bersamaan. Kejadian seperti ini dinamakan *ruang nol*. Berikut diberikan definisi formalnya:

Definisi:

Ruang nol atau *ruang kosong* adalah himpunan bagian dari ruang sampel yang tidak memiliki satu pun anggota. Kejadian ini dilambangkan dengan simbol ϕ.

Kejadian bisa dikategorikan menjadi dua, yaitu *kejadian sederhana* dan *kejadian majemuk.* Jika suatu kejadian dapat dinyatakan sebagai sebuah himpunan yang hanya terdiri dari satu titik sampel, maka kejadian itu disebut *kejadian sederhana.* Sedangkan *kejadian majemuk* adalah kejadian yang dapat dinyatakan sebagai gabuangan beberapa kejadian sederhana.

B. Peluang Suatu Kejadian

Suatu kondisi tertentu, mungkin kita berkepentingan dengan penarikan kesimpulan dari suatu percobaan. Agar kesimpulan tersebut bisa ditafsirkan secara tepat, maka kita membutuhkan pemahaman teori peluang. Apa yang kita maksud dengan perkataan: "Sebagian besar di antara teman-teman seangkatan kita yang lulus tahun ini, mungkin akan menikah dalam waktu 4 tahun mendatang?" Pernyataan yang demikian menyatakan suatu kejadian yang belum pasti, namun berdasarkan keterangan tersebut, kita memiliki keyakinan tertentu akan keabsahan pernyataan tersebut.

Kenyataan seperti itu, menghantarkan kita untuk mempelajari tentang peluang. Kisaran nilai peluang suatu kejadian mulai dari nilai 0 hingga 1. Pada setiap titik sampel dalam ruang sampelnya, kita memberikan satu nilai peluang sedemikian rupa sehingga jumlah semua peluang untuk semua titik sampelnya sama dengan 1. Seandainya Anda punya alasan bahwa suatu titik sampel tertentu sangat besar peluangnya untuk terjadi jika dilaksanakan, maka tentunya peluang yang diberikan untuk titik sampel tersebut harus mendekati 1. Sebaliknya, nilai peluang yang lebih dekat dengan 0, hendaknya diberikan pada suatu titik sampel yang kecil sekali peluangnya untuk terjadi.

Definisi:

Misalnya n(S) banyaknya hasil yang mungkin dari suatu ruang sampel, dan n(A) banyaknya hasil dari kejadian A. Peluang kejadian A,

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

Contoh 1:

Sebuah uang logam dilemparkan sebanyak dua kali. Berapa peluang sekurang-kurangnya sisi angka muncul satu kali?

Penyelesaian:

Ruang sampel bagi percobaan ini adalah: S = {GG, GA, AG, AA}.

B menyatakan kejadian munculnya angka minimal satu kali, B = {GA, AG, AA}.

sehingga peluang kejadian B adalah:

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{3}{4}.$$

Jadi, peluang sekurang-kurangnya sisi angka muncul satu kali adalah $\frac{3}{4}$.

Pada percobaan dengan ruang sampel yang relatif besar, adalah tidak efektif untuk menuliskan semua anggota ruang sampel dalam suatu himpunan. Atau bahkan mungkin Anda beranggapan untuk tidak menuliskan semua anggota dari dari ruang sampel tersebut. Berkaitan dengan hal tersebut maka diperlukan konsep pencacahan titik sampel. Berikut adalah bahasannya.

C. Pencacahan Titik Sampel

Salah satu masalah yang harus dipikirkan dan dicoba untuk dievaluasi adalah pengaruh faktor kebetulan yang berkaitan dengan terjadinya kejadian-kejadian tertentu, jika suatu percobaan dilakukan. Masalah ini merupakan cabang matematika yang dinamakan peluang. Pemecahan masalah peluang dapat dilakukan dengan mencacah banyaknya titik di dalam ruang sampel tanpa terlebih dahulu mendaftarkan elemen-elemenya. Bahasan pencacahan

ruang sampel meliputi: prinsip dasar menghitung, permutasi, dan kombinasi. Berikut adalah bahasannya.

(1) Prinsip Dasar Perhitungan

Sebelum mempelajari konsep permutasi dan kombinasi, terlebih dahulu coba Anda pahami dua prinsip dasar perhitungan berikut ini.

a. Prinsip Penjumlahan

Jika sebuah himpunan objek-objek S dipartisi menjadi himpunan bagian S_1, S_2 ,..., S_n maka banyaknya objek di S akan sama dengan jumlah banyaknya objek di S_1, S_2 ,..., S_n .

Maksudnya, jika himpunan S dipartisi menjadi himpunan-himpunan bagian S_1, S_2 ,..., S_n maka ini berarti tidak ada dua himpunan di antara S_1, S_2 ,..., S_n yang beririsan. Dengan kata lain, setiap objek di S pasti merupakan anggota dari salah satu himpunan S_1, S_2 ,..., S_n. Dengan demikian maka himpunan S_1, S_2 ,..., S_n merupakan partisi dari himpunan S.

Sebagai ilustrasi misalkan S = {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j}, kemudian S dipartisi menjadi 4 bagian, yakni S_1 = {a, d, f}, S_2 = {b, c}, S_3 = {e, g, h, i}, dan S_4 = {j}. Perkataan S dipartisi menjadi S_1 , S_2 , S_3, dan S_4 mengandung arti bahwa *tidak ada satu-pun elemen bersama* di antara himpunan bagian S_1, S_2, S_3, dan S_4 atau $S_1 \cap S_2 \cap S_3 \cap S_4 = \phi$. Perhatikan keterangan berikut.

(i) S = {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j} maka n(S) = 10.

(ii) S_1 = {a, d, f} maka $n(S_1) = 3$.

(iii) S_2 = {b, c} maka $n(S_2) = 2$.

(iv) S_3 = {e, g, h, i} maka $n(S_3) = 4$.

(v) S_4 = {j} maka $n(S_4) = 1$.

Menurut prinsip penjumlahan banyaknya objek di S sama dengan jumlah banyaknya objek di S_1, S_2 , S_3, S_4 , yaitu:

$$\begin{aligned} n(S) &= n(S_1) + n(S_2) + n(S_3) + n(S_4) \\ &= 3 + 2 + 4 + 1 \\ &= 10. \end{aligned}$$

Contoh 2:

Siswa diminta mengambil salah satu kursus matematika atau bahasa Inggris, tetapi tidak boleh mengambil keduanya. Jika ada 4 macam kursus matematika dan 3 macam kursus bahasa Inggris untuk dipilih siswa, maka siswa dapat memilih sebanyak 4 + 3 = 7 pilihan.

b. Prinsip Perkalian

Jika suatu kejadian dapat terjadi dalam p cara yang berbeda, dan kejadian berikutnya dalam q cara yang berbeda, serta kejadian berikutnya dalam r cara yang berbeda, dan seterusnya, maka banyaknya cara kejadian dapat terjadi dalam urutan: p.q.r. ….

Contoh 3:

Misalkan terdapat 2 buah jalur bis antara kota A dan kota B dan 3 jalur bis antara kota B dan C. Tentukan ada berapa cara seseorang dapat mengadakan perjalanan dari kota A ke kota C melalui kota B dengan menggunakan bis?

Penyelesaian :

(i) Perjalanan dengan menggunakan bis dari A ke B dapat ditempuh dengan 2 cara, dan

(ii) Perjalanan dengan menggunakan bis dari B ke C dapat ditempuh dengan 3 cara

Sehingga dengan menggunakan aturan perkalian didapat, seseorang dapat mengadakan perjalanan dari kota A ke kota C melalui kota B dengan menggunakan bis dengan 2.3 = 6 cara.

Contoh 4:

Sekelompok mahasiswa terdiri dari 5 orang pria dan 4 orang wanita. Jika dua orang wakil harus dipilih, masing-masing 1 orang pria dan 1 orang wanita maka jumlah kemungkinan wakil yang dapat dipilih adalah 5.4 = 20 pilihan.

Dari kedua prinsip dasar perhitungan tersebut, prinsip dasar perkalianlah yang sering digunakan.

(2) Notasi Faktorial

Hasil kali bilangan bulat positif dari 1 sampai n yang dilambangkan dengan n! (dibaca n faktorial) adalah:

$$n! = 1.2.3. \ldots . (n-2).(n-1).n$$

atau

$$n! = n.(n-1).(n-2). \ldots .3.2.1$$

juga n! dapat didefinisikan dengan:

$$n! = n(n-1)!,\ 1! = 1,\ \text{dan } 0! = 1$$

Contoh 5:

2! = 1.2 = 2.

3! = 1.2.3 = 6.

4! = 4.3.2.1 = 4.3! = 4.6 = 24.

5! = 5.4.3.2.1 = 5.4! = 5.24 = 120.

Contoh 6:

a. $\frac{8!}{6!} = \frac{8.7.6!}{6!} = 8.7 = 56$.

b. $12.11.10 = \frac{12.11.10.9!}{9!} = \frac{12!}{9!}$.

c. $\frac{12.11.10}{1.2.3} = \frac{12.11.10.9!}{9!3!} = \frac{12!}{9!3!}$ ..

Contoh 7:

Berdasarkan contoh 6 b, maka dapat dituliskan bahwa:

$$n.(n-1).(n-2).\ldots.(n-r+1) = \frac{n.(n-1).(n-2).\ldots.(n-r+1).(n-r).(n-r-1).\ldots.3.2.1}{(n-r).(n-r-1).\ldots.3.2.1}$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!}.$$

Contoh 8:

Berdasarkan contoh 6 c, maka dapat dituliskan bahwa:

$$\frac{n.(n-1).(n-2).....(n-r+1)}{1.2.3.....(r-1).r} = n.(n-1).(n-2).....(n-r+1).\frac{1}{r!}$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!r!}.$$

(3) Permutasi

Permutasi adalah jumlah urutan berbeda dari pengaturan objek-objek.

Contoh 9:

Perhatikan himpunan huruf *a, b, c,* dan *d* , maka:

a. *bdca, dcba,* dan *acdb* merupakan contoh permutasi dari 4 huruf.

b. *bad, adb, cab, dca,* dan *bca* merupakan contoh permutasi dari 3 huruf.

c. *bd, ca, dc,* dan *ba* merupakan contoh permutasi dari 2 huruf.

Jumlah permutasi dari n unsur diambil r dapat dinotasikan dengan *P(n,r)* ; ${}_nP_r$; $P_{n,r}$; atau P_r^n. Pada pembahasan selanjutnya akan digunakan notasi *P(n,r)*. Sebelum menurunkan rumus untuk *P(n,r)*, marilah kita perhatikan contoh kasus berikut ini.

Contoh 10:

Ada berapa permutasi dari 6 objek *a, b, c, d, e,* dan *f* jika diambil 3 huruf? Dengan kata lain ingin didapatkan banyaknya *rangkaian tiga huruf* yang menggunakan 6 huruf tersebut tanpa pengulangan.

Penyelesaian:

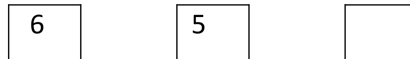
Misalkan secara umum rangkaian huruf tersebut direpresentasikan oleh tiga kotak sebagai berikut:



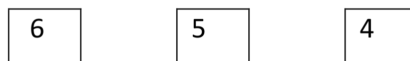
Kotak pertama diisi oleh huruf pertama, di mana huruf pertama tersebut dapat dipilih dengan 6 cara, sehingga didapatkan:



kemudian kotak kedua diisi oleh huruf kedua yang berbeda dengan huruf pertama, huruf kedua dapat dipilih dengan 5 cara, sehingga didapatkan:



dan kotak ketiga diisi oleh huruf ketiga yang berbeda dengan huruf pertama dan huruf kedua, huruf ketiga dapat dipilih dengan 4 cara. Sehingga didapatkan:



Dengan menggunakan prinsip perkalian, maka terdapat ada 6.5.4 = 120 cara yang mungkin untuk merangkai 3 huruf tanpa pengulangan dari 6 huruf yang tersedia, atau ada 120 permutasi dari 6 objek diambil 3. Jadi P(6,3) = 120.

Dengan mengikuti contoh di atas, maka dapat diturunkan prosedur umum untuk banyaknya permutasi r dari n objek, yang dituliskan dengan P(n,r), sebagai berikut:

a. Unsur pertama dalam permutasi r dari n objek dapat dipilih n cara berbeda.
b. Unsur kedua dalam permutasi r dari n objek dapat dipilih n-1 cara berbeda.
c. Unsur ketiga dalam permutasi r dari n objek dapat dipilih n-2 cara berbeda.

⋮

d. Unsur terakhir dalam permutasi r dari n objek dapat dipilih n-(r-1) = (n-r+1) cara berbeda.

Jadi dengan memakai prinsip perkalian, untuk p(n,r) didapatkan sebagai berikut:

$$P(n,r) = n.(n-1).(n-2). \ \ldots \ .(n-r+1)$$

Dari contoh 7 sebelumnya kita telah mendapatkan bahwa:

$$n.(n-1).(n-2).....(n-r+1) = \frac{n.(n-1).(n-2).....(n-r+1).(n-r).(n-r-1).....3.2.1}{(n-r).(n-r-1).....3.2.1}$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!}.$$

Akibatnya bahwa $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$.

Dapat disimpulkan bahwa, banyaknya permutasi r dari n objek, P(n,r) adalah:

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Dalam kasus khusus, jika r = n maka :

$$P(n,n) = n.(n-1).(n-2). \ ... \ .3.2.1 = n!$$

Contoh 11:

Ada berapa permutasi dari 3 objek *a, b,* dan *c?*

Penyelesaian:

Dengan menggunakan formula $P(n,n) = n!$, maka ada 3! = 6 permutasi dari huruf-huruf *a, b,* dan *c*, yaitu: *abc, acb, bac, bca, cab,* dan *cba.*

Permutasi dengan Pengulangan

Banyaknya permutasi n objek dengan sejumlah n_1 serupa, n_2 serupa, …, n_r serupa adalah:

$$\frac{n!}{n_1!\,n_2!\,...\,n_r!}.$$

Contoh 12:

Ada berapa banyak rangkaian 7 huruf, dengan menggunakan huruf-huruf dari kata "BENZENE"?

Penyelesaian:

Banyaknya permutasi dari 7 objek yang tiga huruf diantaranya serupa (3 huruf E) dan dua huruf diantaranya serupa (2 huruf N), maka terdapat:

$\frac{7!}{3!2!}$ = 420 rangkaian huruf.

Jadi, banyak rangkaian 7 huruf, dengan menggunakan huruf-huruf dari kata "BENZENE" ada 420 rangkaian huruf.

Contoh 13:

Misalkan terdapat suatu tiang yang berdiri vertikal. Pada tiang tegak vertikal tersebut akan dirias dengan 8 lampu, dengan perincian 4 lampu merah, 3 lampu putih, dan satu lampu biru. Berapa banyak susunan lampu dapat dibuat?

Penyelesaian:

Akan dicari banyaknya permutasi dari 8 objek dengan 4 serupa dan 3 serupa.

$\frac{8!}{4!3!}$ = 280.

Jadi, ada 280 susunan lampu yang dapat dibuat.

Permutasi Melingkar

Misalkan terdapat 10 orang yang duduk pada satu barisan kursi yang terdiri dari 10 kursi. Menurut rumus permutasi ada sebanyak P(10,10) = 10! cara pengaturan tempat duduk bagi 10 orang tersebut.

Sekarang misalkan mereka disuruh duduk mengelilingi meja melingkar. Berapa cara pengaturan tempat duduk bagi mereka?

Satu orang dapat duduk pada tempat duduk di mana saja. Sembilan orang lainnya dapat duduk dengan:

$$9.8.7.6.5.4.3.2.1 = 9! \text{ cara.}$$

Meskipun orang pertama dapat memiliki tempat duduk di mana saja, namun jumlah susunan tempat duduk yang dihasilkan oleh 9 orang lainnya tetap sama. Inilah yang dinamakan dengan *permutasi melingkar*.

Definisi:

Permutasi melingkar dari n objek adalah penyusunan objek-objek yang mengelilingi sebuah lingkaran (atau kurva tertutup sederhana). Jumlah susunan objek yang mengelilingi lingkaran adalah (n-1)!

Pembuktian permutasi melingkar cukup sederhana. Objek pertama dapat ditempatkan di mana saja pada lingkaran dengan 1 cara. Sisa n-1 objek lainnya dapat diatur searah jarum jam (misalnya), dengan P(n-1, n-1) = (n-1)! cara.

(4) Kombinasi

Perhatikan suatu himpunan yang terdiri dari n objek. Kombinasi r dari n objek adalah setiap pemilihan r objek dari n objek tanpa mengindahkan urutan objek-objeknya. Dengan kata lain, suatu kombinasi r dari suatu himpunan n objek adalah himpunan bagian yang terdiri dari r unsur/elemen.

Contoh 14:

Kombinasi 3 huruf dari *a, b, c, d* adalah {*a, b, c*}, {*a, b, d*}, {*a, c, d*}, {*b, c, d*}, atau lebih sederhananya dapat ditulis dengan *abc*, *abd*, *acd*, *bcd*. Perhatikan bahwa kombinasi: *abc, acb, bac, bca, cab,* dan *cba* adalah sama, karena masing-masing berpadanan dengan himpunan yang sama, yaitu {*a, b, c*}.

Jumlah kombinasi dari n unsur diambil r dapat dinotasikan dengan $C(n,r)$; ${}_nC_r$; $C_{n,r}$; atau C_r^n. Pada pembahasan selanjutnya akan digunakan notasi *C(n,r)*. Sebelum menurunkan rumus untuk *C(n,r)*, marilah kita perhatikan contoh kasus berikut ini.

Contoh 15:

Ada berapa kombinasi 3 huruf dari *a, b, c,* dan *d ?*

Penyelesaian:

Untuk setiap kombinasi 3 huruf memberikan 3! = 6 permutasi.

Kombinasi	Permutasi
abc	*abc acb, bac, bca, cab.cba*
abd	*abd, adb, bad, bda, dab, dba*
acd	*acd, adc, cad, cda, dac, dca*
bcd	*bcd, bdc, cbd, cdb, dbc, dcb*

Tampak bahwa banyaknya kombinasi dikalikan 3! sama dengan banyaknya permutasi.

C(4,3).3! = P(4,3) atau $C(4,3) = \dfrac{P(4,3)}{3!}$

$$C(4,3) = \frac{24}{6} = 4 \ .$$

Secara umum, untuk setiap permutasi r dari n objek memberikan r! kombinasi r dari n objek, dan dapat disimpulkan bahwa :

P(n,r) = r! C(n,r).

dan dapat diperoleh:

$$C(n,r) = \frac{P(n,r)}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!} \ .$$

Jadi, rumus umum untuk kombinasi r dari n objek adalah:

$$C(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!\,r!} \ .$$

Contoh 16:

Ada berapa cara membentuk suatu panitia yang terdiri atas 3 orang dari 8 orang?

Penyelesaian:

Setiap panitia yang dibentuk merupakan suatu kombinasi 3 dari 8 orang.

$$C(8\,,3) = \frac{8!}{(8-3)!3!}$$

$$= \frac{8!}{5!3!}$$

$$= \frac{8.7.6.5!}{5!3.2.1}$$

$$= \frac{8.7.6}{3.2.1}$$

$$= 56.$$

Jadi, ada 56 cara membentuk suatu panitia yang terdiri dari atas 3 orang dari 8 orang.

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Berapa banyak bilangan bulat positif lebih kecil dari 600 dapat disusun dari angka-angka 3, 4, 5, 6, dan 7 dan tiap bilangan yang terbentuk tidak mengandung angka yang sama?
2. Berapa banyakah plat nomor mobil dapat dibuat dengan menggunakan dua huruf diikuti oleh tiga angka?
3. Dalam merencanakan suatu perjalanan pulang-pergi dari Jakarta ke Ujung Pandang melalui Surabaya, seseorang memutuskan bepergian antara Jakarta dan Surabaya melalui udara dan antara Surabaya dan Ujung Pandang dengan menggunakan kapal laut. Jika tersedia 6 perusahaan penerbangan yang menghubungkan Jakarta dan Surabaya, dan 4 perusahaan perkapalan yang menghubungkan Surabaya dan Ujung Pandang, maka dalam berapa banyak carakah perjalanan pulang pergi dapat dilakukan tanpa menggunakan perusahaan yang sama dua kali?

4. Dalam berapa carakah 3 buku dapat dipilh dari 7 buku yang berlainan dan disusun dalam 3 tempat di rak?
5. Seorang peternak membeli 3 sapi, 2 kambing, dan 4 ayam dari seseorang yang mempunyai 6 sapi, 5 kambing, dan 8 ayam. Ada berapa cara peternak tersebut memilih?

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. Karena bilangan tersebut harus lebih kecil dari 400, maka kemungkinan bilangan yang terbentuk adalah tiga angka (ratusan), dua angka (puluhan), dan satu angka (satuan).
   a. Bilangan yang terdiri dari tiga angka.
   Misalkan bilangan tiga angka direpresentasikan oleh tiga kotak berikut:

   Karena angka yang terbentuk harus kurang dari 600, maka kotak pertama dapat diisi oleh 3 cara, yaitu dapat diisi oleh angka 3, 4, dan 5, sehingga didapatkan:

3		

   kemudian kotak kedua harus diisi dengan angka yang berbeda dengan angka di kotak pertama, angka kedua dapat diisi oleh 4 cara, sehingga didapatkan:

3	4	

   dan kotak ketiga harus diisi oleh angka yang berbeda di kotak pertama dan kotak kedua, angka ketiga dapat diisi oleh 3 cara. Sehingga didapatkan:

3	4	3

   Dengan menggunakan prinsip perkalian, maka terdapat sebanyak 3.4.3 = 36 bilangan yang terbentuk.

b. Bilangan yang terdiri dari 2 angka.

Misalkan bilangan dua angka direpresentasikan oleh dua kotak berikut:

Kotak pertama dapat diisi oleh semua angka yang tersedia, yakni ada 5 cara mengisi kotak pertama, yaitu dapat diisi oleh angka 3, 4, 5, 6, dan 7, sehingga didapatkan :

5	

kemudian kotak kedua harus diisi dengan angka yang berbeda dengan angka di kotak pertama, angka kedua dapat diisi oleh 4 cara, sehingga didapatkan :

5	4

Dengan menggunakan prinsip perkalian, maka terdapat sebanyak 5.5 = 20 bilangan yang terbentuk.

c. Bilangan yang terdiri dari 1 angka.

Untuk bilangan yang terdiri dari satu angka, dapat diisi oleh semua angka yang tersedia, yakni akan ada 5 bilangan yang terbentuk.

Jadi seluruhnya ada 36 + 20 + 5 = 61 bilangan yang terbentuk yang kurang dari 600.

2. Ada lima tempat untuk diisi. Tempat pertama dapat diisi dengan salah satu dari 26 huruf, jadi dalam 26 cara. Setelah tempat pertama diisi dalam salah satu cara tersebut, tempat kedua dapat diisi dalam 26 cara (pengulangan suatu huruf diperbolehkan). Begitu pula, tempat ketiga dapat diisi dalam 9 cara (nol tidak diperbolehkan), yang keempat dalam 10 cara, dan yang kelima dalam 10 cara (nol dan pengulangan suatu angka diperbolehkan). Sehingga dengan menggunakan aturan perkalian didapatkan: 26 x 26 x 9 x 10 x 10 = 60.8400 cara.
3. Perjalanan dari Jakarta ke Surabaya dapat ditempuh dengan 6 cara. Setelah memilih salah satu cara, perjalanan dari Surabaya ke Ujung Pandang dapat dilakukan dala 4 cara. Perjalanan kembali dari Ujung Pandang ke Surabaya dapat dilakukan dengan 3 cara, dan

setelah itu perjalanan dari Surabaya ke Jakarta dapat dilakukan dengan 5 cara. Menurut aturan perkalian, banyaknya kemungkinan cara mengadakan perjalanan bolak-balik adalah: 6 x 4 x 3 x 5 = 360 cara.

4. Cara 1.

   Tempat pertama dapat diisi dengan salah satu dari ke-7 buku, jadi dalam 7 cara. Setelah itu, tempat kedua dapat diisi oleh 6 cara, dan tempat ketiga dapat diisi oleh 5 cara. Sehingga dengan menggunakan aturan perkalian, ketiga tempat dapat diisi dengan: 7 x 6 x 5 = 210 cara.

   Cara 2.

   Dengan menggunakan formula permutasi. Banyaknya 7 benda diambil 3 sekaligus, dinyatakan dengan:

$$_7P_3 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7.6.5.4.3.\quad 2.1}{4.3.2.1} = 210 \text{ cara}$$

5. Peternak tersebut dapat memilih sapi dalam C (6, 3) cara, kambing C (5, 2) cara, dan ayam C (8, 4) cara. Jadi keseluruhan peternak tersebut, dapat memilih binatang-binatang tersebut dalam:

$$C(6,3) . C(5,2) . C(8,4) = \frac{6.5.4}{1.2.3}.\frac{5.4}{1.2}.\frac{8.7.6.5}{1.2.3.4}$$

= 20.10.70

= 14.000 cara.

Rangkuman

1. Percobaan merupakan sembarang proses dengan tujuan untuk membangkitkan data.
2. Himpunan semua kemungkinan hasil suatu percobaan dinamakan ruang sampel, dan setiap elemen di dalam ruang sampel dinamakan titik sampel.
3. Kejadian adalah suatu himpunan bagian dari ruang sampel. Ada dua macam kejadian yaitu kejadian sederhana dan kejadian majemuk. Kejadian yang dapat dinyatakan sebagai sebuah himpunan yang hanya terdiri dari satu titik sampel dinamakan kejadian

sederhana. Sedangkan kejadian yang dapat dinyatakan sebagai gabuangan beberapa kejadian sederhana dinamakan kejadian majemuk.

4. Peluang kejadian A adalah banyaknya hasil dari kejadian A dibagi oleh banyaknya ruang sampel kejadian tersebut.
5. Dalam suatu percobaan yang relatif besar adalah hal yang kurang efisien jika Anda harus mendaftarkan semua elemen dari percobaan tersebut. Untuk menghindari hal itu maka dilakukan dua teknik pencacahan, yakni permutasi dan kombinasi, yang kedua teknik pencacahan tersebut lebih didasari oleh prinsip perkalian.
6. Permutasi didefinisikan sebagai jumlah urutan berbeda dari pengaturan objek-objek. Sedangkan jumlah pengaturan obek-objek dengan mengabaikan urutan dari objek-objeknya dinamakan kombinasi.

TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Dari 10 peserta finalis lomba Adzan usia anak Sekolah Dasar akan dipilih juara 1, 2, dan 3. Banyaknya cara yang mungkin memilih juara 1, 2,dan 3 dari 10 finalis tersebut adalah ....
   A. 30
   B. 120
   C. 240
   D. 720

2. Dalam suatu rapat pembentukan pengurus Dewan Keluarga Mesjid (DKM) Al-Hikmah akan dipilih ketua, wakil ketua, dan sekretaris. Jika terdapat 7 orang calon yang memenuhi kriteria, maka banyaknya cara yang mungkin untuk memilih pengurus DKM itu dengan tidak ada jabatan rangkap adalah ....
   A. 10
   B. 21
   C. 35
   D. 210

3. Pada kompetisi sepakbola yang diikuti oleh 6 regu, panitia menyediakan 6 tiang bendera. Banyaknya susunan yang berbeda untuk memasang bendera tersebut adalah ....
   A. 720 cara
   B. 120 cara
   C. 36 cara
   D. 24 cara

4. Dari angka 3, 5, 6, 7, dan 9 dibuat bilangan yang terdiri atas tiga angka yang berbeda. Di antara bilangan-bilangan tersebut yang kurang dari 400, banyaknya adalah ....
   A. 16
   B. 12
   C. 10
   D. 8

5. Untuk memperoleh jenis padi baru, dilakukan penyilangan terhadap 7 jenis padi yang berlainan satu dengan yang lain. Banyaknya macam penyilangan yang dapat dilakukan ada ....
   A. 147 cara
   B. 84 cara
   C. 42 cara
   D. 21 cara

6. Ada 6 orang pria dan 3 wanita. Mereka akan membentuk suatu panitia yang terdiri dari 5 orang. Berapa cara panitia dapat terbentuk jika harus terdiri dari 3 pria dan 2 wanita?
   A. 70 cara
   B. 60 cara
   C. 40 cara
   D. 30 cara

7. Banyaknya permutasi yang dapat terjadi dari huruf-huruf pada perkataan ”SHALAT” adalah ....
   A. 360 cara
   B. 180 cara
   C. 240 cara
   D. 720 cara

8. Saat silatrurrahim Iedul Fitri, di rumah Irfan ada sepuluh orang saling berjabat tangan, maka banyaknya cara orang tersebut berjabat tangan adalah ....

A. 40

B. 45

C. 90

D. 100

9. Banyaknya bilangan terdiri dari tiga angka berlainan yang dapat dibentuk oleh angka-angka 1, 2, 3, 4, dan 5 adalah ....

   A. 50

   B. 60

   C. 80

   D. 100

10. Ditentukan 7 warna berlainan. Jika tiap 2 warna berlainan dicampur menghasilkan sebuah warna baru, maka banyaknya kombinasi warna baru yang dihasilkan adalah ....

    A. 19

    B. 20

    C. 21

    D. 25

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \text{x}100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90% -100% = baik sekali

80% - 89% = baik

70% - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. BAGUS! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

Peluang 2

A. PENDAHULUAN

Dalam kenyataan di lapangan, hasil percobaan di lapangan tidak selalu merupakan kejadian sederhana. Akan tetapi mungkin saja bisa terjadi kejadian yang merupakan kombinasi dari beberapa kejadian sederhana.

Untuk memudahkam bahasan kombinasi kejadian-kejadian, ada baiknya Anda ingat kembali bahwa suatu kejadian dapat direpresentasikan sebagai suatu himpunan. Sehingga kombinasi beberapa kejadian untuk mendapatkan kejadian baru dapat diperoleh dengan menggunakan operasi-operasi himpunan. Berikut diberikan beberapa definisi yang terkait dengan kombinasi kejadian-kejadian.

Definisi:

Irisan dua kejadian A dan B dilambangkan dengan $A \cap B$, adalah kejadian yang mengandung semua elemen persekutuan kejadian A dan B.

Elemen-elemen di dalam himpunan $A \cap B$ mewakili terjadinya secara sekaligus kejadian A dan B, sehingga elemen-elemen yang ada di $A \cap B$ harus merupakan elemen-elemen yang termasuk dalam A dan sekaligus dalam B

Contoh 1:

Misalkan A adalah kejadian semua orang pembayar pajak di kota Bandung, dan B adalah kejadian semua orang berusia di atas 50 tahun. Maka $A \cap B$ adalah kejadian semua pembayar pajak di kota Bandung yang berusia di atas 50 tahun.

Dalam percobaan, bisa juga diinginkan kejadian A dan B yang tidak mungkin terjadi bersamaan. Kejadian yang demikian dikatakan *kejadian saling lepas.* Berikut diberikan definisinya.

Definisi:

Dua kejadian A dan B dikatakan *kejadian saling lepas* jika $A \cap B = \phi$, artinya A dan B tidak memiliki elemen persekutuan.

Contoh 2:

MIsalkan sebuah dadu dilemparkan. Misalkan juga A adalah kejadian munculnya bilangan genap dan B adalah kejadian munculnya bilangan ganjil. Kejadian A = {2, 4, 6} dan B = {1, 3, 5} tidak memiliki titik persekutuan, atau $A \cap B = \phi$, artinya kejadian A dan B saling lepas.

Tidak jarang, seseorang tertarik pada kejadian terjadinya sekurang-kurangnya satu dari dua kejadian. Misalnya, dalam percobaan pelemparan dadu, jika kejadian A = {2, 4, 6} dan B = {4, 5, 6}, mungkin Anda ingin mengetahui apakah salah satu A atau B atau kedua-duanya terjadi. Kejadian semacam ini dinamakan *gabungan A* dan *B*, yang hasilnya adalah {2, 4, 5, 6}. Definisinya diberikan sebagai berikut.

Definisi:

Gabungan dua kejadian A dan *B*, dilambangkan dengan $A \cup B$, adalah kejadian yang mencakup semua anggota A atau B atau kedua-duanya.

Misalkan ada suatu percobaan dengan ruang sampel (S) adalah kebiasaan berolahraga karyawan di suatu instansi. Misalkan kejadian A adalah karyawan yang berolahraga di instansi tersebut. Maka semua karyawan yang tidak berolahraga, juga merupakan suatu kejadian, yang dinamakan *komplemen* dari kejadian A.

Definisi:

Komplemen suatu kejadian A relatif terhadap S adalah himpunan semua anggota S yang bukan merupakan anggota A. Komplemen kejadian A dilambangkan dengan A^C.

B. Peluang Kejadian Saling Lepas

Seringkali lebih mudah menghitung peluang suatu kejadian berdasarkan peluang kejadian lain. Hal ini berlaku antara lain pada kejadian yang dapat dinyatakan sebagai gabungan dua kejadian.

Sebelum membahas peluang kejadian saling lepas, terlebih dahulu perhatikan bahasan berikut.

Teorema:

Jika A dan B dua kejadian dalam ruang sampel S yang berhingga, maka:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Contoh 3:

Sebuah dadu dilemparkan satu kali, berapakah peluang munculnya muka ganjil atau kelipatan 3?

Penyelesaian:

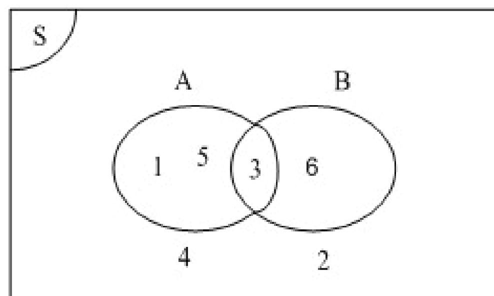
Misalkan:

A adalah kejadian munculnya mata dadu ganjil, maka A = {1, 3, 5}.

B adalah kejadian munculnya mata dadu kelipatan 3, maka B = {3, 6}.

Sedangkan ruang sampel S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Jika himpunan-himpunan ini digambarkan dengan menggunakan diagram Venn, maka didapat:



S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} maka n(S) = 6.

Karena A = {1, 3, 5} maka n(A) = 3, sehingga peluang A adalah:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6}.$$

Karena B = {3, 6} maka n(B) = 2, sehingga peluang B adalah:

$$P(B) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6}.$$

Karena $A \cap B = \{3\}$ maka $n(A \cap B) = 1$ sehingga peluang $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$.

Maka peluang munculnya muka ganjil atau kelipatan 3 adalah:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6}$$
$$= \frac{2}{3}$$

Jadi, peluang munculnya muka ganjil atau kelipatan 3 adalah $\frac{2}{3}$.

Jika A dan B merupakan *kejadian saling lepas,* yakni $A \cap B = \phi$ maka *peluang kejadian saling lepas* didapatkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - P(\phi) \\ &= P(A) + P(B) - 0 \\ &= P(A) + P(B) \end{aligned}$$

Jadi, jika A dan B merupakan *kejadian saling lepas,* maka *peluang kejadian saling lepas* adalah:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Formula ini bisa diperumum, sehingga didapatkan rumusan sebagai berikut:

Jika $A_1, A_2, A_3, ..., A_n$ merupakan kejadian saling lepas maka:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup ... \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + ... + P(A_n)$$

Contoh 4:

Berapa peluang munculnya jumlah 6 atau 9 jika sepasang dadu dilemparkan?

Penyelesaian:

Ruang sampel untuk kejadian tersebut adalah:

(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Misalnya A kejadian munculnya jumlah 6, maka:

A = {(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)}.

P(A) = $\frac{5}{36}$.

B kejadian munculnya jumlah 9, maka:

B = {(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)}.

P(B) = $\frac{4}{36}$.

Peluang munculnya jumlah 6 atau 9 adalah:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{5}{36} + \frac{4}{36}$$

$$= \frac{9}{36}$$

$$= \frac{1}{4}$$

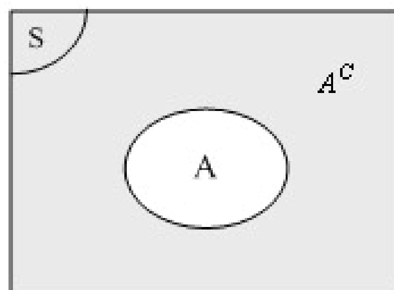
Jadi, peluang munculnya jumlah 6 atau 9 adalah $\frac{1}{4}$.

C. Peluang Kejadian Komplemen

Perhatikan kembali definisi ini:

Komplemen suatu kejadian A relatif terhadap S adalah himpunan semua anggota S yang bukan merupakan anggota A. Komplemen kejadian A dilambangkan dengan A^c.

Kalau makna dari definisi tersebut kita representasikan dengan menggunakan diagram Venn maka didapatkan diagram sebagai berikut:



Berdasarkan diagram di atas, tampak jelas bahwa $A \cup A^C = S$ dan $A \cap A^C = \phi$, sehingga:

$$P(S) = P(A \cup A^C)$$

$$1 = P(A \cup A^C)$$

$$= P(A) + P(A^C) - P(A \cap A^C)$$

$$= P(A) + P(A^C) - P(\phi)$$

$$= P(A) + P(A^C) - 0$$

$$= P(A) + P(A^C)$$

dan didapat $1 = P(A) + P(A^C)$ atau $P(A^C) = 1 - P(A)$

Jadi, jika A dan A^C adalah kejadian saling berkomplemen, maka peluang dari A^C adalah:

$$P(A^C) = 1 - P(A)$$

Contoh 5:

MIN Bina Putra memiliki 69 siswa laki-laki dan 51 siswa perempuan. Berapa peluang terpilihnya seorang siswa teladan bukan laki-laki sekolah tersebut?

Penyelesaian:

Jika *P(A)* menyatakan peluang terpilihnya siswa teladan adalah laki-laki, maka:

$$P(A) = \frac{69}{120} = \frac{23}{40}.$$

Dengan demikian, peluang terpilihnya seorang siswa teladan bukan laki-laki adalah:

$$1 - P(A) = 1 - \frac{23}{40} = \frac{17}{40}.$$

D. Peluang Bersyarat

Jika Anda menghitung peluang sebuah kejadian, maka perhitungannya selalu didasarkan pada ruang sampel percobaan. Jika A adalah sebuah kejadian, maka perhitungan peluang dari kejadian A selalu didasarkan pada ruang sampel S. Akibatnya, peluang dari kejadian A ditulis secara lengkap sebagai $P(A|S)$, artinya peluang terjadinya A jika S telah terjadi.

Sehingga $P(A|S)$ dikatakan sebagai peluang bersyarat. Coba Anda perhatikan uraian berikut ini.

$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$ atau ditulis secara lengkap sebagai $P(A|S)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

$$P(A|S)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{n(A\cap S)}{n(S)}=\frac{\frac{n(A\cap S)}{n(S)}}{\frac{n(S)}{n(S)}}=\frac{P(A\cap S)}{P(S)}$$

Jadi, $P(A|S)==\dfrac{P(A\cap S)}{P(S)}$.

Berdasarkan uraian di atas maka Anda dapat mendefinisikan suatu peluang dengan syarat jika kejadian lainnya telah terjadi.

Definisi:

Peluang B dengan syarat kejadian A diketahui lebih dahulu, dilambangkan dengan $P(B|A)$, dan didefinisikan sebagai:

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)},\ \text{jika } P(A) > 0.$$

Contoh 6:

Peluang suatu penerbangan regular berangkat tepat pada waktunya adalah P(A) = 0,83. Peluang penerbangan itu mendarat tepat pada waktunya adalah P(B) = 0,92. Peluang pesawat itu berangkat dan mendarat tepat pada waktunya adalah $P(A\cap B)=0{,}78$.

(1) Tentukan peluang bahwa suatu pesawat pada penerbangan itu mendarat tepat pada waktunya, jika diketahui bahwa pesawat itu berangkat tepat pada waktunya.

(2) Tentukan peluang bahwa suatu pesawat pada penerbangan itu berangkat tepat pada waktunya, jika diketahui bahwa pesawat itu mendarat tepat pada waktunya.

Penyelesaian:

(1) P(B|A) menyatakan, peluang bahwa suatu pesawat mendarat tepat pada waktunya jika diketahui bahwa pesawat itu berangkat tepat pada waktunya.

Sehingga,

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$= \frac{0{,}78}{0{,}83}$$

$$= 0{,}94$$

(2) P(A|B) menyatakan, peluang bahwa suatu pesawat berangkat tepat pada waktunya jika diketahui bahwa pesawat itu mendarat tepat pada waktunya.

Sehingga,

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{0{,}78}{0{,}92}$$

$$= 0{,}85$$

E. Peluang Kejadian Saling Bebas

Dua buah kejadian A dan B dikatakan saling bebas, jika terjadinya kejadian A tidak mempengaruhi terjadi atau tidak terjadinya kejadian B atau sebaliknya jika terjadinya kejadian B tidak mempengaruhi terjadi atau tidak terjadinya kejadian A.

Definisi:

Jika A dan B merupakan kejadian bebas, maka:

$$P(A \cap B) = P(A) . P(B)$$

Jika dua kejadian tidak saling bebas, maka dua kejadian tersebut dikatakan saling bergantungan.

$$P(A \cap B) \neq P(A) . P(B)$$

Contoh 7:

Sebuah kota kecil memiliki satu mobil pemadam kebakaran dan satu mobil ambulan. Peluang mobil kebakaran itu dapat digunakan pada saat diperlukan adalah 0,98. Peluang mobil ambulan dapat digunakan pada saat diperlukan adalah 0,92. Dalam hal terjadi kecelakaan akibat kebakaran, hitunglah peluang mobil ambulan dan mobil kebakaran itu keduanya tersedia dan siap digunakan.

Penyelesaian:

Misalkan:

P(A) menyatakan peluang mobil kebakaran siap digunakan.

P(B) menyatakan peluang mobil ambulan siap digunakan.

Maka peluang mobil ambulan dan mobil kebakaran itu keduanya tersedia dan siap digunakan adalah:

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A).P(B) \\ &= (0{,}98).(0{,}92) \\ &= 0{,}9016 \end{aligned}$$

Latihan

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1. Sebuah dadu dilempar sebanyak satu kali, berapa peluang munculnya mata 1 atau 3.
2. Sebuah dadu dilempar sebanyak satu kali, berapa peluang tidak muncul mata dadu 5.
3. Peluang seorang siswa lulus pelajaran matematika adalah $\frac{2}{3}$ dan peluang ia lulus pelajaran bahasa Indonesia adalah $\frac{4}{9}$. Jika peluang lulus sekurang-kurangnya satu pelajaran di atas adalah $\frac{4}{5}$, maka berapa peluang ia lulus kedua pelajaran itu?

4. Dalam sebuah kotak terdapat 8 jeruk yang 3 diantaranya busuk. Berapa peluang terpilihnya dua buah jeruk yang kedua-duanya tidak busuk?
5. Suatu percobaan terdiri atas lantunan dua dadu (dadu biru dan dadu kuning), kemudian diamati banyaknya bintik yang muncul di sebelah atas. Berapakah peluang munculnya dadu biru ≤ 3 dan dadu kuning ≥ 5.

Petunjuk Jawaban Latihan

Periksa secara seksama jawaban Anda, kemudian cocokkanlah jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut:

1. Ruang sampelnya adalah S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, sehingga n(S) = 6.

   Kejadian munculnya mata dadu 1 atau 3 adalah E = {1, 3}, sehingga n(E) = 2.

   Maka peluang munculnya mata 1 atau 3 adalah:

$$P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

2. Ruang sampelnya adalah S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, sehingga n(S) = 6.

   Kejadian munculnya mata dadu 5 adalah A = {5}, sehingga n(A) = 1.

   Maka peluang munculnya mata dadu 5 adalah:

$$P(A) = \frac{1}{6},$$

   dan peluang tidak muncul mata dadu 5 adalah:

$$P(A^C) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}.$$

3. Jika A menyatakan kejadian lulus pelajaran matematika, B menyatakan kejadian lulus pelajaran bahasa indonesia, dan $A \cup B$ menyatakan kejadian lulus sekurang-kurangnya satu pelajaran di atas. Maka peluang ia lulus kedua pelajaran itu adalah:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{4}{5} = \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{14}{45}$$

4. Terdapat C(8 , 2) = $\frac{8!}{(8-2)!2!} = 24$ cara untuk memilih 2 buah jeruk dari 8 buah jeruk.

   Karena ada 8 – 3 = 5 buah jeruk yang tidak rusak, maka terdapat C(5 , 2) = $\frac{5!}{(5-2)!2!}$=10 cara untuk memilih 2 buah jeruk yang tidak rusak. Jadi, peluang terambilnya dua buah jeruk yang kedua-duanya tidak rusak adalah $\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$.

5. Diketahui ada dua dadu yang dibedakan sebagai dadu biru dan dadu kuning. Untuk keperluan di sini, kita dapat menganggap satu dadu dilantunkan dua kali, lantunan pertama berpadanan dengan dadu biru, sedangkan yang kedua dengan dadu kuning. Tabel berikut menyajikan ruang sampel untuk semua kemungkinan hasil percobaan tersebut.

hasil dadu kuning (k)

hasil dadu biru (b)		1	2	3	4	5	6
	1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
	2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
	3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
	4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
	5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
	6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

   Kejadian yang hendak Anda selidiki memiliki sifat bahwa dua kejadian harus dipenuhi serentak.

   Jika A adalah himpunan semua titik yang memenuhi b ≤ 3, maka di dapat:

   A = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)}.

   P(A) = $\frac{18}{36}$.

Jika B adalah himpunan semua titik yang memenuhi k ≥ 5, maka di dapat:

B = {(1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)}.

P(B) = $\frac{12}{36}$.

Peluang munculnya dadu biru ≤ 3 dan dadu kuning ≥ 5 adalah:

P(A).P(B) = $\frac{1}{6}$.

Rangkuman

1. Hasil percobaan di lapangan tidak selalu merupakan kejadian sederhana, akan tetapi mungkin merupakan suatu kejadian sebagai kombinasi dari beberapa kejadian sederhana, atau yang dinamakan kejadian majemuk.
2. Irisan dua kejadian A dan B dilambangkan dengan $A \cap B$, adalah kejadian yang mengandung semua elemen persekutuan kejadian A dan B.
3. Kejadian A dan B dikatakan kejadian saling lepas jika A dan B tidak mungkin terjadi secara bersamaan, atau $A \cap B = \phi$, artinya A dan B tidak memiliki elemen persekutuan.
4. Gabungan dua kejadian A dan B, dilambangkan dengan $A \cup B$, adalah kejadian yang mencakup semua anggota A atau B atau kedua-duanya.
5. Komplemen suatu kejadian A relatif terhadap S adalah himpunan semua anggota S yang bukan merupakan anggota A. Komplemen kejadian A dilambangkan dengan A^C.
6. Jika A dan B merupakan kejadian saling lepas, yakni $A \cap B = \phi$ maka peluang kejadian saling lepasnya adalah $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
7. Jika A dan A^C adalah kejadian saling berkomplemen, maka peluang dari A^C adalah $P(A^C) = 1 - P(A)$
8. Peluang bersyarat B, jika A diketahui dilambangkan dengan $P(B|A)$, dan didefinisikan sebagai $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$, jika P(A) > 0.
9. Jika A dan B merupakan kejadian bebas, maka peluang kejadiannya adalah $P(A \cap B) = P(A) . P(B)$.

TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang tepat!

1. Sebuah mata uang dan sebuah dadu dilempar sebanyak satu kali. Peluang munculnya angka pada mata uang dan bilangan prima ganjil pada dadu adalah ...

   A. $\frac{1}{6}$

   B. $\frac{1}{4}$

   C. $\frac{1}{3}$

   D. $\frac{2}{3}$

2. Pak Firdaus mempunyai 3 orang anak, peluang keluarga tersebut mempunyai paling sedikit dua anak laki-laki adalah ...

   A. $\frac{1}{8}$.

   B. $\frac{1}{3}$.

   C. $\frac{3}{8}$.

   D. $\frac{1}{2}$.

3. Kotak A berisi 8 buah jeruk dengan 3 jeruk diantaranya busuk dan kotak B berisi 5 buah jeruk dengan 2 diantaranya busuk. Dari masing-masing kotak diambil satu buah jeruk, peluang bahwa kedua buah jeruk yang terambil itu busuk adalah ...

   A. $\frac{3}{20}$.

   B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{3}{8}$.

4. Dua buah dadu dilempar bersama-sama satu kali. Peluang munculnya mata dadu berjumlah 7 atau 10 adalah ...

   A. $\frac{7}{36}$.

   B. $\frac{9}{36}$.

   C. $\frac{10}{36}$.

   D. $\frac{17}{36}$.

5. Sebuah kotak berisi 5 bola merah dan 3 bola putih. Kita ambil 2 bola sekaligus dari kotak itu. Peluang bahwa yang terambil itu bola merah dan bola putih adalah ...

   A. $\frac{15}{28}$.

   B. $\frac{1}{2}$.

   C. $\frac{1}{3}$.

   D. $\frac{1}{4}$.

6. Empat buah apel diambil secara acak dari 10 apel yang 2 diantaranya busuk. Peluang yang terambil tidak ada yang busuk adalah ...

   A. $\frac{2}{7}$.

   B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{2}{3}$.

7. Sebuah kotak berisi 10 benih baik dan 6 benih rusak, Jika diambil 2 benih secata acak, maka peluang terambilnya benih semuanya baik adalah ...

   A. $\frac{2}{15}$.

   B. $\frac{1}{5}$.

   C. $\frac{16}{45}$.

   D. $\frac{3}{8}$.

8. Jika sebuah dadu dilempar satu kali, maka peluang munculnya mata dadu ganjil adalah ...

   A. $\frac{1}{6}$.

   B. $\frac{1}{3}$.

   C. $\frac{1}{2}$.

   D. $\frac{5}{6}$.

9. Dalam suatu kantung terdapat 30 kelereng kuning dan 20 kelereng merah, peluang terambil sebuah kelereng warna kuning adalah ...

   A. $\frac{3}{5}$.

   B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{4}{5}$.

10. Jika terdapat dua buah dadu, dadu merah dan dadu biru dilempar sekaligus, maka (4 merah dan 5 biru) adalah ...

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{5}{36}$.

C. $\frac{1}{36}$.

D. $\frac{7}{3}$.

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \text{x} 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90% -100% = baik sekali

80% - 89% = baik

70% - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat mengikuti Ujian Akhir Semester (UAS). SELAMAT! Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama pada bagian yang belum dikuasai.

KUNCI JAWABAN TES FORMATIF

Tes Formatif 1

1. D. 720.
2. D. 210.
3. A. 720 cara.
4. B. 12.
5. D. 21 cara.
6. D. 30 cara.
7. A. 360 cara.
8. B. 45 cara.
9. B. 60.
10. C. 21.

Tes Formatif 2

1. A. $\frac{1}{6}$.
2. D. $\frac{1}{2}$.
3. A. $\frac{3}{20}$.
4. B. $\frac{9}{36}$.
5. A. $\frac{15}{28}$.
6. B. $\frac{1}{3}$.
7. D. $\frac{3}{8}$.
8. C. $\frac{1}{2}$.
9. A. $\frac{3}{5}$.
10. C. $\frac{1}{36}$.

GLOSARIUM

1. Aritmetika jam adalah aritmetika yang berlaku pada bilangan jam. Penjumlahan pada bilangan jam merupakan suatu operasi perputaran jarum jam ke arah kanan. Pengurangan pada bilangan jam merupakan suatu operasi perputaran jarum jam ke arah kiri. Perkalian bilangan jam merupakan suatu operasi penjumlahan angka-angka yang sama berulang kali pada bilangan jam.
2. Aritmetika modular adalah aritmetika yang didapatkan dari aritmetika jam, yaitu dengan melakukan penggantian lambang bilangan paling besar oleh bilangan nol.
3. Bidang adalah himpunan titik-titik, lebih dari dua buah titik dan tidak semuanya terletak pada sebuah garis.
4. Bilangan adalah suatu idea, sifatnya abstrak. Bilangan memberikan keterangan mengenai banyaknya anggota dari suatu himpunan.
5. Bilangan asli adalah bilangan yang dimulai dari satu, dan setiap bilangan berikutnya ditambah satu dari bilangan sebelumnya.
6. Bilangan cacah adalah bilangan yang dimulai dari nol, dan setiap bilangan berikutnya ditambah satu dari bilangan sebelumnya.
7. Bilangan kardinal adalah bilangan yang menyatakan banyaknya anggota dari suatu himpunan.
8. Bilangan negatif adalah bilangan yang kurang dari nol.
9. Bilangan nol adalah bilangan yang tidak positif dan juga tidak negatif.
10. Bilangan ordinal dinamakan juga dengan bilangan urutan, adalah bilangan yang menyatakan urutan objek, misalnya kesatu, kedua, ketiga, keempat, ... dan seterusnya.
11. Bilangan positif adalah bilangan yang lebih dari nol.
12. Bilangan prima adalah bilangan yang hanya mempunyai dua faktor, yaitu satu dan bilangan itu sendiri.
13. Bunga tunggal adalah bunga yang dibayarkan pada setiap periode waktu tertentu dengan besar modal yang dijadikan dasar perhitungan bunga untuk setiap periode waktu tersebut selalu tetap.
14. Bunga majemuk adalah bunga yang menghasilkan bunga, yaitu jika bunga pada periode pertama tidak diambil maka pada perhitungan periode kedua bunga tersebut ditambahkan ke modal sehingga menjadi modal baru. Modal baru tersebut dijadikan dasar perhitungan bunga untuk periode berikutnya.
15. Desil adalah bilangan yang membagi sekumpulan data terurut dibagi menjadi 10 bagian yang sama banyak.
16. Dilatasi atau perkalian adalah pengubahan ukuran bangun geometri (memperkecil atau memperbesar), tetapi tidak mengubah bentuk dan ukuran sudut bangun geometri.

17. Dua buah bangun adalah sebangun satu sama lain jika sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua bangun itu sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua bangun itu mempunyai perbandingan yang sama.
18. Dua buah segitiga adalah sebangun satu sama lain jika sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua segitiga itu sama besar atau apabila sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua segitiga itu sebanding.
19. Dua buah bangun geometri adalah kongruen satu sama lain apabila kedua bangun tersebut memiliki bentuk dan besar yang sama.
20. Faktor suatu bilangan adalah bilangan-bilangan yang dapat membagi habis bilangan tersebut.
21. Faktor persekutuan adalah faktor yang sama dari dua bilangan atau lebih
22. Faktor persekutuan terbesar (FPB) adalah faktor yang sama dan terbesar dari dua bilangan atau lebih.
23. Gabungan dua kejadian A dan B, dilambangkan dengan $A \cup B$, adalah kejadian yang mencakup semua anggota A atau B atau kedua-duanya.
24. Garis adalah himpunan titik-titik yang anggotanya adalah dua titik atau lebih.
25. Garis bilangan atau garis bilangan real adalah tempat kedudukan titik-titik yang berpasangan (berkorespondensi satu-satu) dengan himpunan bilangan real.
26. Irisan dua kejadian A dan B dilambangkan dengan $A \cap B$, adalah kejadian yang mengandung semua elemen persekutuan kejadian A dan B.
27. Kejadian adalah suatu himpunan bagian dari ruang sampel.
28. Kelipatan suatu bilangan adalah perkalian bilangan asli dengan bilangan itu sendiri.
29. Kelipatan persekutuan adalah kelipatan yang sama dari dua bilangan atau lebih.
30. Kelipatan persekutuan terkecil (KPK) adalah kelipatan yang sama dan terkecil dari dua bilangan atau lebih.
31. Kombinasi adalah jumlah susunan yang tidak memperhatikan urutan.
32. Komplemen suatu kejadian A relatif terhadap S adalah himpunan semua anggota S yang bukan merupakan anggota A. Komplemen kejadian A dilambangkan dengan A^C.
33. Kuartil adalah bilangan yang membagi sekumpulan data terurut dibagi menjadi 4 bagian yang sama banyak.
34. Lambang bilangan adalah lambang yang menyatakan suatu bilangan. Misalkan lambang "2" menyatakan bilangan "dua".
35. Luas suatu bangun tertutup adalah ukuran daerah datarnya.
36. Median adalah nilai yang terletak di tengah dari kumpulan data yang telah diurutkan.
37. Modus digunakan untuk menyatakan data yang paling banyak terjadi atau paling banyak muncul.
38. Nama bilangan adalah nama yang menyertai suatu bilangan. Misalnya nama bilangan dari "1" adalah "satu", atau "one".
39. Nilai rata-rata dari sekumpulan data adalah jumlah nilai (bilangan) semua anggota data dibagi dengan banyaknya anggota data.

40. Nilai tempat dari suatu bilangan adalah nilai yang tergantung pada posisi/letak/tempat angka tersebut pada bilangan dimaksud. Misalnya pada bilangan desimal, terdapat nilai tempat satuan, puluhan, ratusan, ribuan, dan sebagainya.
41. Operasi hitung adalah pengerjaan hitung pada bilangan, seperti penjumlahan (+), pengurangan (-), perkalian (x), pembagian (:), dan sebagainya.
42. Operasi pengurangan disebut sebagai operasi kebalikan dari penjumlahan, dan operasi pembagian disebut sebagai operasi kebalikan dari perkalian.
43. Operasi pengurangan disebut sebagai operasi kebalikan dari penjumlahan.
44. Percobaan adalah sembarang proses yang bertujuan untuk membangkitkan data.
45. Peluang kejadian A adalah banyaknya hasil dari kejadian A dibagi oleh banyaknya ruang sampel kejadian tersebut.
46. Permutasi adalah jumlah urutan berbeda dari pengaturan objek-objek.
47. Persentil adalah bilangan yang membagi sekumpulan data terurut dibagi menjadi 100 bagian yang sama banyak.
48. Populasi adalah keseluruhan pengamatan yang menjadi perhatian kita, sedangkan sampel adalah suatu himpunan bagian dari populasi.
49. Refleksi atau pencerminan adalah suatu transformasi yang memindahkan semua titik pada sebuah bangun geometri terhadap suatu garis tertentu.
50. Rentang dari sekelompok data adalah nilai data terbesar dikurangi nilai data terkecil.
51. Rotasi atau perputaran adalah pemindahan semua titik pada bangun geometri yang masing-masing bergerak sepanjang busur lingkaran yang pusatnya adalah pusat perputaran sebesar suatu sudut tertentu.
52. Ruang nol atau ruang kosong adalah himpunan bagian dari ruang sampel yang tidak memiliki satu pun anggota.
53. Ruang sampel adalah himpunan semua kemungkinan dari hasil suatu percobaan.
54. Sampel adalah suatu himpunan bagian dari populasi.
55. Satuan luas adalah satuan ukuran yang digunakan untuk mengukur luas suatu daerah bangun datar.
56. Satuan panjang adalah satuan ukuran yang digunakan untuk mengukur panjang.
57. Statistika adalah ilmu yang berhubungan dengan cara-cara pengumpulan data, penyajian data, pengolahan atau penganalisisannya, dan penarikan kesimpulan berdasarkan kumpulan data dan penganalisisan yang dilakukan.
58. Titik adalah unsur geometri yang paling sederhana. Titik adalah sesuatu yang punya kedudukan, tetapi titik tidak punya ukuran. Titik biasanya direpresentasikan dengan sebuah noktah ".", dan diberi nama dengan menggunakan huruf kapital seperti A, B, atau C, dan seterusnya.
59. Titik sampel adalah elemen-elemen yang berada di dalam ruang sampel.
60. Translasi atau pergeseran adalah pemindahan semua titik pada sebuah bangun geometri sepanjang garis lurus dengan arah dan jarak tertentu.

DAFTAR PUSTAKA

Bello, I. (1983) Contemporary Basic Mathematical Skills. New-York: Harper & Row.

Britton, J. R. and Bello I. (1984). Topics in Contemporary Mathematics. New-York: Harper & Row.

Devine, D. F. and Kaufmann J. E. (1983). Elementary Mathematics for Teachers. Canada: John Wiley & Sons.

Felker, C. A. (1984). Shop Mathematics. California: Glencoe Publishing Company.

Kilpatrick, J., Swafford, J., and Findell, B. (2001). Adding it Up, Helping Children Learn Mathematics. Washington, DC: National Academy Press.

Kodir, A., dkk. (1977). Matematika 1 untuk SMP. Jakarta: Intermasa.

Kusmartono dan Rawuh. (1983). Matematika Pendahuluan. Bandung: Institut Teknologi Bandung.

Negoro, S. T. dan Harahap, B. (1998). Ensiklopedia Matematika. Jakarta: Ghalia Indonesia.

Ruseffendi, E. T. (1990). Pengajaran Matematika Modern dan Masa Kini untuk Guru dan PGSD D2, Seri Ketiga. Bandung: Tarsito.

Sulardi. (1994). Pandai Berhitung Matematika SD 6A. Jakarta: Erlangga.

Wahyudin. (2001). Matematika SLTP Kelas 1. Bandung: Epsilon Grup.

RIWAYAT HIDUP PENULIS



Tia Purniati, S.Pd., M.Pd., pada tahun 2000 memperoleh gelar Sarjana Pendidikan Matematika dari Universitas Pendidikan Indonesia. Kemudian pada tahun 2004 memperoleh gelar Magister Pendidikan Matematika dari Perguruan Tinggi yang sama. Sejak tahun 2006, menjadi Dosen di Jurusan Pendidikan Matematika Universitas Pendidikan Indonesia.